数理解析研究所講究録
986 巻 1997 年 153-156

数学教育における図形ツールと数式処理システムの併用

神戸大学大学院教育学研究科　大西咲文 (Sakihumi Ohnishi)
神戸大学発達科学部　高橋正 (Tadashi Takahashi)

1. はじめに

平成元年の学習指導要領の改訂に伴い、高校の数学教育にコンピュータが導入されるようになった。特に、「数学A」「数学B」「数学C」ではコンピュータの使用を前提にした教材が配置されている。これらの教材の意図は、コンピュータを活用した学習が、情報処理の手ほどきを目的とするものではなく、コンピュータを知的活動の教具として活用することを目指すものである。そのため、コンピュータの活用は、生徒が数学を楽しく学習できるよう、新たな指導方法や教材の開発につながるものでなければならない ([1])。

数学教育におけるコンピュータ利用の利点としては、以下のことが挙げられる。

- 関数の問題等における動的場面の状況を的確に把握しやすい。
- 実際行おうとしても不可能であったり、膨大な時間がかかるためやれなかった実験などを可能にする。
- 自由に数字あるいは図を変えられるなど試行錯誤が容易である。
- 複雑な計算などの省力化に役立つ。
- 生徒がコンピュータに働きかけることで学習が主体的になる。

現時点において教育現場で使用するに適していると思われるソフトウェアとして、図形ツールと数式処理システムを取り上げ、それらを用いて、実際の問題を解く道具として使用した場合、どのような効果があるのかを分析する。

2. Cabri と Mathematica について

図形ツール

図形ツールとは、作図することによって、図形の性質を視覚的に認識することができる、ドロー系のソフトウェアのことである ([2])。

本稿では Cabri Geometry（以下 Cabri とする）を取り上げる。

Cabri—コンパスと定規のかわりにコマンドを使って作図ができ、辺や角を指定するだけで長さや大きさを測定することができる。図形をゴムひもをひっぱるように動かすことができる。図の中の点を動かしても、測定値は作図したときの条件を保存しながら変化する。試行錯誤ができ、発見学習ができる新しい図形学習環境が展開される。

数式処理システム
数だけでなく記号を操作することにコンピュータを用い、代数的操作や不定積分を解くことができるソフトウェアのことである。
本稿では Mathematica を取り上げる。

3. 問題例

実際の問題における Cabri と Mathematica を使った解法の一例である。
以下の問題は「数学 II 図形と方程式-円-」の学習段階で演習問題として扱われる問題である ([3])。
問題: 2点 A(2,-5)、B(4,2) と中心 (0,0)、半径3の円がある。点 P がこの円周上を動くとき、点 P,A,B を頂点とする三角形 PAB の重心 G の軌跡の方程式を求めよ。
軌跡に対する自然な考え方としては、実際に点 P を動かしてみて、それに伴い重心 G をいくつかプロットし、全体の集合を推測することが考えられるが、実際にそれを手作業で行うことは実質的に不可能に近い。そのため、このような問題に対しては、以下のような代数的な処理に頼ることになる。

- 定点の座標を定め、軌跡以外の動点があれば (a,b) 等とおき、与えられた条件を a、b などを使って表現する。
- 求めたい軌跡上の任意の点の座標を (X,Y) とおく。
- 与えられた条件を満たすような X と Y の関係式を導く。
- X と Y の関係式がどのような図形を表わしているか解釈する。
- 与えられた条件を使って軌跡を表現する。

この問題を、Cabri を使用して解いた場合，Mathematica を使用して解いた場合，Cabri と Mathematica を併用して解いた場合、の3通りについて、それぞれ考察する。

3.1. Cabri を使用して解いた場合

この問題は、Cabri を使用することによって、次の3つの課題によって構成されることになる。

- Cabri を用いて当該の図形を描く。
- 「Locus of points」によって求められいる軌跡を描く。
- 描かれた軌跡を見て、それを表わす方程式を考える。

また Cabri を使用することによって、もとの問題とそれに対するアプローチが次のように変わったことが分かる。

- 問題に対し、実際に軌跡を描いてから、その方程式を考える問題へ変わった。
- 問題に対し、Cabri で当該の図形を作図するという新しい課題が加わった。
- 実測から仮設をたてることを容易にした。

3.2. Mathematica を使用して解いた場合

「==」「Solve」「ことによって、実際に自分で計算するという手間は Mathematica が省いてくれている。

この種の軌跡の問題は図形問題であるが、上述したような代数的処理を行うことによって答えが導きだされ、それで終わってしまう傾向にある。

以下に、Mathematica を用いて、この問題を解く例を示す。

重心 G の座標を (X,Y)、点 P の座標を (a,b) とおくと、

In[1]:=
X==(a+2+4)/3
Out[1]=

$$X = \frac{6+a}{3}$$

In[2]:=
Y==(b+(-5)+2)/3
Out[2]=

$$Y = \frac{-3+b}{3}$$

これらを a,b について解くと、

In[3]:=
Solve[%,% %,a,b]
Out[3]=

$$\{\{a \to 3\ (-2+X), b \to 3\ (1+Y)\}\}$$

P(a,b) は円周上の点であるから a**2+b**2=9 に代入すると

In[4]:=
a**2+b**2==9/. %
Out[4]=

$$\{9\,(-2+X)^2 + 9\,(1+Y)^2 = 9\}$$

これは中心 (2,-1)、半径 1 の円をを表わしている。

3.3. Cabri と Mathematica を併用して解いた場合

Cabri によって、点 A、B や、円の中心、半径等を即時に容易に変化させることができる。つまり、自分で自由に問題を作り替えるといった、発展　的学習の手掛かりとなる。しかし、問題を変えることによって繁雑な計算を要する可能性があり、計算を苦手とする生徒にとっては、取りつきにくい問題となりうる。そこで、Mathematica によって、適切な答えの存在への不安にとらわれず、とにかく取り組んでみることができる。

4. まとめ

生徒たちが問題を解こうとするとき、数学的な内容そのものよりも、問題への対処の仕方、見方、考え方が大切になってくる。すなわち、何をどうするかという、問題を解決する方略を身につけるためには、どこで、どのような手段を用いるか、どのような図を用いるかを自ら決定できるようにしなければならない。

そこで、教育用ソフトウェアを併用して用いることで、単体で使用するときに生ずる問題点を極力減少させ、生徒の数学的思考を支援する道具として少しでもバランスの良いものにするために、数多くの問題を分析し明らかにする必要がある。

参考文献

[1] 古藤 怜先生古稀記念論文集編集委員会「学校数学の改善 Do Math の指導と学習」東洋館出版,1995.

[2] 中山 和彦、熊田 伸彦「カブリ-対話型図形学習ソフト-」筑波大学学術情報処理センター

[3] 数研出版編集部「ジュニア・セレクト 数学演習 I・II・A・B」数研出版