数理解析研究所講究録
1041 巻 1998 年 159-166

書き替えシステムで生成される族の推論

山植 育代* 向内 康人† 佐藤 優子†
Ikuyo Yamaue Yasuhito Mukouchi Masako Sato

*大阪府立大学大学院総合科学研究科
†大阪府立大学総合科学部

〒 599-8531 大阪府堺市学園町 1–1

要旨. 本稿では、L システム、および、Pure 文法と呼ばれる書き替えシステムで生成される例からの帰納推論を扱う。L システム、および、Pure 文法は、ともに終端記号と非終端記号の区別がない書き替えシステムであるが、L システムでは至るところが同時に書き替えられるのに対して、Pure 文法ではある特定の一部分のみが書き替えられる。書き替えシステムで生成される言語は、いくつかの導出を繰り返して最終的に得られた文字列すべてからなる集合としてとらえられるのに対し、現象はそれぞれの導出で得られる文字列の系列すべてを集めた集合としてとらえられる。これらの書き替えシステムで生成される言語の族と現象の族について、正例からの推論可能性と完全例からの反駁推論可能性を議論し、言語族と現象族の推論可能性の比較を行う。さらに、制限を加えた Pure 文法で生成される現象の族について、正例からの多項式時間推論についても議論する。

1. はじめに

帰納推論とは、推論機械と呼ばれる実行的手続きを用いて、いくつかの例からそれらを説明するための一般的な規則 (文法、オートマトン等) を導き出す推論である。1967 年に Gold[3] は「極限における同定」という帰納推論の成功基準を導入し、形式言語や帰納的関数の帰納推論に関してその理論的基盤を築いた。

推論機械の出力を推測あるいは仮説といい、推論機械が出力しうる仮説の集合を仮説空間という。仮説空間として帰納的言語の添字付き族と呼ばれる言語族が広く扱われてきた (cf. Angluin[1], Sato[9], Watanabe[12], etc)。そして、任意の帰納的言語の添字付き族は、完全例と呼ばれる提示方法を行なえば推論可能となることが示されている (cf. Gold[3])。

一方、正例からの推論可能性については、Chomsky 階層の最下部にあたる正則言語族さえも推論可能ではないという否定的な結果が Gold[3] により得られていたが、Angluin[1] は推論可能となる言語族の特徴付け定理を与えると同時に、パターン言語族等の興味深い言語族が推論可能となることを示した。しかし、仮説空間に属さない言語を提示した場合、推論機械は正解を出力することができない。そこで、Mukouchi and Arikawa[7] は、機械発見の枠組みとして、目標言語が仮説空間に存在しない場合、有限個の例から仮説空間そのものを反駁して停止することを要求する反駁推論を導入すると同時に、反駁推論可能となる言語族の特徴付け定理を与えた。

帰納推論で扱われる言語や帰納的関数を含む「現象」という概念が 1997 年に Mukouchi[8] によって導入された。あるシステムにおいて時間経過を伴って変化していく機構を 1 つの完全観測と

呼び、それらすべての完全観測の集合を現象と呼ぶ。例えば、落下運動を考えてみると初期値の違いによって $(0, -1, -4, -9, -16, \cdots)$ や $(-1, -2, -5, -10, -17, \cdots)$ 等の列が得られる。これらの列はそれぞれ完全観測であり、このような列すべてからなる集合を現象と考える。現象族の推論可能性に関しては、その特徴付け定理が Mukouchi[8] によって与えられている。

本稿では、L システム、および、Pure 文法と呼ばれる書き替えシステムの帰納推論を扱う。L システムは、生物学において繊維状有機体 (filamentous organism) の生長を数学的にモデル化するために 1968 年に Lindenmayer[4] により導入された書き替えシステムである。L システムには、細胞間の相互作用 (interaction) がある IL システムと細胞間の相互作用がない $0L$ システムがある。主に研究されているのは、後者の $0L$ システムであり、本稿でもそれを扱う。L システムの最大の特徴は、並列書き替えを行なうことである。また、通常の形式文法における終端記号と非終端記号の区別がなく、開始語 (公理ともいう) は唯 1 つだけである。一方、Pure 文法は、終端記号と非終端記号の区別がない semi-Thue システムであるが、それは、L システムにおいて並列書き替えを行なわないようにしたものととらえることができる。すなわち、L システムでは、至るところが同時に書き替えられるのに対して、Pure 文法ではある特定の一部分のみが書き替えられる。また、Pure 文法では、開始語の数は必ずしも 1 つとは限らない。L システム、Pure 文法で生成される言語族に関するいくつかの性質は、Lindenmayer[5], Gabrielian[2], Maurer, Salomaa and Wood[6] 等で述べられている。

L システム、Pure 文法で生成される言語族の正例からの推論可能性については、Tanida and Yokomori[10] や Yokomori[11] で論じられている。本稿では、主に、これらの書き替えシステムで生成される現象族の推論可能性について議論する。まず、正例からの推論可能性については、L システムで生成される任意の現象族は推論可能であることを示す。また、一般の Pure 文法で生成される現象族は、必ずしも推論可能とはならないが、生成規則の左辺の長さを定数で抑えた Pure 文法で生成される現象族は推論可能であることを示す。左辺が 1 文字からなる生成規則で構成される Pure 文法のことを PCF 文法という。本稿では、非自己保存的 PCF 文法と呼ばれる PCF 文法を導入し、それらで生成される現象族を正例から効率よく推論するアルゴリズムを提案する。完全例からの推論可能性については、生成規則と開始語の個数を定数で抑えた PCF 文法で生成される現象族が完全例から反駁推論可能となることを示す。

本稿で扱う言語族の正例からの推論可能性および完全例からの反駁推論可能性に関する定義や性質については、Angluin[1], Sato[9], Mukouchi and Arikawa[7] 等を参照されたい。また、現象族の定義と推論可能性については、Mukouchi[8] を参照されたい。

2. 書き替えシステム

2.1. L システム

定義 2.1. $\alpha, \beta \in \Sigma^*$ とするとき、$\alpha \to \beta$ の形の規則を**生成規則**または**書き替え規則**と呼び、α を生成規則の**左辺**、β を**右辺**と呼ぶ。

$0L$ システムとは、3 つ組 $G = (\Sigma, P, w)$ のこととする。ただし、Σ は有限アルファベット、w は**開始語**または**公理**と呼ばれる Σ 上の文字列とし、P は生成規則の有限集合で、次の 2 つの条件を満たすものとする:

(1) P の任意の生成規則の左辺は、Σ の要素 (すなわち、1 文字) である。

(2) 任意の $a \in \Sigma$ に対して、a を左辺に持つ生成規則が (少なくとも 1 つ) 存在する。

$0L$ システム $G = (\Sigma, P, w)$ が**決定性** (deterministic) **$0L$ システム** ($D0L$ システムと略記する) であるとは、任意の $a \in \Sigma$ に対して、a を左辺に持つ生成規則がちょうど 1 つ P に存在すること

をいう。

$0L$ システム $G=(\Sigma,P,w)$ が**繁殖性** (propagating) **$0L$ システム** ($P0L$ システムと略記する) であるとは、P の任意の生成規則の右辺が Σ^+ の要素 (すなわち、1 文字以上からなる文字列) であることをいう。

$D0L$ システムであり、$P0L$ システムでもある $0L$ システムを **$PD0L$ システム**と呼ぶ。

$0L$ システム全体からなる族を $0\mathcal{L}$ で表す。$\mathcal{D}0\mathcal{L}$, $\mathcal{P}0\mathcal{L}$, $\mathcal{PD}0\mathcal{L}$ も同様に定義する。

定義 2.2. $G=(\Sigma,P,w)$ を $0L$ システムとする。Σ^* 上の 2 項関係 $\Rightarrow_G$ (明らかなときは、単に、$\Rightarrow$ と記す) を次のように定義する:

$n\geq 1$ とする。任意の $a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma$ と任意の $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_n\in\Sigma^*$ に対して、関係

$$a_1a_2\cdots a_n\Rightarrow_G \beta_1\beta_2\cdots\beta_n$$

が成立するのは、各 $i=1,2,\cdots,n$ に対して、生成規則 $a_i\to\beta_i$ が P に存在するときとする。

G **で生成される言語** $L(G)$ を、次のように定める:

$$L(G)=\{u\mid w\Rightarrow_G^* u\}.$$

ただし、$\Rightarrow_G^*$ は $\Rightarrow_G$ の反射推移閉包とする。(w は G の開始語であることに注意する。)

G **の完全観測**とは、次の 3 つの条件を満たす Σ^* の列 $\mu=(w_0,w_1,\cdots,w_n,\cdots)$ のこととする:

(1) $w_0=w$ である。

(2) 任意の i に対して、$w_i\Rightarrow_G w_{i+1}$ が成立する。

(3) μ が w_n で終る有限列ならば、$w_n\Rightarrow_G u$ となる $u\in\Sigma^*$ が存在しない。

G **で生成される現象** $\mathcal{P}(G)$ とは、G の完全観測全体の集合のこととする。また、G の完全観測の有限初期断片を G **の観測**と呼び、G の観測すべてからなる集合を $\mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ で表わすことにする。

Σ^* の有限列の有限集合の対 (T,F) が $\mathcal{P}(G)$ に**無矛盾である**とは、$T\subseteq\mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ かつ $F\cap\mathcal{O}(\mathcal{P}(G))=\phi$ となることをいう。

例 2.3. $0L$ システム $G=(\{a\},\ \{a\to a,\ a\to a^2\},\ a)$ で生成される言語と現象は次のようになる:

$$\begin{aligned}
L(G) &= \{a^n\mid n\geq 1\},\\
\mathcal{P}(G) &= \left\{\begin{array}{lll}(a,a,a,\cdots), & (a,a,a^2,\cdots), & \\ (a,a^2,a^2,\cdots), & (a,a^2,a^3,\cdots), & (a,a^2,a^4,\cdots),\\ & \cdots & \end{array}\right\}\\
&= \{(a^{n_0},a^{n_1},a^{n_2},\cdots)\mid n_0=1,\ n_{i-1}\leq n_i\leq 2n_{i-1}\ (i\geq 1)\}.
\end{aligned}$$

2.2. Pure 文法

定義 2.4. Pure 文法とは、3 つ組 $G=(\Sigma,P,S)$ のこととする。ただし、Σ は有限アルファベット、S は**開始語**または**公理**と呼ばれる Σ 上の文字列からなる有限集合とし、P は左辺が Σ^+ の要素 (すなわち、1 文字以上からなる文字列) となる生成規則の有限集合とする。

$n\geq 1$ とする。Pure 文法 $G=(\Sigma,P,S)$ が **Pure$_{\leq n}$ 文法**であるとは、P の任意の生成規則の左辺の長さが n 以下であることをいう。

Pure 文法 $G=(\Sigma,P,S)$ が **Pure 文脈自由** (context-free) **文法** (PCF 文法と略記する) であるとは、P の任意の生成規則の左辺は、Σ の要素 (すなわち、1 文字) であることをいう。(PCF 文法は、Pure$_{\leq n}$ 文法における $n=1$ の場合と等価である。)

Pure 文法全体からなる族を $\mathcal{P}ure$ で表す。$\mathcal{P}ure_{\leq n}$, $\mathcal{PCF}$ も同様に定義する。

定義 2.5. $G = (\Sigma, P, S)$ を Pure 文法とする。Σ^* 上の 2 項関係 $\Rightarrow_G$ (明らかなときは、単に、$\Rightarrow$ と記す) を次のように定義する:

任意の $\alpha \in \Sigma^+$ と任意の $\beta \in \Sigma^*$ に対して、関係$\alpha \Rightarrow_G \beta$ が成立するのは、$\alpha = u\alpha' v$, $\beta = u\beta' v$ となる $u, v \in \Sigma^*$ と生成規則 $\alpha' \to \beta'$ が P に存在するときとする。

G で**生成される言語** $L(G)$ を、次のように定める:

$$L(G) = \{u \mid \exists w \in S \text{ s.t. } w \Rightarrow_G^* u\}.$$

ただし、$\Rightarrow_G^*$ は $\Rightarrow_G$ の反射推移閉包とする。

G の**完全観測**とは、次の 3 つの条件を満たす Σ^* 上の列 $\mu = (w_0, w_1, \cdots, w_n, \cdots)$ のこととする:

(1) $w_0 \in S$ である。

(2) 任意の i に対して、$w_i \Rightarrow_G w_{i+1}$ が成立する。

(3) μ が w_n で終る有限列ならば、$w_n \Rightarrow_G u$ となる $u \in \Sigma^*$ が存在しない。

G で**生成される現象** $\mathcal{P}(G)$ とは、G の完全観測全体の集合のこととする。また、G の完全観測の有限初期断片を G **の観測**と呼び、G の観測すべてからなる集合を $\mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ で表わすことにする。

Σ^* の有限列の有限集合の対 (T, F) が $\mathcal{P}(G)$ に**無矛盾である**とは、$T \subseteq \mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ かつ $F \cap \mathcal{O}(\mathcal{P}(G)) = \phi$ となることをいう。

例 2.6. PCF 文法 $G = (\{a, b\}, \{a \to ab, b \to ba\}, \{ab\})$ で生成される言語と現象は次のようになる:

$$\begin{array}{rcl} L(G) & = & \{ab, abb, aba, abaa, abab, abba, abbb, \cdots\}, \\ \mathcal{P}(G) & = & \left\{ \begin{array}{lll} (ab, abb, abbb, \cdots), & (ab, abb, abab, \cdots), & (ab, abb, abba, \cdots), \\ (ab, aba, abba, \cdots), & (ab, aba, abaa, \cdots), & (ab, aba, abab, \cdots), \\ & \cdots & \end{array} \right\}. \end{array}$$

3. 書き替えシステムの推論可能性

$\mathcal{G}$ を L システム、または、Pure 文法の族とするとき、それらの要素となる L システムや Pure 文法で生成される言語、現象全体からなる族を、それぞれ、$L(\mathcal{G})$, $\mathcal{P}(\mathcal{G})$ で表すことにする。たとえば、$L(0\mathcal{L})$ は $0L$ システムで生成される言語全体からなる族を表わし、$\mathcal{P}(0\mathcal{L})$ は $0L$ システムで生成される現象全体からなる族を表わす。

3.1. 書き替えシステムで生成される言語族の推論可能性

この節では、L システムや Pure 文法で生成される言語族の推論可能性についての結果をまとめておく。

定理 3.1 (Yokomori[11]). (1) $L(\mathcal{P}0\mathcal{L})$, $L(0\mathcal{L})$ は、それぞれ、正例から推論可能ではない。

(2) $L(\mathcal{PD}0\mathcal{L})$ は正例から推論可能である。

定理 3.2 (Tanida and Yokomori[10]). $L(\mathcal{PCF})$ は正例から推論可能ではない。

この定理から、$L(\mathcal{P}ure_{\leq n})$, $L(\mathcal{P}ure)$ は、それぞれ、正例から推論可能ではないことになる。

定理 3.3. $L(\mathcal{PCF})$, $L(\mathcal{P}ure_{\leq n})$, $L(\mathcal{P}ure)$ は、それぞれ、完全例から反駁推論可能ではない。

証明. $L(\mathcal{P}ure_{\leq n})$ や $L(\mathcal{P}ure)$ の場合も同様に示されるので、$L(\mathcal{PCF})$ の場合についてのみ示す。

Mukouchi and Arikawa[7] の系 6 より、$L(\mathcal{PCF})$ が空集合でないすべての有限言語を含むことを示せば十分である。

$L \subseteq \Sigma^*$ を空でない任意の有限言語とする。$P = \{a \to a \mid a \in \Sigma\}$ とし、$G = (\Sigma, P, L)$ とすると、G は PCF 文法であり、$L(G) = L$ となる。したがって、$L \in L(\mathcal{PCF})$ である。

ゆえに、$L(\mathcal{PCF})$ は空集合でないすべての有限言語を含むことになる。 ■

3.2. 書き替えシステムで生成される現象族の推論可能性

3.2.1. L システムで生成される現象族の推論可能性

定理 3.4. $\mathcal{P}(0\mathcal{L}), \mathcal{P}(\mathcal{P}0\mathcal{L}), \mathcal{P}(\mathcal{D}0\mathcal{L}), \mathcal{P}(\mathcal{PD}0\mathcal{L})$ は、それぞれ、正例から推論可能である。

補題 3.5 (Mukouchi[8]). 現象族 $\mathcal{C}$ が完全例から反駁推論可能ならば、任意の $\mathcal{P}_0 \notin \mathcal{C}$ に対して、$\mathcal{P}_0$ に無矛盾であり、任意の $\mathcal{P} \in \mathcal{C}$ に矛盾する Σ^* の有限列の有限集合 (T, F) が存在する。

定理 3.6. $\mathcal{P}(0\mathcal{L}), \mathcal{P}(\mathcal{P}0\mathcal{L})$ は、それぞれ、完全例から反駁推論可能ではない。

証明. $\mathcal{P}(\mathcal{P}0\mathcal{L})$ の場合も同様に示されるので、$\mathcal{P}(0\mathcal{L})$ の場合についてのみ示す。

$\mathcal{P}_0 = \{(a, b, b, b, \cdots),\ (a, bb, bb, bb, \cdots),\ \cdots,\ (a, b^i, b^i, b^i, \cdots),\ \cdots\} = \{(a, b^i, b^i, b^i, \cdots) \mid i \geq 1\}$ を無限個の無限列からなる現象とする。明らかに、$\mathcal{P}_0 \notin \mathcal{P}(0\mathcal{L})$ である。

$\mathcal{P}_0$ に無矛盾となる Σ^* の有限列の有限集合の対 (T, F) を任意にとる。$P = \{a \to b^i \mid (a, b^i, b^i, \cdots, b^i) \in T\} \cup \{b \to b\}$ とし、$G = (\Sigma, P, a)$ とすると、G は $0L$ システムであり、$T \subseteq \mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ となる。また、明らかに、$\mathcal{O}(\mathcal{P}(G)) \subseteq \mathcal{O}(\mathcal{P}_0)$ であるので、(T, F) は $\mathcal{P}(G)$ に無矛盾となる。

したがって、補題 3.5の対偶より、$\mathcal{P}(0\mathcal{L})$ は完全例から反駁推論可能ではないことになる。 ■

3.2.2. Pure 文法で生成される現象族の推論可能性

◇ 現象族の正例からの推論可能性

定理 3.7. $\mathcal{P}(\mathcal{P}ure)$ は正例から推論可能ではない。

証明. Mukouchi[8] の系 6 より、条件

$$\mathcal{O}(\mathcal{P}_1) \subsetneq \mathcal{O}(\mathcal{P}_2) \subsetneq \cdots \subsetneq \mathcal{O}(\mathcal{P}_0) \quad \text{かつ} \quad \mathcal{O}(\mathcal{P}_0) = \bigcup_{i \geq 1} \mathcal{O}(\mathcal{P}_i)$$

を満たす現象 $\mathcal{P}_0, \mathcal{P}_1, \cdots \in \mathcal{P}(\mathcal{P}ure)$ が存在することを示せば十分である。

$\Sigma = \{a, b, c\}$ とする。生成規則の有限集合を次のように定める:

$$P_0 = \{a \to bcb,\ c \to c^2\}, \qquad P_i = \{a \to bcb,\ bcb \to bc^2b,\ \cdots,\ bc^{i-1}b \to bc^ib\} \quad (i \geq 1).$$

また、$G_i = (\Sigma, P_i, \{a\})$ を Pure 文法とし、$\mathcal{P}_i = \mathcal{P}(G_i)$ とする $(i \in N)$。したがって、

$$\mathcal{P}_0 = \{(a, bcb, bc^2b, \cdots)\}, \qquad \mathcal{P}_i = \{(a, bcb, bc^2b, \cdots, bc^ib)\} \quad (i \geq 1)$$

となる。これらの現象は、明らかに、上の条件をみたすので、$\mathcal{P}(\mathcal{P}ure)$ は正例から推論可能ではない。 ■

次の定理のように、生成規則の左辺の長さを定数で抑えた Pure 文法で生成される現象族は、正例から推論可能となることが示される。

定理 3.8. $\mathcal{P}(\mathcal{PCF})$, $\mathcal{P}(\mathcal{P}ure_{\leq n})$ は、それぞれ、正例から推論可能である。

◇ 現象族の正例からの多項式推論可能性

ここでは、効率的な推論について考える。言語族の場合と同様に、現象族についても多項式時間推論可能であるとき、効率的に推論可能であるとみなすことにする。現象族が多項式時間で推論可能であることは言語族の場合と同様に定義される。(言語族が多項式時間推論可能であることの定義については、Tanida and Yokomori[10] 等を参照されたい。)

$u, v \in \Sigma^*$ に対して、$u \Rightarrow v$ を成立させるために用いられる生成規則で左辺の長さが 1 となるもの全体の集合を $\mathrm{Prod}(u, v)$ で表す。すなわち、

$$\mathrm{Prod}(u,v) = \{a \to \beta \mid a \in \Sigma,\ \beta \in \Sigma^*,\ \exists s, t \in \Sigma^* \text{ s.t. } u = sat, v = s\beta t\}$$

とする。例えば、$\mathrm{Prod}(ab, aabb) = \{a \to aab,\ b \to abb\}$ である。

また、文字列 $u \in \Sigma^*$ に対して、u の長さを $\mathrm{lg}(u)$ で表わすことにする。

補題 3.9. $u, v \in \Sigma^*$ とする。

$O(m^2 n)$ の実行時間で $\mathrm{Prod}(u, v)$ を作り出すアルゴリズムが存在する。ただし、$m = \mathrm{lg}(u), n = \mathrm{lg}(v)$ とする。

Σ^* の有限列 $\mu = (w_0, w_1, \cdots, w_n)$ に対して、μ の長さ $n+1$ を $\mathrm{lg}(\mu)$ で表わし、$i+1$ 番目にある文字列 w_i を $\mu(i)$ で表すことにする $(0 \leq i \leq n)$。

次のような推論アルゴリズムを用いて、次の定理が示される。

Algorithm IIM
  Input :   positive presentation;
  Output : a PCF grammar G;
begin
    $S := \phi$; $P := \phi$;
    repeat
        read the next example μ;
        if $\mu \notin \mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ **then begin**
            $S := S \cup \{\mu(0)\}$;
            for $i := 0$ **to** $\mathrm{lg}(\mu) - 2$ **do** $P := P \cup \mathrm{Prod}(\mu(i), \mu(i+1))$
        end;
        output $G = (\Sigma, P, S)$
    forever
end

定理 3.10. $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{PCF}$ とする。

任意の $G \in \mathcal{G}$ が次の条件を満たすならば、$\mathcal{P}(\mathcal{G})$ は正例から無矛盾、反応的、保守的に多項式時間推論可能である:

任意の $\mu \in \mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ と任意の i $(0 \leq i \leq \mathrm{lg}(\mu) - 2)$ に対して、$|\mathrm{Prod}(\mu(i), \mu(i+1))| = 1$ である。

命題 3.11. $u, v \in \Sigma^*$ とする。

$|\mathrm{Prod}(u, v)| \geq 2$ ならば、$\mathrm{lg}(u) \leq \mathrm{lg}(v)$ であり、任意の生成規則 $(a \to \beta) \in \mathrm{Prod}(u, v)$ に対して、a は必ず β に出現する。

定義 3.12. PCF 文法おいて左辺の文字が右辺に現われる形の生成規則、すなわち、$a \to sat$ の形の生成規則のことを**自己保存的生成規則**という。

PCF 文法 G が**非自己保存的 PCF 文法**であるとは、自己保存的生成規則を 1 つも含まないような PCF 文法のことをいう。

定理 3.10と命題 3.11の対偶から次の定理が導かれる。

定理 3.13. 非自己保存的 PCF 文法で生成される現象族は正例から無矛盾、反応的、保守的に多項式時間推論可能である。

◇ 現象族の完全例からの反駁推論可能性

定理 3.14. $\mathcal{P}(\mathcal{PCF}), \mathcal{P}(\mathcal{P}ure_{\leq n}), \mathcal{P}(\mathcal{P}ure)$ は、それぞれ、完全例から反駁推論可能ではない。

証明. $\mathcal{P}(\mathcal{P}ure_{\leq n}), \mathcal{P}(\mathcal{P}ure)$ の場合も同様に示されるので、$\mathcal{P}(\mathcal{PCF})$ の場合についてのみ示す。

$\mathcal{P}_0 = \{(a,b),\ (a,bb),\ \cdots,\ (a,b^i),\ \cdots\} = \{(a,b^i) \mid i \geq 1\}$ を無限個の有限列からなる現象とする。明らかに、$\mathcal{P}_0 \notin \mathcal{P}(\mathcal{PCF})$ である。

$\mathcal{P}_0$ に無矛盾となる Σ^* の有限列の有限集合の対 (T,F) を任意にとる。$P = \{a \to b^i \mid (a,b^i) \in T\}$ とし、$G = (\Sigma, P, \{a\})$ とすると、G は PCF 文法であり、$T \subseteq \mathcal{O}(\mathcal{P}(G))$ となる。また、明らかに、$\mathcal{O}(\mathcal{P}(G)) \subseteq \mathcal{O}(\mathcal{P}_0)$ であるので、(T,F) は $\mathcal{P}(G)$ に無矛盾となる。

したがって、補題 3.5の対偶より、$\mathcal{P}(\mathcal{PCF})$ は完全例から反駁推論可能ではないことになる。■

次の定理のように、生成規則の数と開始語の数を定数で抑えた PCF 文法で生成される現象族は、完全例から反駁推論可能となることが示される。

定義 3.15. $n \in N$ とする。PCF 文法 $G = (\Sigma, P, S)$ が **PCF$^{\leq n}$ 文法**であるとは、$|P| \leq n$ かつ $|S| \leq n$ であることをいう。また、PCF$^{\leq n}$ 文法全体からなる族を $\mathcal{PCF}^{\leq n}$ で表す。

定義より明らかに $\mathcal{P}(\mathcal{PCF}^{\leq n}) \subsetneq \mathcal{P}(\mathcal{PCF})$ が成立するので、定理 3.8から $\mathcal{P}(\mathcal{PCF}^{\leq n})$ は正例から推論可能となることに注意する。

定理 3.16. $n \in N$ とする。$\mathcal{P}(\mathcal{PCF}^{\leq n})$ は完全例から反駁推論可能である。

4. おわりに

本稿では、書き替えシステムで生成される言語族、現象族の推論可能性について議論した。得られた結果をまとめると表 1 のようになる。ただし、細字はすでに得られていた結果であり、**太字**は今回得られた結果である。この表から明らかなように、書き替えシステムで生成される族の推論可能性について、言語族として扱うよりも現象族として扱った方が能力が大きいことがわかる。

しかし、$D0L$ システム、PCF$^{\leq n}$文法、および、非自己保存的 PCF 文法で生成される言語族の推論可能性をはじめ、いくつかは未解決である。また、書き替えシステムで生成される観測の間の包含関係が決定可能であるかどうかは未解決である。効率良く包含関係が決定できる書き替えシステムの族に対しては、効率良く推論するアルゴリズムが存在するものと思われる。

これらの解決が今後の課題となる。

	言語族	現象族
$0L$	正例から推論可能ではない	正例から推論可能 完全例から反駁推論可能ではない
$P0L$	正例から推論可能ではない	正例から推論可能 完全例から反駁推論可能ではない
$D0L$	未解決	正例から推論可能
$PD0L$	正例から推論可能	正例から推論可能
Pure	正例から推論可能ではない 完全例から反駁推論可能ではない	正例から推論可能ではない 完全例から反駁推論可能ではない
$\mathbf{Pure}_{\leq n}$	正例から推論可能ではない 完全例から反駁推論可能ではない	正例から推論可能 完全例から反駁推論可能ではない
PCF	正例から推論可能ではない 完全例から反駁推論可能ではない	正例から推論可能 完全例から反駁推論可能ではない
$\mathbf{PCF}^{\leq n}$	未解決	正例から推論可能 完全例から反駁推論可能
非自己保存的 PCF	未解決	正例から多項式時間推論可能

表 1: 書き替えシステムで生成される言語族と現象族の推論可能性の比較表

参考文献

[1] D. Angluin: *Inductive Inference of Formal Languages from Positive Data*, Information and Control **45** (1980) 117–135.

[2] A. Gabrielian: *Pure Grammars and Pure Languages*, International Journal of Computer Mathematics **9** (1981) 3–16.

[3] E.M. Gold: *Language Identification in the Limit*, Information and Control **10** (1967) 447–474.

[4] A. Lindenmayer: *Mathematical Models for Cellular Interactions in Development. Parts I, II*, Journal of Theoretical Biology **18** (1968) 280–299, 300–315.

[5] A. Lindenmayer: *Developmental Systems without Cellular Interactions, their Languages and Grammars*, Journal of Theoretical Biology **21** (1971) 455–484.

[6] H.A. Maurer, A. Salomaa and D. Wood: *Pure Grammars*, Infomation and Control **44** (1980) 47–72.

[7] Y. Mukouchi and S. Arikawa: *Towards a Mathematical Theory of Machine Discovery from Facts*, Theoretical Computer Science **137** (1995) 53–84.

[8] Y. Mukouchi: *Inferring a System from Examples with Time Passage*, in Proceedings of the Eighth International Workshop on Algorithmic Learning Theory, Lecture Notes in Artificial Intelligence **1316** (1997) 197–211.

[9] M. Sato: *Inductive Inference of Formal Languages*, Bulletin of Informatics and Cybernetics **27(1)** (1995) 85–106.

[10] N. Tanida and T. Yokomori: *Inductive Inference of Monogenic Pure Context-Free Languages*, IEICE Transactions on Information and Systems **E79-D(11)** (1996) 1503–1510.

[11] T. Yokomori: *Inductive Inference of 0L Languages*, Lindenmayer Systems (Rozenberg and Salomaa, Eds.), Springer-Verlag (1992) 115–132.

[12] N. Watanabe: *Polynomial-Time Inductive Inference of Simple Regular Automata*, 修士論文、大阪府立大学、1996.