数理解析研究所講究録
1057 巻 1998 年 125-132

Mackey Functors in Equivariant Cohomology Theory

熊本工業大学　河合浩明　(Hiroaki Kawai)

Abstract.
This report is a survey on developments by J. P. May et al. , concerning to Mackey functors in equivariant cohomology theory. They constructed new spectra theory and generalized (co)homology theories associated with their spectra, called RO(G)-graded (co)homology theories. Their construction is more comprehensive and algebraic than classical one. In their developments of spectra, they improved Lindner's definition of Mackey functors which is equivalent to Green's original definition (Theorem A). Furthermore, they mentioned that Mackey functors are intrinsic to RO(G)-graded cohomology theories(Theorem B). Recently, Greenlees and May presented the following interesting result : there is a cofiber sequence of spectra $f(HM) \to c(HM) \to t(HM)$ such that the generalized (co)homology theories associated with $f(HM), c(HM)$ and $t(HM)$ are extensions of the classical (co)homology groups of finite groups (Theorem C).

1. 定義と基本結果 .

G を有限群とする (May 達は一般の compact Lie group として議論を進めているが, 彼らの手法が有限群の場合を基本としているので我々としては有限群で十分と思う). まず基本用語と記号を定義する .

U : G-universe $\Leftrightarrow U = \bigoplus V_i^{\infty} \bigoplus \mathbf{R}^{\infty}$; V_i は 単純 $\mathbf{R}[G]$-加群で, 和は direct sum .
complete G-universe $\Leftrightarrow U = (\mathbf{R}[G])^{\infty}$ また, trivial G-universe $\Leftrightarrow U = \mathbf{R}^{\infty}$.
V : U の indexing space $\Leftrightarrow V$ は universe U の有限次元 G-部分空間 .
$S^V = V \cup \{\infty\}$: V の one-point コンパクト化 .
based G-space X に対して , $\Sigma^V X = S^V \wedge X$, $\Omega^V X =$ 写像空間 $F(S^V, X)$ とおく .

定義 (G-spectra) . based G-spaces の集合 E が次の二つの条件をみたすとき G-universe U で index される G-spectrum と呼ぶ :
(1) 集合としては { based G-space EV | V は indexing space} で, 各 based G-space の間に G-map $\sigma_{V,W} : \Sigma^{W-V} EV \to EW$ が存在して, 任意の pair $V \subset W \subset Z$ に対して作られる図式が可換になる ([5] を参照) .
(2) $\sigma_{V,W}$ の adjoint $\bar{\sigma}_{V,W} : EV \to \Omega^{W-V} EW$ が G-同相となる .

E が条件 (1) のみを満たすとき G-prespectrum と呼ぶ .

定義 . 次の記号を用いる .

hU : G-spectra から成る圏の homotopy 圏 (ここで homotopy は各成分 EV ごとの homotopy) .
$\bar{h}U$: weak equivalence map (各成分 EV ごとに weak eq.) に形式的に逆元を添加して得られる 圏 .

spectra E, E' と based G-space X に対して ,
$[E, E']_G = Hom_{\bar{h}U}(E, E')$=($E$ から E' への $\bar{h}U$ における射全体) .
$E \wedge X = L\{EV \wedge X\}$ (L については下の (1.1)) .

基本結果 1.1. ([5] を参照)
(1) spectra の圏から prespectra の圏への forgetful functor の left adjoint functor L が存在する .
(2) functor Σ^∞ : based G-spaces の圏 $\to \bar{h}U$, $X \mapsto L\{\Sigma^V X\}$ が自然に定義される . このとき, Σ^∞ のもとで次の圏の同値が成り立つ :
(finite based G-CW complex X から成る圏の stable category) $\simeq \{\Sigma^\infty X\} \subset \bar{h}U$
特に trivial U^G において, $\mathbf{Ab}\{G/H \mid H$はG の部分群$\} \simeq \{\Sigma^\infty G/H_+\} \subset \bar{h}U^G$.
($\mathbf{Ab}$ は free abelian group functor で X_+ は $X_+ = X \cup \{base\ point\}$ の意味) .

定義 (spectra の homotopy 群). G-spectrum E に対し, homotopy group system $\bar{\pi}_n(E) : \{\Sigma^\infty G/H_+\} \subset \bar{h}U \to$ (abel 群 の圏) を次のように定義する :

$$\bar{\pi}_n(E)(G/H) = Hom_{hU}(G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^n, E) \quad (\bar{h} \text{ でないことに注意}).$$

このとき $Hom_{hU}(G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^n, E) = Hom_{hU}(S \wedge (G/H_+ \wedge \Sigma_1^\infty S^{n-1}), E)$ より通常の homotopy 群の場合と同様にして abel 群となる . 負の次数についても $\bar{\pi}_{-n}(E)(G/H) = Hom_{hU}(G/H_+ \wedge \Sigma_n^\infty S^0, E)$ と定義する .

以後 U は complete G-universe とする . よって U^G が trivial G-universe であり基本結果 1.1 の (2) より universe が U^G のときが non stable case を意味する .

R : coefficient system $\Leftrightarrow R : \{\Sigma^\infty G/H_+\} \subset \bar{h}U^G \to$ abel 群 の圏 ; additive contravariant functor .
M : Mackey functor $\Leftrightarrow M : \{\Sigma^\infty G/H_+\} \subset \bar{h}U \to$ abel 群 の圏 ; additive contravariant functor.
(任意の G-universe U で $\bar{h}U$ は additive category である)

定義 (Bredon cohomology 群 と $RO(G, U)$-graded cohomology 論) .
(1) G-CW based complex X , すなわち $X^0 = \{base\ point\}$ で X^{n+1}/X^n と ($G/H_+ \wedge S^{n+1}$ らの wedge sum) が G-同相 , に対し通常の CW-complex の場合と同様にして、chain complex system を $\{\bar{C}_n(X) = \bar{H}_n(X^n, X^{n-1}; \mathbf{Z})\}$ と定義する . ここで $\bar{C}_n(X)(G/H) = H_n(X^n)^H, (X^{n-1})^H; \mathbf{Z})$ ($(X^n)^H$ は H-fixed points space) により $\{\Sigma^\infty G/H_+\} \subset \bar{h}U^G$

から abel 群の圏への contravariant functor になる． coefficient system R に対し, cochain complex $\{Transf._{(coefficient)}(\bar{C}_n(X),R)\}$ の homology をとりこれを Bredon cohomology 群 $H^*_G(X;R)$ と定義する． さらに, 任意の based G-space X に対しては $H^*_G(X;R)=H^*_G(\Gamma X;R)$ (ΓX は X に weak equivalence な G-CW complex) と定める．

(2) $RO(G,U)$ を 対象を universe U の indexing spaces 全体、射を G-線形写像 のうち同型かつ等長なものに限る圏とする．(正確にはこの圏の Grothendieck construction によって得られる formal differences $V\ominus W$ からなる圏であるが本稿では略する)．
based G-spaces 上の $RO(G,U)$-graded cohomology 論 E^*_G とは次のような functor のことである ：
E^*_G は functor : ($hRO(G,U)\times\bar{h}$ {based G-space }) $\to$ abel 群の圏, $(V,X)\mapsto E^V_G(X)$ (ここで $h,\bar{h}$ は spectra の時と同じ意味) で対応 $(V,X)\mapsto E^V_G(X)$ は V に関して covariant で X に関しては contravariant であり次の条件をみたす．(1) 一般簡約 cohomology 論の条件，(2) 定義の整合性に関する二つの条件 (くわしくは [5] を参照して下さい)．
さらに同じ定義により G-spectra 上の $RO(G,U)$-graded cohomology 論も定義される．

基本結果 1.2. ([5] を参照)
(1) based G-spaces 上の $RO(G,U)$-graded cohomology theory E^*_G と U で index される ΩG-prespectra ($\bar{\sigma}_{V,W}$ が homotopy equivalence) は関係式 $E^V_G(X)=[X,EV]_G$(ここの $[,]_G$ は空間の間の写像) により一対一に対応している．
(2) Bredon cohomology 群 $H^n_G(X;R)$ は Borel cohomology 群 $H^n(EG\times_G X;A)$ (A は abel 群) の拡張である． 実際, $\bar{A}$ を A に値をもつ constant functor とすると
$H^n(EG\times_G X;A)\cong[(EG\times X)/G,K(A,n)]=[EG\times X,K(\bar{A},n)]_G\cong H^n_G(EG\times X;\bar{A})$.
ここで $K(A,n)$ は Eilenberg-Maclane 空間, $K(\bar{A},n)$ はその拡張, $\cong$ についてはたとえば [1] §2.2 を見てください。

2. Mackey functor.

定義 (Lindner の Mackey functor).
$\Omega(G)$ を span category． すなわち, 有限 G-集合から成る圏で $\Omega(G)$ の元 X,Y に対して X から Y への射を次で定義する ：

$$Hom(X,Y)=\bigoplus_{G/H:X\text{の }G-orbit}\text{free abelian group over }\{\{(\phi,\chi)\}/\sim\}$$

$(\phi,\chi):G/H\xleftarrow{\phi}G/K\xrightarrow{\chi}Y$ で G/H から Y への射を表し $\sim$ はこれらの射の間の同値関係 ([5] を参照). この $\Omega(G)$ に対し
M : Mackey functor $\Leftrightarrow M:\Omega(G)\to$ {abel 群 } ; additive contravariant functor .
(Green, Dress, の定義との同値については [6] を見てください)。

Lindner の定義と May 達の定義は同等である。すなわち次の定理が成り立つ。

定理 A. 任意の G-space Y に対して次の同型が成り立つ：
free abelian group over $\{\{(\phi,\chi)\}/\sim\} \cong [\Sigma^\infty G/H_+, \Sigma^\infty Y_+]_G$.
従って $X \mapsto \Sigma^\infty X_+$ により category 同値 $\Omega(G) \simeq \{\Sigma^\infty X_+\} \subset \bar{h}U$ が得られる．

この定理は次の spectra に関しての基本定理の一つから導かれる。

定理. ([4] を参照)
free abelian group over $\{\Sigma^\infty S^0 \to^{\tau(G/K)} \Sigma^\infty G/K_+ \to^{\Sigma^\infty \bar{y}} \Sigma^\infty Y_+\} \cong \pi_0^G(Y_+) = [\Sigma^\infty S^0, \Sigma^\infty Y_+]_G$

ここで $\tau(G/K)$ は pretransfer で $\bar{y} : G/K_+ \to Y_+, eK \mapsto y$ である．また K は G の部分群の共役類の代表元を y は $Y^K/(K$の $Weyl$群$)$ の代表元のすべてをうごく．

定理 A を証明する前に G-map $\phi : G/K \to G/H$ に対する transfer G-map $\tau(\phi)$ について述べる。簡単のため $K < H$とする. この時 ϕ を H/K を fibre にもつ G-bundle
$\phi : X \times_H (H/K) = G/K \to X/H = G/H$
とみなせるような $G \times H$-空間 Xが存在する． このとき pretransfer $\tau(H/K)$ は次の様に自然な拡張をもつ ：
$\Sigma^\infty X_+ = X_+ \wedge \Sigma^\infty S^0 \to^{1\wedge\tau(H/K)} X_+ \wedge \Sigma^\infty (H/K)_+ = \Sigma^\infty (X \times (H/K))_+$.
これを H-軌道分解して得られる G-map $\tau(\phi) : \Sigma^\infty (X/H)_+ \to \Sigma^\infty (X \times_H (H/K))_+$ すなわち $\tau(\phi) : \Sigma^\infty G/H_+ \to \Sigma^\infty G/K_+$ を trasfer と呼ぶ (講演の時くわしくは Benson の本を見てくださいと言いましたが訂正します. [4] を見てください)．

(定理 A の証明) (ϕ,χ) に対して $(\Sigma^\infty \chi) \cdot \tau(\phi) \in [\Sigma^\infty G/H_+, \Sigma^\infty Y_+]_G$ を対応させる．このとき transfer の定義より同型 $[\Sigma^\infty G/H_+, \Sigma^\infty Y_+]_G \cong [\Sigma^\infty S^0, \Sigma^\infty Y_+]_H$ ([5] ch.14) において $\Sigma^\infty G/H_+ \to^{\tau(\phi)} \Sigma^\infty G/K_+ \to^{\Sigma^\infty \chi} \Sigma^\infty Y_+$ に $\Sigma^\infty S^0 \to^{\tau(H/K)} \Sigma^\infty H/K_+ \to^{\Sigma^\infty \chi} \Sigma^\infty Y_+$ が対応しているので前の基本定理より同型が示される．

3. RO(G,U)-graded cohomology 論 と Mackey functor

定義 ($\bar{h}U$ 上の **Z**-graded cohomology 群 と Eilenberg-Maclane spectra)
(1) G-CW spectrum E , すなわち $E^0 = \{trivial\ \text{G}-spectrum\}$ で E^{n+1}/E^nと $(G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^{n+1}$ らの wedge sum) が spectra として同型 , に対して chain complex system を $\{\bar{C}_n(E) = \bar{\pi}_n(E^n/E^{n-1})\}$ と定義する． このとき $\bar{C}_n(E)$ は Mackey functor で , Mackey functor M に対し cochain complex $\{Transf_{\cdot(Mackey)}(\bar{C}_n(E), M)\}$ の homology をとって G-CW spectra 上の , さらに CW-近似により $\bar{h}U$ 上の **Z**-graded cohomology 群 $H_G^*(E; M)$

を定義する．
(2) Brown の representability theorem ([5] ch.13) により $H^0_G(E;M) \cong [E, HM]_G$ となる G-spectrum HM が存在する．この HMを Mackey functor M の Eilenberg-Maclane G-spectrum と定義する．この時
$\bar{\pi}_n(HM)(G/H) = [G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^n, HM]_{hU} = [G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^n, HM]_G = H^0_G(G/H_+ \wedge \Sigma^\infty S^n, M)$
となり空間の場合と同様に, これは n=0 のとき $M(G/H)$, $n \neq 0$ のとき 0 となる.

命題 3.1. Mが Mackey functor のとき, $H^n_G(X;M) = H^n_G(\Sigma^\infty X;M)$.

(証明) (記号および式変形については [5] を見てください)
定義より XはG-CW complex としてよい。このとき $\Sigma^\infty X$ も G-CW spectrum となる。まず二つの chain complexes が同型となることを示す.
$\bar{C}_n(\Sigma^\infty X) = \bar{\pi}_n((\Sigma^\infty X)^n/(\Sigma^\infty X)^{n-1})$
$= hG\ \mathcal{F}\ [G/H_+ \wedge S^n, (\Sigma^\infty X)^n/(\Sigma^\infty X)^{n-1}$ の $\{0\}th\ space]$
$= hG\ \mathcal{F}\ [G/H_+ \wedge S^n, Q(X^n/X^{n-1})]$
$= \{G/H \wedge S^n, X^n/X^{n-1}\} = H_n((X^n)^H, (X^{n-1})^H; \mathbf{Z}) = \bar{C}_n(X)$.
さらに, (記号および式変形については [3] を見てください)
$Trasf._{(coefficient)}(\bar{C}_n(X), M) = Transf._{(coefficient)}(S^*\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), S^*M)$
$= [HS^*\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), HS^*M]_G = [i^*H\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), i^*HM]_G = [i_*i^*H\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), HM]_G$
$= [H\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), HM]_G = Transf._{(Mackey)}(\bar{C}_n(\Sigma^\infty X), M)$.

上の命題より次の同値の一方の証明はただちに示される。

定理 B. Mを coefficient system, $\tilde{H}^*_G(X;M)$ を簡約 Bredon cohomology 論とする．このとき,
Mが Mackey functor まで拡張可能 $\Leftrightarrow$ $\tilde{H}^*_G(X;M)$ が $RO(G,U)$-graded cohomology 論まで拡張可能．

(証明) $(\Rightarrow)$
$\tilde{H}^n_G(X;M) = \tilde{H}^n_G(\Sigma^\infty X;M) = \tilde{H}^n_G(\Sigma^n\Omega^n\Sigma^\infty X;M) = \tilde{H}^0_G(\Omega^n\Sigma^\infty X;M) = \tilde{H}^0_G(\Sigma^\infty_n X;M) = [\Sigma^\infty_n X; HM]_G = [X, HM(\ \mathbf{R}^n)\ ]_G = HM^n_G(X)$. すなわち spectrum HM に対応する $RO(G,U)$-graded cohomology 論 まで拡張される．
$(\Leftarrow)$
$\Sigma^\infty G/H_+$から$\Sigma^\infty G/J_+$への任意の map に対して $M(G/J)$ から $M(G/H)$ への compatible な morphism が定義できることであるが, 定理 A より $(\Sigma^\infty\chi)\cdot\tau(\phi) \in [\Sigma^\infty G/H_+, \Sigma^\infty G/J_+]_G$ について考えれば十分である． transfer $\tau(\phi)$ にたいして pretransfer $\tau(H/K) : \Sigma^\infty S^0 \to \Sigma^\infty H/K_+$ が一意的に対応する．さらに $\tau(H/K)$ に対して, 一意的ではないが空間レベルでの map $\tau : S^V \to S^V \wedge (H/K)_+$ が対応する ([5] ch.12).

ところで $\tilde{H}_H^*(X;M_H)$ も $RO(H,U_H)$-graded cohomology 論 に拡張可能であることに注意すると

$M(G/K)=M_H(H/K)=\tilde{H}_H^0(H/K_+;M_H)=E_H^0(H/K_+)=E_H^V(S^V\wedge(H/K)_+)$.

同様にして $M(G/H)=E_H^V(S^V)$ となる．そこで上の τ を用いて $\tau^*:M(G/K)=E_H^V(S^V\wedge(H/K)_+)\to E_H^V(S^V)=M(G/H)$ が定義できる．このとき E_H^* の定義より τ^* は τ のとり方によらず一意にきまる． あと $\Sigma^\infty\chi$ に対しては明らかに $\chi:G/K\to G/J$ より $\chi^*:M(G/J)\to M(G/K)$ が定まるので $(\Sigma^\infty\chi)\cdot\tau(\phi)$ にたいして morphism $M(G/J)\to M(G/H)$ が定義でき MはMackey functor となる．

4. Generalized Tate cohomology

ここでも U はcomplete とする。cofiber sequence $EG_+\to S^0\to \tilde{EG}$ ($\tilde{EG}$ は EG の unreduced suspension) と U で index される G-spectrum E にたいして次の可換図式が得られる：

$$\begin{array}{ccccc}
E\wedge EG_+ & \longrightarrow & E\wedge S^0(=E) & \to & E\wedge \tilde{EG} \\
\downarrow\ \epsilon\wedge 1 & & \downarrow\ \epsilon & & \downarrow \\
F(EG_+,E)\wedge EG_+ & \to & F(EG_+,E) & \to & F(EG_+,E)\wedge\tilde{EG}\ .
\end{array}$$

ここで $F(X,E)$ は function spectrum すなわちindexing space V にたいし, Xが空間のときは $F(X,E)(V)=F(X,EV)$ また Xが spectrum のときも同様に定義される．図式の二つの行は spectra の cofiber sequence である．さらに $\epsilon:E=F(S^0,E)\to F(EG_+,E)$ は EG が可縮より G の作用を考えなければequivalence であり，EG_+による積により spectra は free G-CW spectra となることより spectra に関する Whitehead の定理 ([5] ch.12) を適用して $\epsilon\wedge 1$ は G-homotopy equivalence となる．
下の行の spectra を $F(EG_+,E)\wedge EG_+=f(E)$, $F(EG_+,E)=c(E)$, $F(EG_+,E)\wedge\tilde{EG}=t(E)$ とおく．

G-spectra E と X に対し、基本結果 (1.2) と同様な関係式 $E_G^V(X)=[\Sigma_V^\infty S^0\wedge X,E]_G=[\Sigma_V^\infty S^0,F(X,E)]_G$ (X が空間の場合は $[X,EV]_G=[\Sigma_V^\infty X,E]_G=[\Sigma_V^\infty S^0\wedge X,E]_G$) により $RO(G,U)$-graded cohomology 論 が定まる．さらに $E_V^G(X)=[\Sigma^\infty S^V,E\wedge X]_G$ により $RO(G,U)$-graded homology 論 も定まる．簡単のため $V=\mathbf{R}^n$ のとき $E_G^V(X)=E^n(X)$, $E_V^G(X)=E_n(X)$ とおく．

この時，$E^n(X)=\pi_{-n}(F(X,E))(G/G)$, $E_n(X)=\pi_n(E\wedge X)(G/G)$ であり, cofiber sequence の homotopy 群をとることによって次の命題が得られる ([2] 参照)．

命題 4.1. X は G-spectrum または based G-space とする．次の long exact sequence が得られる ：

$$\cdots \to f(E)^n(X) \to c(E)^n(X) \to t(E)^n(X) \to f(E)^{n+1}(X) \to \cdots$$

$$\cdots \to f(E)_n(X) \to c(E)_n(X) \to t(E)_n(X) \to f(E)_{n-1}(X) \to \cdots .$$

特に、E が Mackey functor に対する Eilenberg-Maclane spectrum のとき上の spectra 上の $\mathbf{Z}$-graded (co)homology 論は従来の有限群の (co)homology 群の拡張となている．

定理 C. Vを $\mathbf{Z}$ $[G]$-加群 ($\mathbf{Z}$ 上有限生成とは限らない), Mを $M(G/e) = V$ となる Mackey functor とする (一意とは限らない)．HMを M の Eilenberg-Maclane G-spectrum とするとき，
$f(HM)_n(\Sigma^\infty S^0) = Tor_n^{\mathbf{Z}[G]}(\mathbf{Z},V)$, $c(HM)^n(\Sigma^\infty S^0) = Ext^n_{\mathbf{Z}[G]}(\mathbf{Z},V)$,
$t(HM)^n(\Sigma^\infty S^0) = \bar{H}^n(G,V)$ (Tate cohomology group).

(証明の概略) 簡単のため $\Sigma^\infty S^0 = \underline{S}^0$ とおく．

(1) $f(HM)_n(\underline{S}^0) = 0$, $c(HM)^n(\underline{S}^0) = 0$ for n $<$ 0 .

(2) 次の条件を満たす covariant functor L : $\mathbf{Z}[G]$-加群の圏 $\to$ G-spectra の 圏が存在する ：
$\mathbf{Z}[G]$-加群 V と $M(G/e) = V$ となる Mackey functor M にたいし，

$$\begin{array}{ccccc} f(HM) & \to & c(HM) & \to & t(HM) \\ \downarrow\wr & & \downarrow\wr & & \downarrow\wr \\ f(LV) & \longrightarrow & c(LV) & \to & t(LV) \end{array}$$

は G-equivalent である．さらに、$\mathbf{Z}[G]$-加群の short exact sequence $0 \to V' \to V \to V" \to 0$ に対し $LV' \to LV \to LV"$ は G-spectra の cofibration sequence となる．すなわち上記の $\mathbf{Z}$-graded (co)homology 論に関して long exact sequence をもつ．

(3) V が自由 $\mathbf{Z}[G]$-加群のとき $f(HM)_n(\underline{S}^0) = c(HM)^n(\underline{S}^0) = 0$ となる。よって (2) の long exact sequence より degree 0 の場合に帰着されるが degree 0 のとき $f(HM)_0(\underline{S}^0) \cong V/IV$, $c(HM)^0(\underline{S}^0) \cong V^G$ が成り立つ．

(4) Tate cohomology に関しては (3) と命題の long exact sequence より, ただちに $t(HM)^n = c(HM)^n$ $(n \geq 1)$, $t(HM)^{-m} = f(HM)_{m-1}$ $(m \geq 2)$ が成り立つ．さらに homomorphism

$$f(HM)^0(\underline{\mathrm{S}}^0)(= f(HM)_0(\underline{\mathrm{S}}^0) = V/IV) \to c(HM)^0(\underline{\mathrm{S}}^0)(= V^G)$$

が norm map $N = \Sigma g$ によって与えられていることが示され $t(HM)^0(\underline{\mathrm{S}}^0) = V^G/NV$, $t(HM)^{-1}(\underline{\mathrm{S}}^0) = Ker\ N/IV$ が成り立つ．

参考文献

[1] D. J. Benson, *Representations and cohomology II*, Cambridge Studies in Advanced Math. vol. 31, Cambridge Univ. Press, 1991.

[2] A.D. Elmendorf, I.Kriz, M.A. Mandell, and J.P. May, *Rings, modules, and algebras in stable homotopy theory*, Amer. Math. Soc. Surveys and Monographs vol. 47, Amer. Math. Soc., 1997.

[3] J. P. C. Greenless and J. P. May, *Generalized Tate cohomology*, Memoir American Math. Soc. No. 543, Amer. Math. Soc., 1995.

[4] L.G. Lewis, J.P. May and M. Steinberger (with contributions by J.E. McClure), *Equivariant stable homotopy theory*, Lecture Notes in Mathematics vol. 1213, Springer,1986.

[5] J. P. May, et al. *Equivariant homotopy and cohomology theory*, NSF-CBMS Regional Conference Monograph No. 91, Amer. Math. Soc., 1996.

[6] J. Thevenaz and P. J. Webb, *The structure of Mackey functors*, Trans. Amer. Math. Soc. 347, (1995), 1865-1961.