数理解析研究所講究録
1064巻 1998年 108-113

数学史をいかに数学教育に活すか？

ー随想と提言ー

東京電機大学・理工　一松　信 (Sin Hitotumatu)

0．初めに　今回の指導要領改訂に当って、一時期高等学校数学に「数学史」が取上げられるような噂があった。しかし高等学校で「数学史」そのものを教えることは、既に長岡氏と公田氏が（私も）力説した通り、不適切かつ不可能に近い業である。その後その狙いは「数学史」そのものではなく、「数学史的な視点」を取入れるという意味らしいと判明した。

そのような観点についてはICMIに委員会があり、その報告もあった。私の話は数学史そのものの研究報告ではなく、いささかお門違いの内容だが、一つの提案としてお許しを乞う次第である。

1．数学史の意義　高木貞治先生の随筆に「数学史わさび説」がある。サシミをそのまま食べていた人が、あるときワサビを付けて食べたらとてもおいしかった。そこでワサビを丸ごとかじった．．．というたとえ話である。

数学史の専門家には腹がたつたとえ話かもしれないが、数学教育への活用では、数学史は「ワサビ」の役に徹するのも、一つの方策と思う。後にも論じるが、数学を出来上がった体系としてだけではなく、それが出来ていく過程を重視し、時には通説に疑問を喚起することが、教育上で重要と思う。その場合には「現在の立場からの再構成」「歴史の変形」もある程度許されると信じる。

高等学校だけではなく、近年では「大学生用補修塾」特に「数学落ちこぼれ学生用塾」が繁盛しているという。そこにくる学生のうち、予備知識不足が原因の人々はまだしも救い易いらしい。適当な教科書を与えて自習させれば済む。問題は「適切な教科書」がないことである。案外適切なのは、昔（いわゆる現代化以前）の教科書・参考書のようである。

しかし多くの学生が補修塾にくる原因は、次の二点だという。第一は概念のイメージが掴めず、次第にわからなくなった場合である。線形代数学の「一次独立性」がその典型例らしい。

第二は「先行き不安」である。それは将来の就職難ではない。Motivationが明示されず、講義が何処にいくのかわからない；学期末には時間切れのために砂漠の真ん中でほおり出されるのではないかという不安である。

これらはいずれも「数学教育の失敗」であり、学生の習いたいことと、教授が教えたいこととの深刻なミスマッチである。残念ながら熱心な教授達が、自分の気がつかないうちに多数の「数学嫌い」を養成している形である。

このような学生達の救済には、Motivationを示し、数学史的な観点から理論の出来ていく過程を説明するのが有効なようである。数学史家に期待したい。

2．いくつかの先例　　これまでにもそのような試みがなかった訳ではない。例えば物理学者Feynman が講義した（日本語訳がある）Newtonの万有引力の法則からKeplerの法則を、微分方程式を使わず初等幾何学的に導いた試みがある。その主要点は差分近似だが、時間間隔を等しく取るのではなく、太陽から見た運動角が等しくなるように分割し直すという着想である。歴史的な方法ではないが、現在の我々には実にわかり易い説明であり、優れた研究だと思う。

日本でも微分積分学において、その形成史を取入れた授業を長年試みてこられた高等学校の先生がいる。不幸にして最初の年には説明が足りず、「日本が戦国時代で殺しあいばかりをしている間に、ヨーロッパでは学問が大発展をとげた」といった誤ったイメージを植え付けてしまったと反省しておられた。 16/17世紀のヨーロッパは激動の時代であり、だからこそ新しい技術が歓迎され大発展したといった事実は、少し歴史を調べれば直にわかる。

米国（及び多くの英語圏の諸国）で最近十年程の「微分積分学教育改革運動」において、19世紀以降の「合理化」を一先ず棚上げし、もう一度17世紀からの形成過程そのものを、必要ならばコンピュータ／電卓を活用しつつ再構成しようという試みが、中心課題になっているように見える。

微分積分学形成史には、Bourbakiを初め多くの優れた研究があるが、まだ残された課題や、我々にも手の付けられそうな問題があるような気がする。(6節参照)

3．数学概論の勧め　近年の数学は著しく細分化され、なかなかその全体を展望することが困難になった。しかしいきなり個々の分野の詳細に入る前に、数学全体の展望が望ましい。

これまでにも多くの大学で「数学概論」といった講義が行われている。しかしその内容が「歴史的に見た数学」である例は稀で、多くは現代数学の基礎（と信じられている）「集合・位相・代数系」が中心である。しかもしばしばBourbakiそのものである。

本年（1998年）春の「数学教育の会」で、激烈な意見があった（私は拝聴できず予稿を見ただけだが）。ある大学でそのような「数学概論」を見て大いに腹がたった； 何故誰かが注意しないのかと思ったが、それは「大学の自治・研究教育の自由」に反すると気が付いた；学生の評価にでも頼るしかないという趣旨である。

確かに「数学の流れ」といった講義は難しい。しかし数学史の研究者の協力を得て、何人か（できれば数学教室全員）の回り持ちで、そのような趣旨での「数学概論」を、大学初年級で実施することは不可能ではないし、真剣に考える必要があろう。

但しMotivationは難しい。最初に物理学の基本ともいうべきMaxwell,Navier-Stokes, Schrödinger の諸方程式を挙げたら、一部の学生は大いに興味を示したが、半分以上の学生はやる気を失ったという例がある。工学部の共通講義で有限要素法を講義したとき、最初に構造解析だけを論じていたら、何時の間にか建築関係の学生しか残らなかった；その後流体力学に移ったら、聴講学生がいなくなったという話もある。ある程度幅広く「役に立つ」ことを教える必要がある。

「数学とは何か？」に的確に答えるのは至難の業だが、色々な時代に「数学とはどのように考えられていたか？」については、ある程度説明できそうである。それとともに「数学の語り部」の養成も、数学科及び教育系（数学専攻）での一つの目標とすべきだろう。

4．数学史上のパラダイム変革　クーンの「Paradigm論」は余りにも有名である。彼自身がモデルにしたのは物理学であり、数学については最初は疑問視したが、後に改宗したといわれる。但し数学では「短時間で終る革命」ではなく「何時の間か気がついたらそう変っていた」とい慢性的な変革のようである。

多くの人が力説しているように、そのような大きな変革が、数学の歴史上に少なくとも３回あった。

① 古代ギリシャ BC 4世紀頃：精密論証体系、すなわち「数学の命題は証明を要する」という認識。しばしば「これ以後が真の数学」と考えられている。

② ルネサンス期 16/17 世紀：象徴的に「微分積分学の誕生」と呼ばれているが、詳しくいうと 図形から数に（計算も証明の内）、変化する量を積極的に扱う、自然界の記述言語としての数学 などが特徴である。

③ 1850以降 象徴的に「抽象数学」と呼ばれる。数学の対象が必ずしも自然物でなく「人工物」に代り、方法も計算から概念中心に移行する。

但し③については、数学教育の面ではもちろん、数学の研究方法の面でも色々と批判がない訳ではない。

かつていわゆる「数学教育の現代化」の頃、故河田敬義教授が是非上記の三つのパラダイム変革を、高等学校の生徒全員に伝えたいと語っておられた。

しかし③がまだ完結しないうちに、次の第四の波がきたようである。

④ 1950以降 コンピュータの大発展による計算理学、抽象世界から多彩な現実世界の現象への回帰。

いささか脱線だが、20世紀の中央である1950年に「50年後の科学・技術の予測」を見た記憶がある（但し正確な文献名を覚えていない）。いま思い出すと宇宙科学・コンピュータなど当時の予想以上に大発展した分野もあるが、輝かしい未来の象徴とされた原子力・抗生物質などは大きなつけを残した。気候変動はむしろ寒冷化が心配されていた。公害・環境問題などは全く考えられてもいなかった。

その中にあって数学はささやかに次の二行だけだった。

① 抽象化・モデル化の手法が自然科学以外の分野にも広まる。

② コンピュータの発展によりこれまでに解けなかった方程式の計算ができ、新生面が開かれる。

これらは当ったようである。もちろんカオス・複雑系などへの言及はなかった。

未来予測は難しい。特に近年は技術よりも「投資効果」が優先される傾向があり、その昔の「夢のような大計画」の大半が否定されている。少し寂しいがそれは年寄りの郷愁としておこう。

5．歴史観の課題　　歴史書は極端にいえば、著者の歴史観の発露である。数学史も含めて科学史はとかく「勝利史観」に陥りやすい。ーそれは現在の成果が最終形であると考え、現在を基準としてすべてを判定する歴史である。今年春の集りでも「昔の人は頭が悪い」という印象を持ちやすいという指摘があった。

しかし私は逆に「昔の人はものすごく偉かった」という印象を持つことが多い。特別に頭がよくなければ数学の研究は出来なかったのだろうし、限られた道具しかなかった時代には、うまい工夫をせざるを得なかったのだろう。しかしそうと頭で理解はしても、今の我々は一般論に安易に頼りすぎて、かえって駄目になったのではないかという「堕落史観」に傾きがちである。

数学史からはそれるが、最近次の文献を読んで教えられる所が多かった。

古館　晋：［九州ヤマト王朝史〕ー人間の未来；アジアの視点から、ＣＥＬ（大阪ガスＰＲ誌；季刊）、No 36(1996春）～No.44(1998春).

但しこの9回連載論文に対する上記の全体の題は、私が仮に付けたものであり、原論文には毎回の章の題しか付いていない。それは古事紀・日本書記を歴史書としてよりも「推理小説」として解読しようと試みた研究である。その所説に全面的に同意はしかねるものの、教えられる点が多い。特にその最後にある次の言葉は、歴史研究者にとって基本的な心得と思うので敢えて紹介する。

歴史研究者にとって、飽くことなき好奇心・文献の精読・ささいな疑問点も無視しないといった心掛が不可欠なのは当然だが、これまでの歴史研究に欠けていた（あるいは意図的に排除されていた）のは、人間の心・書いた人の意図　に関する洞察である。

他にも色々と紹介したい面白い内容は多いが、当面の主題から余りにも逸脱するのでこれだけに留める。

6．ささやかな提案；結びに換えて　　数学史を数学教育に活かすとすれば、題材は古代ギリシャや和算などからも多数あるものの、考え方の面では近代以降に重点を置くべき

と思う。但しそうなると高等学校以上が主になるだろう。

以下の話題は私にとっての「宿題」である。必ずしも高等学校の課程とは限らず、大学あるいは特に意欲と実力のある生徒に対する課題研究の材料である。再構成にはコンピュータ／電卓の利用が当然の前提である。

その内幾つかは少し調べているが、専門家の方々の御協力を頂ければ幸である。

1°.対数の発見史、 Brigsによる対数表の計算と検算の検討。

注　最初の対数表が1624年に公表された。1924年に英国政府が計画し四半世紀後に完成したが、コンピュータのために無用の長物になったのは、高精度（20桁）の対数表だった。

2°.区分求積による積分の導入。Fermatは等比数列的な分割でx^nの積分を求めた。指数関数・三角関数は加法定理によって和が計算できるので直接積分ができる。 $1/x$の原始関数として自然対数関数が導入でき、対数関数の積分からStirlingの公式が導びかれる。これらを歴史とからめて総合的に扱ってみたい。

3°.　19世紀における極限の概念・実数の連続性の精密化の再検討。特に近年の「逆数学」の成果を踏まえて、最低限度の帰納的集合だけを使う微分積分学の構成。

4°.　19世紀のイタリアの解析学者；例えば

F.Casorati(1835-90), F.Brioschi(1824-97), U.Dini(1845-1918; 偶然G.Cantorと同じ)

Fubini, Tonelli, Voletrra, Cesàro, Beppo Levi

らの成果の再検討。

5°.英国で18世紀にいわゆる Invisible Collegeで活躍した民間の「奇人・変人」達の足跡。世界に魁て産業革命を支えたのは、これらの「民活」の力が大きいらしい。これは次の時代の先端研究にとっても、参考になる資料と思う。

以上勝手な意見を述べたが、次回以降多少とも具体的な調査結果を報告したいと思う。