

円管内流れにおけるパフ発生の初期過程

筑波大学・機能工学系 松内 一雄 (Kazuo Matsuuchi)

1 はじめに

1883年の Reynolds の実験以来、今日 Reynolds 数の名で呼ばれている無次元数がある値より大きい場合、管内の流れは乱流に遷移しそれ以下では層流であることが知られている。この臨界値を求める試みが最初 Sextl[1]によってなされた。これは軸対称無限小攪乱の増幅の有無を調べたものである。その後も多くの研究者によって同様の試みはなされたが、攪乱はすべて減衰し流れは安定である [2] [3]。三次元無限小攪乱に対しても同様の試みがなされたが、攪乱は減衰し臨界 Reynolds 数の存在を説明できていない [4][5]。この矛盾を管の助走距離に求める試みが Tatsumi[6]によりなされたが、計算された臨界 Reynolds 数は極めて高く、やはり矛盾を解消するに至っていない。

この原因を攪乱の有限振幅に求める試みが最初 Davey と Nguyen[7]によりなされた。軸対称攪乱に対する平衡振幅の存在が示され、非線形による不安定の説明が可能であるようにみえたが、Itoh[8]により軸対称有限攪乱は安定であることが示された。両者の矛盾の理由については Davey[9]に詳しい。さらに Patera と Orszag(1981) [10]は、直接数値シミュレーションを行い、軸対称有限攪乱は安定であることを証明している。また、1983年に Orszag と Patera[11]によって軸対称有限攪乱に対する二次不安定が計算され、三次元攪乱は強い指数増幅を示すが、軸対称有限攪乱の強い減衰によって阻まれることが報告されている。

円管内の無限小三次元攪乱が正規モード(normal mode)でないことに起因する攪乱エネルギーの増幅が、Bergström(1992)[12]によって計算された。軸方向波数 $\alpha = 0$ に対する攪乱について、例えば、レイノルズ数が1000の時、エネルギー密度はピーク時で167倍にもなる。このピークの後、エネルギーは時間のべきで減衰する。このような非正規攪乱の増幅が乱流への遷移に関与していると期待され、非線形の効果が評価された。しかし、この結果は否定的で $\alpha = 0$ の場合 [13]、 $\alpha \neq 0$ の場合 [14]とも、非線形は増幅を抑制するように働く。

一方、実験では臨界 Reynolds 数の下限近くの Reynolds 数の低いところで、パフと呼ばれる乱流塊の発生が知られている。この発生メカニズムを知ることが、臨界 Reynolds 数の決定の鍵になるとの観点からパフ発生の初期過程を調べる実験を行った。自然遷移を起こさないように入口部にベルマウスを付けた円管流れに、周期強制攪乱を与えることによりパフを強制的に発生させ、パフに成長するまでの乱れの初期発達過程を明らかにした。

2 実験方法

管径 $D = 26\text{mm}$ のアクリル性のパイプを繋ぎ合わせ、全長 8.2m の直管とした。管の下流側に設けられた送風機により、空気を吸い込み、流れを与えている。この送風機とアク

リルパイプはフレキシブルな管により連結され、また、途中には減衰箱が設けられ、送風機の振動が管に直接伝搬することはない[15]。

管入り口から距離 $x = 56D$ の位置に開けられた一つの孔から噴流を周期的に吹き出し、攪乱を管内に与えた。この周期攪乱 (Periodic Disturbance) 発生装置 (以下PD装置と略記) は二種類製作した。一つはスピーカーによるもので40Hz以上の周期攪乱を発生させることができ、スピーカーの入力電圧を変えることで、振幅を調整することが可能である。他の一つは、ピストンを用いたものであり、30Hz以下の攪乱を発生させることができる。

非定常速度は熱線風速計により行った。熱線は直径 $5\mu\text{m}$ のタングステン線に受感部1mmを除いて銅メッキし、管側面に開けられた直径0.1mmの孔を通じて管中心を通るように設置される。この孔は実験時には水によりシールされる。この熱線は半径方向に0.1mmの精度でトラバース可能であり、この研究のために特別に設計したものである。この熱線を用いた風速計の較正は、同じこの管内の層流を用いてなされた。すなわち、放物型の速度分布を持つ十分下流にこの熱線を設置し、流速に対する電圧の関係を求め較正した。この熱線の直径を代表長さにしたレイノルズ数は最大でも、10程度であり、非定常な渦を下流へ放出することはなく、多点の同時測定が可能である。つまり、上流側で乱れの発達過程を測定しながら、下流でパフの通過を観測することができる。

測定レイノルズ数 Re は、パフの発生頻度が高く、ほぼ平衡状態を保つ2200付近に選んだ。現実には、数種のレイノルズ数で実験をおこなったが、ここでの定性的議論には直接このレイノルズ数の影響は入っていない。

3 実験結果

3.1 初期スペクトルの普遍性

図1は、PD装置下流20cm ($x = 48.3D$)、管中心 ($r/R = 0$) におけるパワースペクトルである。横軸は周波数、縦軸はエネルギーの大きさを表している。このスペクトルは顕著な特徴を示している。外部攪乱がなくパフが発生していない場合 (PD off) と発生する場合の二つに明瞭に分かれている。外部攪乱の周波数とその高調波に攪乱の性質が現れているが、それを除けば外部攪乱を特徴づけるものは何も存在しない。すなわち、乱された流れは、どのような方法で乱されたかには関係なく、ほとんど一瞬にして普遍的な構造を形成する。この間、通常見られる入射攪乱の増幅過程は観測されない。このスペクトルの普遍的構造から極めて初期の段階でパフの発生条件は決定されていると考えられる。この普遍的構造はさらに下流でも認められる。

3.2 攪乱の敷居値

次に、攪乱周波数を180Hzに固定し、スピーカー入力電圧を変化させた場合のスペクトルを図2に示す。これは $x' = 38.5D$ (x' はPD装置を原点に下流側に測った距離) において測定されたものである。入力電圧が5.0、2.2Vの時には下流でパフが発生したが、1.0Vの時には発生しなかった。このように、パフが発生するための攪乱強さには敷居値が存在して

いる。この敷居値は噴流出口から $D/2(=13\text{mm})$ 離れた地点で測った速度変動の rms 値でほぼ 0.5m/s であった。この値は断面平均流速(約 1.3m/s) に比べて小さいとは言えない。例えば、二次元 Poiseuille 流で起こる敷居値不安定の場合、その敷居値は中心流速に対する比でほぼ 1% と極めて小さい [16]。このことから、通常の遷移とは全く異なることが予想される。

3.3 乱れの局在化メカニズム

まず、 $180\text{Hz}(2.2\text{V})$ の攪乱が入射されている場合の 3 点での熱線風速計の出力を図 3 に示す。上流側に 2 本 (ch.0, ch.1)、下流側の管軸にパフの発生を知るための 1 本 (ch.2) 計 3 本からの同時出力結果である。上流側の ch.0 は管軸 ($r/R = 0$) に ch.1 は $r/R = 0.77$ に設置した。(a) は $x = 72.5D$ における速度波形で、ch.0, ch.1 とともに相関はなく、一様に乱れた状態になっている。次に、(b) は $x = 94.5D$ での波形である。管軸はほぼ一様に乱れているが、管壁 ($r/R = 0.77$) では高周波の波が減衰し低周波の波が支配的となっている。この低周波の波長は、熱線位置の平均流速を考慮すると約 0.5m と計算される。攪乱周波数が 15Hz の場合も、ほぼこの地点から低周波攪乱が顕著になることから、攪乱の種類を問わず、この付近が低周波の発生がもっとも活発になる場所であると考えられる。なお、 15Hz の場合には、自己相関関数からもこの低周波の波長を決定した。壁近傍の $r/R = 0.77$ で攪乱周波数の 15Hz と同様約 2.5Hz の低周波が現れる。移動速度を考慮すると、この低周波は波長 $\lambda = 0.6\text{m}$ となり、直接波形から求めた値に極めて近い。この低周波の乱れがパフの直接の源となるが、まだこの段階では ch.2 で捉えられているパフと相関を持つ乱れは存在しない。この約 $95D$ の地点が攪乱の局在化初期領域の開始点と考えられる。さらに、下流の $x = 132.9D$ における速度波形を (c) に示す。管軸 (ch.0) と管壁 (ch.1) とに明確な相関が見られ、さらに下流 (ch.2) のパフとも相関を持っていることは明瞭である。すなわち、管断面に渡る局在化した乱れが存在している。なお、図中の 2 本のカーソルは 2 点間 (ch.0, ch.1 と ch.2) の距離を乱流塊が断面平均速度で伝搬するとしたときの時間差を示したものである。この壁面近くと管軸上の速度の明確な相関は $110D$ あたりから見られた。

次に、前に述べたエネルギーの変化を $r/R = 0$ と $r/R = 0.85$ の二つの半径位置におけるスペクトル分布から眺めてみる (図 4)。入射攪乱として $180\text{Hz}(2.2\text{V})$ を与えた場合である。攪乱を与えた直後においては、軸上と管壁付近 ($x' = 3.3D$) では大きく異なる。さらに下流 ($x' = 17.3D$) ではこの差はいくぶん小さくなるがまだその差は残っている。ここで注目すべきは壁面近くにおける高調波 (この場合 360Hz) の存在である。何等かの非線形作用が働いている。特に、 $x' = 38.5D(x = 94.5D)$ においてこの非線形作用が顕著で、3 倍の高調波も現れている。この高調波の発生後、 $x' = 52.3D(x = 108.3D)$ において低周波のエネルギーが増加する。詳しいメカニズムは分かっていないが、強い非線形作用の結果であることは確かで、高周波から低周波へのエネルギーの移動もしくは低周波の生成が起こっているものと考えられる。この $x' = 52.3D$ では 10Hz 以下の低周波を除いて半径方向の差異はほとんど無くなる。大雑把に言えば $x = 95D$ あたりから続く低周波の発生は $x = 110D$ を境に、これより下流では、壁面における高調波の発生も見られず低周波の存在が顕著になる。

よく知られているように、発達したパフは管軸において乱れの極大値を持つ (Wyganskiら (1975)[17]によればパフ後縁の軸上で、次に述べる乱れ強さが0.22となる)。しかし、上で述べたように $x = 95D$ より下流では、壁付近の低周波の乱れが支配的になる。そこで、壁付近に存在した低周期の乱れが軸方向に移動するメカニズムが存在するはずである。この予測から乱れ強さの半径方向分布を計測した。攪乱180Hz(2.2V)に対するこの結果を図5に示す。乱れの局在化初期領域にあたる、非線形効果が著しいPD装置下流100cm($x = 94.5D$)とPD装置下流140cm($x = 108.3D$)付近において測定されたデータである。正確さを期すためにデータのばらつきをエラーバーで示している。

最初壁付近に極大値が存在し、管軸に向かって減少するが $x = 109.8D$ の地点で少し半径方向に移動するとともに、管軸に向かう乱れ強さの減少は緩やかになる。同様の傾向は15Hzの場合にも観測された。しかしながら、これより下流ではこの軸方向への極大値の移動は観測されず、管軸において局在化した乱れが観測される。つまり、管壁から発達した低周期の波は急激に管軸に向かうとともに、110Dあたりで管断面全体におよぶ局在化した乱流塊を形成する。この急激な変化は乱流境界層で普通に見られるバーストに似たものと思われるが、断定するにはデータ不足である。

これまでの結果を総合すると遷移の初期段階は

- 領域 I 入射攪乱の成分を多く含む、管断面にわたり一様に乱れた領域 ($x = 56D \sim 95D$)
- 領域 II 管壁から低周期の波 (波長 $\lambda = 0.5m$) が発生し発達する領域 ($95D \sim 110D$)
- 領域 III 層流間に乱流塊が間欠的に存在し管断面にわたり乱れが局在化する領域 ($110D \sim 150D$)

に分類される。この変化の過程の概略を図6に示す。

4 結論

以上得られた結果をまとめると次のようになる。

1. パフが発生するための条件は攪乱が与えられた直後に決まり、そのスペクトルは普遍的構造を持つ。
2. 発生するか否かを決定する攪乱強さには敷居値が存在する。この大きさは流れの平均流速に比べて無視できない大きさを持つ。周期攪乱の増幅は観測されず激的なスペクトル変化を引き起こす。
3. 遷移の初期過程は三つの領域に分けることができる。まず、攪乱入射直後は攪乱周波数が支配的な一様に乱れた領域であり、乱れの局在化が管壁付近の非線形領域から始まり、ここで低周期の乱れが発生し、下流に向かい管軸方向に発達する。その後急激に、管断面に広がり断面全域にわたる局在化した乱流塊を形成する。

この論文で挙げられたデータは本間鉄也と袴家伸祐の修士論文によるものである。このデータをもとに著者がまとめた。両人に感謝の意を表す。

参考文献

- [1] T. SEXT: Zur Stabilitätsfrage der Poiseuilleschen und Couetteschen Strömung, *Ann. Phys.*, 83(1927), 835-848.
- [2] G. M. Corcos and J. R. Sellars: On the stability of fully developed flow in a pipe, *J. Fluid Mech.*, 5(1959), 97-112.
- [3] A. E. Gill: On the behaviour of small disturbances to Poiseuille flow in a circular pipe, *J. Fluid Mech.*, 21(1965), 145-172.
- [4] M. Lessen, G. S. Sadler, and T-Y. Liu: Stability of pipe Poiseuille flow, *Phys. of Fluids*, 11(1968), 1404-1409.
- [5] H. Salwen, F. W. Cotton, and C. E. Grosch: Linear stability of Poiseuille flow in a circular pipe, *J. Fluid Mech.*, 98(1980), 273-284.
- [6] T. Tatsumi: Stability of the laminar inlet-flow prior to the formation of Poiseuille regime, Part II, *J. Phys. Soc. Jpn.*, 8(1952), 495-502.
- [7] A. Davey and H. P. F. Nguyen: Finite-amplitude stability of pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 45(1971), 701-720.
- [8] N. Itoh: Nonlinear stability of parallel flows with subcritical Reynolds numbers, Part 2. Stability of pipe Poiseuille flow to finite axisymmetric disturbances, *J. Fluid Mech.*, 82(1977), 469-479.
- [9] A. Davey: On Itoh's finite amplitude stability theory for pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 86(1978), 695-703.
- [10] A. T. Patera and S. A. Orszag: Finite-amplitude stability of axisymmetric pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 112(1981), 467-474.
- [11] S. A. Orszag and A. T. Patera: Secondary instability of wall-bounded shear flows, *J. Fluid Mech.*, 128(1983), 347-385.
- [12] L. Bergström: Initial algebraic growth of small angular dependent disturbances in pipe Poiseuille flow, *Stud. Appl. Math.*, 87(1992), 61-79.
- [13] L. Bergström: Nonlinear behaviour of transiently amplified disturbances in pipe Poiseuille flow, *Eur. J. Mech., B/Fluids*, 14(1995), 719-735.
- [14] P. L. O'Sullivan and K. S. Breuer: Transient growth in circular pipe flow. II Nonlinear development, *Phys. Fluids*, 6(1994), 3652-3664.
- [15] 松内一雄, 安達勤: 円管内パフの発生メカニズム, *ながれ*, 12(1993), 147-156.
- [16] M. Nishioka, S. Iida, and Y. Ichikawa: An experimental investigation of the stability of plane Poiseuille flow, *J. Fluid Mech.*, 72(1975), 731-751.
- [17] I. Wygnanski, M. Sokolov, and D. Friedman: On transition in a pipe, Part 2. The equilibrium puff, *J. Fluid Mech.*, 69(1975), 233-304.

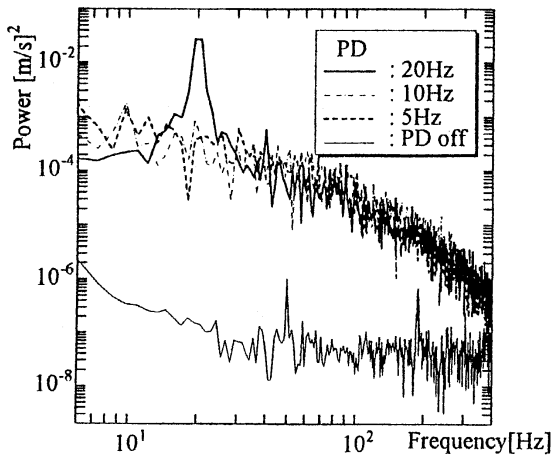


図 1: PD 装置 20cm 下流 ($x = 48.3D$) におけるスペクトル

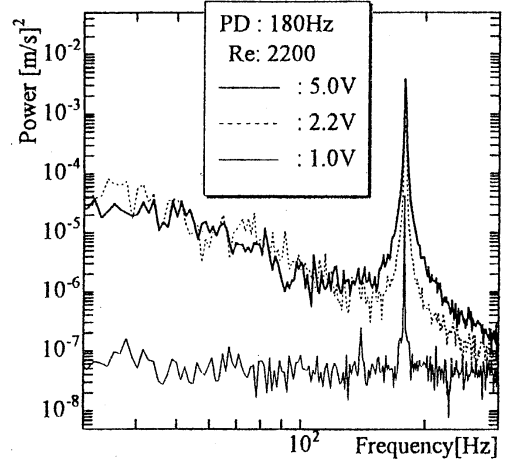


図 2: 入力電圧に対するスペクトル変化、
PD 装置 100 cm 下流 ($x = 94.5D$)

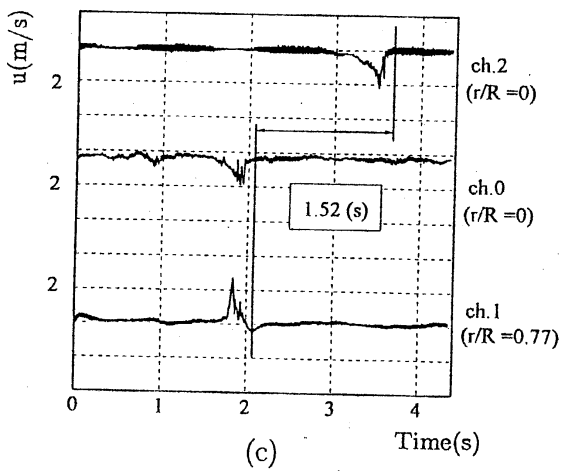
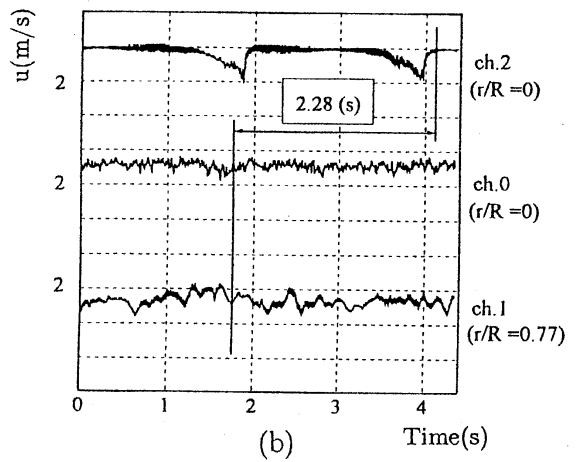
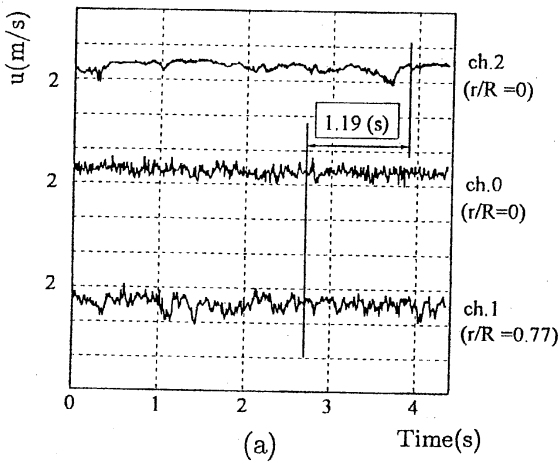


図 3: 速度変動の下流方向推移

(a) $x = 72.5D$ (ch.2: $132.9D$),

(b) $x = 94.5D$ (ch.2: $209.8D$),

(c) $x = 132.9D$ (ch.2: $209.8D$)

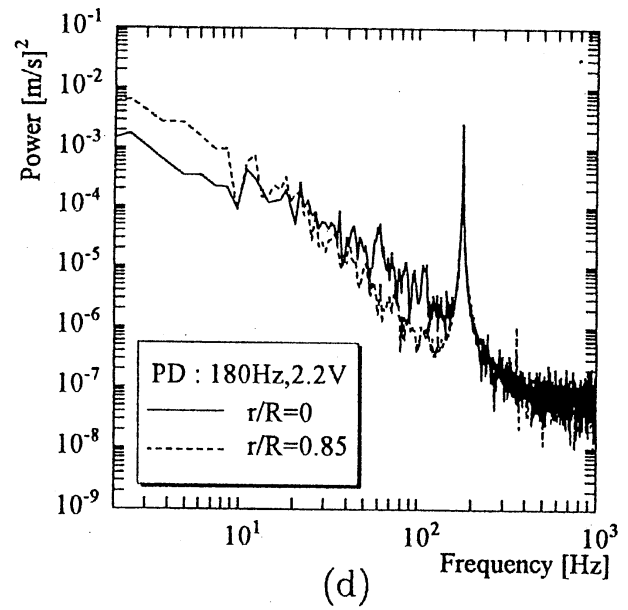
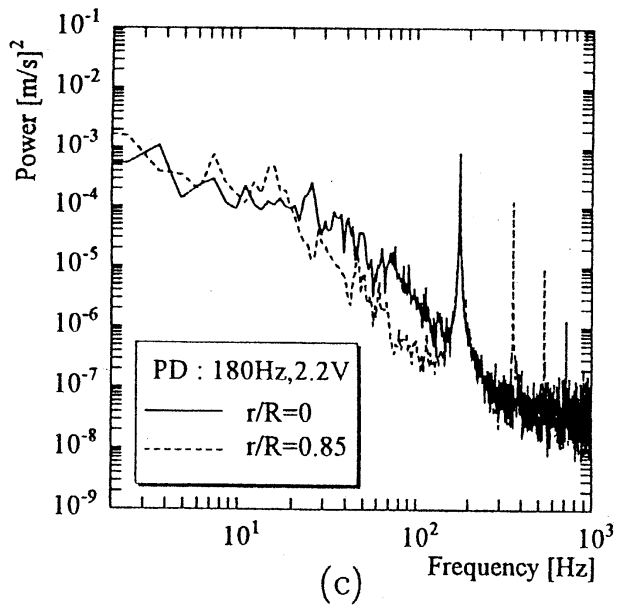
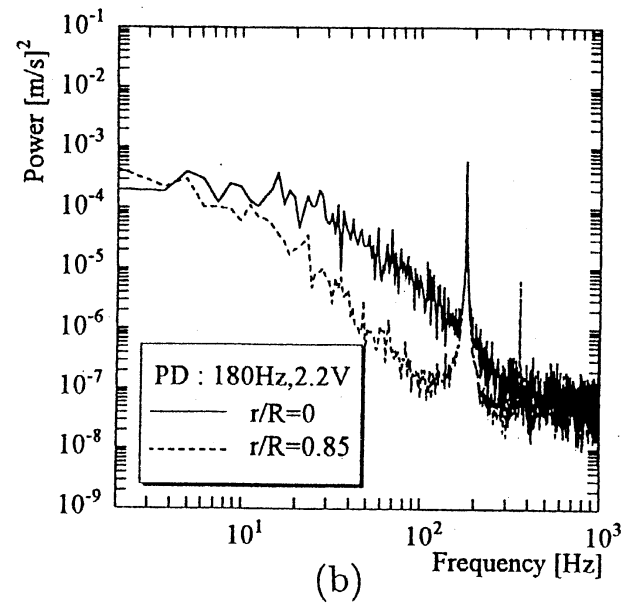
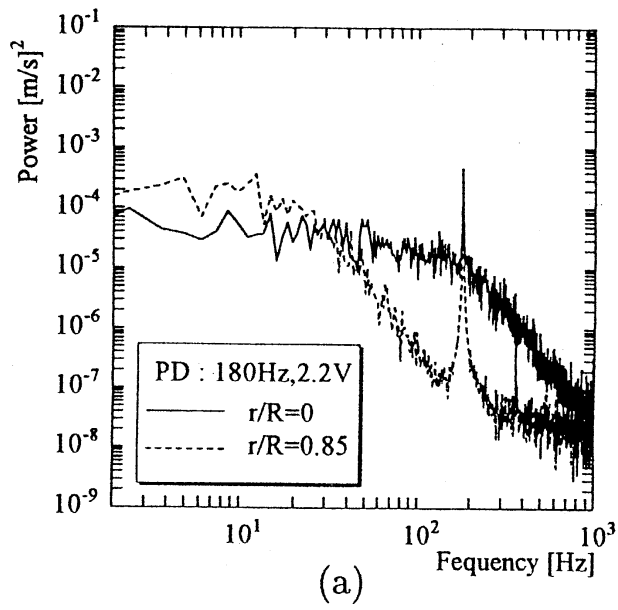


図 4: スペクトルの下流方向推移

(a) $x = 59.3D$, (b) $x = 73.3D$, (c) $x = 94.5D$, (d) $x = 108.3D$

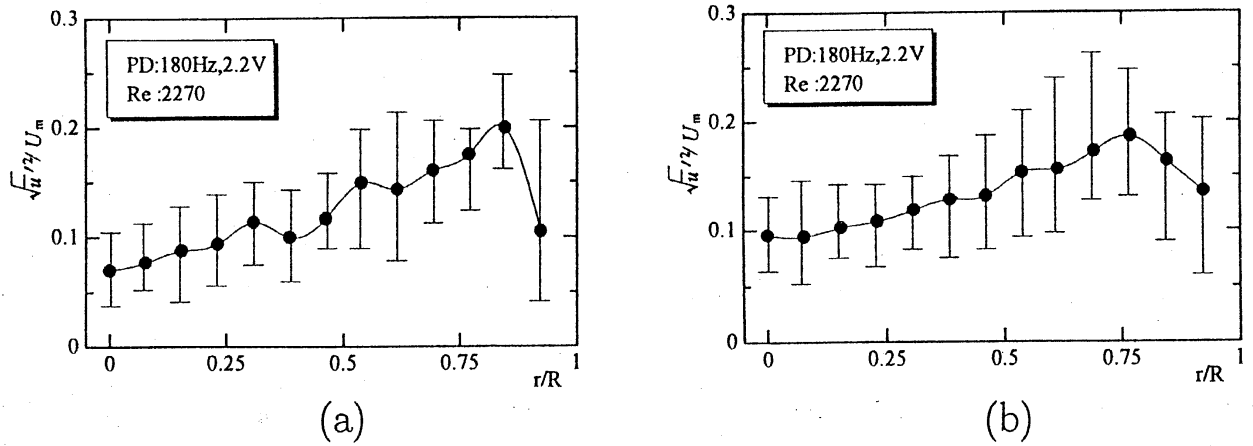


図 5: 乱れ強さの半径方向分布

(a) 100cm 下流 ($x = 94.5D$), (b) 136cm 下流 ($x = 108.3D$)

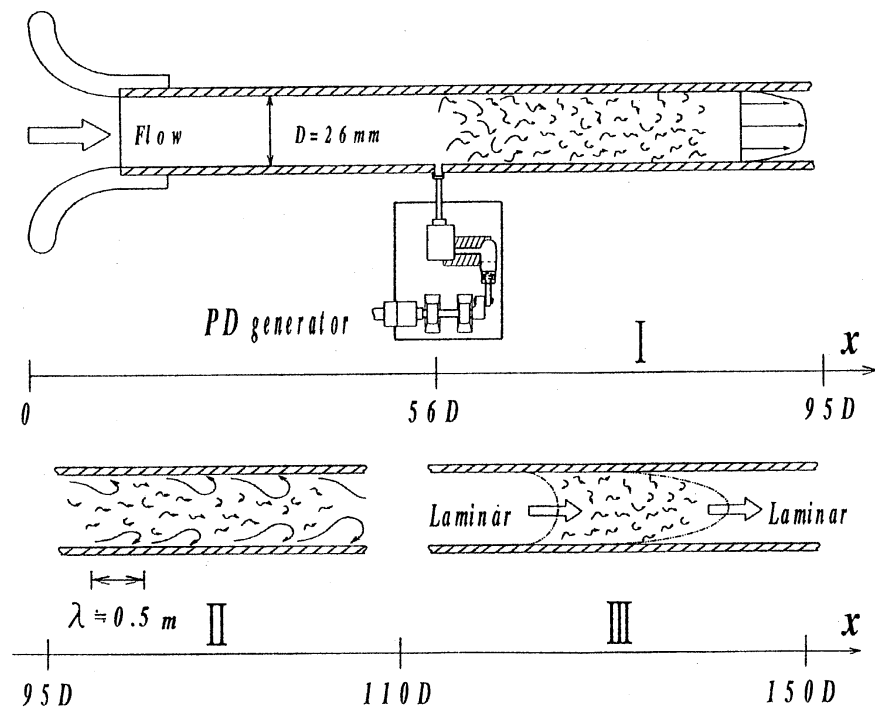


図 6: パフ発生の初期過程の概略図