

17,18,19 世紀における‘幾何’、‘代数’、‘解析’ — 翻訳についての一考察

長岡 亮介

放送大学

ryo@u-air.ac.jp

1 はじめに — 翻訳は可能か

いうまでもなく、幾何、代数、解析は、現代数学を大きく分類するときに使われる主要分野の名称であるが、すぐ後に述べるように、“解析 analysis”という語が、“代数 algebra”と全く別の意味を荷なうようになるのは、19世紀後半以降である。本稿で論じたいのは、大きなタイトルとは裏腹に、主に17世紀から19世紀にかけての「解析」という語の意味内容の変遷に纏わる話題である。これを論ずる前に、数学史の古くて新しい問題、翻訳可能性の問題に関していくつかの基本的な点を確認しておきたい。

解釈＝翻訳 (interpretation) の問題はとしては、時間的な距離を隔てた歴史学の問題というよりは、異なる文化圏の活動の相互理解の問題としてより身近である。遠い過去の文化を翻訳することの困難を論ずる前に、同時代の異文化の翻訳を例にとってその問題点を整理しよう。

翻訳で重要なことは、まず何よりも、それを通じて、原典 original text を理解することの困難¹を減少する、という点である。

大変遺憾ながら、ときに、原典を横において一文ごとに対応させてみなければわからない、というような「忠実な翻訳」に出くわすことがあるが、単に「横文字」を「日本語に書き換えるだけでは意味があるとは思えない。

しかしながら、ここでいう理解の困難が翻訳に由来するものであるかどうかは、冷静に判断しなければならない。いかに流暢な正しい日本語で忠実に訳されていても、それだけで正しい理解が保証されるわけではない。

当世風の例を引こう。英語の“explorer”は日本語で訳すならば、「探検家」とか「探査者」に当るであろうが、最近庶民に普及した PC の世界で流通している Explorer は、未知の世界の探検家とは似ても似つかぬものである。翻訳不可能ということで、原語を忠実に“エクスプローラ”とカタカナ表記をすればいいかという、そうではない。パソコン関係のマニュアル本にある日本語が、とうてい日本語といえぬ代物であるという話はよく聞かれる。たしかに、「エクスプローラによるファイルとそれをオープンするアプリケーションの関連づのは、ファイル名の拡張子とアプリケーションとの対応の、いわばデータベースによる」といったカタカナの連打に出くわすと、当惑する

¹言語的な障壁という困難だけでなく、原典の入手の困難もある。

のはごく自然であるが、ここで話題となっている事柄に通じていない人には、いくらこれを丁寧に説明してみたところで、わかるようになるものではないだろう。しかし、これはその内容が難しいということでは全くない。上の命題は詳しい解説の価値もないたわいないものなのである。何事によらず十全な説明を欲する人が、「エクスプローラ」の正体を知りたくてそれを質問しようものなら、「記憶装置内に保存されているファイル全体を階層的な構造にして一覧させるユーティリティで OS に標準で添付されてくる」といった、おそらく、質問者にとってさらに不可解な返答が返ってくるに違いない。「オープンする」という語に至ると、その原理的に正しい正しい説明を受けたなら、隠喩的用法で「わかっていた」人すらわからなくなる可能性が大きい。

この例が示唆するように、「通じない」ことの原因を、単なる表現の拙劣さだけに求めるのは間違いである。表現と表現されるものとの関係は、個々の表現を取り巻く、より広い“文化”という理解の枠組みを前提してはじめて成立する、という自明の命題を確認しなければいけない。

であるからこそ、翻訳に当たっては、「横のものを縦にする」ということの“正確さ”や“忠実さ”を心掛けるだけでなく、このような文化的な理解の枠組みをできるだけ伝えるように、原典と読み手の距離に応じた周辺知識の提供を考慮しなければならない。まさに、翻訳は実に労多くして、報いられぬ仕事である。

しかし、一方、より根底的に言うとは、翻訳の可能性そのものを疑うことも重要である。何がなんでも原語でやらなければいけない、というのは、無責任な術学趣味としても、異文化間の翻訳が究極的には不可能であることは、歌謡(日本民謡 ↔ シャンソン ↔ リート ↔ カンツォーネ, etc.)のそれを考えてみれば、ほとんど明らかである。もちろん、これは翻訳の無意味さを主張しているのではない。

2 数学史における翻訳＝解釈について

さて、以上の話はほとんどそのまま数学史の場合にも当てはまる。

古い時代の文献を現代に紹介するときは、過去の数学を知らない人にも分かる現代語訳は不可欠であるが、実際にはいかに忠実かつ流暢に訳しても、それだけで文化的な違いを乗り越えることができるわけではない。術語それぞれを1対1に対応させたところで、その術語を支える数学的な文化の枠組みが変わっているなら、かえって誤解を誘導しかねない。文化的な枠組みを出来るだけ伝えようとする努力ですら、下手をすると、誤解のもとになる可能性を秘めているといっても過言でないのである。

実際、過去の資料に対する粗野な現代語訳は、しばしば過去の改竄に陥りがちであり、甚だしい場合は、歴史を利用して現代を正当化する歴史学的

詐術になる。「 $\sqrt{2}$ が無理数であることを古代ギリシャ数学が発見した」というたぐいの善良な思い込みは罪が軽いが、「通約不可能な量の比」を無理数に置き換えてしまうことを通じて、エウクレデースの『原論』の定理の証明の難しさを批判するようになると歴史に対する「犯罪」になる。後でまたふれるが「幾何学は測量術から発達した」といった気楽なフレーズについては、これが学問における実用的技術の重要性の論拠として引かれたりすると、見過ごせない誤謬になる。

これほどひどいものでないとしても、数学史の翻訳にはまた固有の難しい問題がある。一つは数学の世界で特有の翻訳を受ける言葉の問題であり、もう一つは、数学的な術語でありながら、歴史を通じてときには明白に、ときには微妙に異なる意味で使われるという問題である。そのような場合には、正しい逐語的な一対一の置き換えそれ自身が誤解を誘導する。18,19世紀のフランス数学の言葉を例にとると、‘analyse’を「分析」、‘calculus’を「計算」と訳すのは前者の間違いであり、géometreを「幾何学者」と訳すのは、後者の誤りである。むしろ、‘analyse’は「解析」と訳すべきであり、‘calculus’は、その後に infinitésimal がつけば、「無限小解析」あるいは「微積分」、de probabilité がつけば、「確率論」などと訳するのが順当なところであろう。これらが、calculus つまり「計算」と呼ばれていたことに、これらの数学の当時の状況が反映していることも重要な数学史的話題である。なお、géometre は、「大数学者」というニュアンスで使われる²。反対に、解析学者 analyste は、「解析学者」というよりは、「解析家」といった侮蔑のニュアンスさえあったように思う。実際、パークリが啓蒙主義的数学者を批判したパンフレットのタイトルは、“The Analyst, an infidel mathematician”であった。

このような術語が違う意味をもっているという例は枚挙にいとまがないが、もっとも有名なところでは、「収束」とか、「連続」といった基礎概念である。もっと基礎的な「関数」の概念ですら、歴史に応じて異なる意味を担っている。ここでは詳述する余裕はないが、これらは、翻訳においては、それなりの注釈を補うことで大きな誤解を避けることができるというもので、真に深刻な問題ではない。

3 19世紀以前の‘代数’、‘解析’、‘算術’について

もっと深刻な問題がある。

19世紀初めまで、「代数学 l’algèbre」と「解析 l’analyse」がほとんど同義に使われてきた、という歴史的事実は、数学史の常識だが、わが国も含め、現代では必ずしも一般的に共有された理解になっていない。実際、現代では、「解析」といえば、「極限過程を主要な道具とする数学分野」あるいは「現象

²これを筆者に最初に教えて下さったのは、村田 全先生である。

の変化を考察する数理的手法」といった意味で使われることが圧倒的であり、少なくとも「代数」との親近感を感じずる人は少なからう。しかし、16世紀にヴィエトが代数的記号法をの叙述した著書に『解析術入門』というタイトルをつけ、18世紀にオイラーが微積分的方法と知識の解説書『無限解析序説』の中で、(拡張された)代数的記号法で表現される式を“解析的表現”と呼んだことなどに見られるように、19世紀にいたるまで「解析」は「代数」に近い存在であり続けた。因みに、ウォリスの、彼の名に因む有名な公式を含め、無限大と無限小を目眩めく駆使して導く発見的な導出を扱った著書のタイトル『無限の数論』を見れば、arithmetic³でさえ、ときには、解析に近い存在であったことが分かる。

これに対し、「(19世紀までの)微積分においては、極限概念の必須性がまだ理解されず、代数的な計算と区別がついていなかったからである」(Morris Klein, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*)といった解釈がある。これは、局所的には正しい面もあるが、analysisの語源、歴史的用法を無視した現代的注釈=歴史の改竄である。実際、極限概念が、微積分法を基礎づける鍵となることの明白な認識は、コーシ以後になるであろうが、極限概念自身は、すでに17世紀において、ニュートン、ライプニッツ、ダラベール、オイラ、ホイヘンス、……によって様々に論じられており、無限が新数学において果たす役割の大きさについての意識は、明らかに存在していた。しかしながら、他方において、そのような無限概念、極限操作まで含めて代数的=記号操作的なものであるという意識もまた一般的であり、だからこそ、ニュートンは「普遍算術」を唱え、コーシは近代化された極限概念を基礎において、微積分法を厳密に再構成するという意欲的な本『解析教程』に「代数解析」という副題をつけたのである。

4 翻訳の更なる困難

翻訳の問題は、単に、外国語から日本語への変換のそれではなく、時代と文化を超えて理解を共有しようとする数学史にとって、重大な問題であり、それ自身が数学史であるとさえいえる。

最近、フランスの若手数学史家 Belhoste によるコーシの評伝的な研究書が、わが国でも翻訳された。原著は、現在様々なところに保管されている第一次資料を探し、丹念に歴史を再構成したもので、その中に引用されている資料だけでも、従来のコーシ伝の書き換えを迫る力作である。その中に、次の興味深い引用がある。

<< L'arithmétique, la géométrie, l'algèbre, les mathématiques

³わが国では、算術と訳されることが多いが、単語の語源から見ても、実際の用法から見ても、(自然)数(アリトモス)についての学という意味で、数論の方がより良い。しかし、数論というと、現代的整数論を連想するという負の側面も無視できない。

transcendantes sont des sciences que l'on peut regarder comme terminées, et dont il ne reste plus à faire que d'utiles applications.>>

これは、コーシが 1811 年 11 月 14 日に書いたものであるそうである。直訳すると、

<< 数論、幾何学、代数学、超越的数学は、終わったと見なさるべき学問であり、それらについてはもはや有用な応用くらいしかやるが残っていない。>>

となろう⁴。このような発言をコーシが残していることは大変ショッキングなことである。実際、数論は、ガウスによってまったく新しい地平が切り開かれたばかりであるし、幾何学もモンジュによって新しい手法が開拓された時代である。代数学にいたっては、方程式の可解性について斬新な展開が始まろうとしているところである。コーシのこのような時代認識は、彼の数学を語る上でも重要な資料といって良からう。

ところで、ここに悩ましい問題がある。“les mathématiques transcendentes” の翻訳である。文字通り訳すと上のように「超越的な数学」となるが、このような「横のものを縦に直した」だけでは、意味がまったく通じない。「超越的」という単語の意味を現代風、ないし、現代数学風に解釈すると、「代数的」の対照語として、「超越的数学」は解析学を意味しているという解釈が出てきそうである。

確かに、オイラは、先に引用した著書の中で、関数の分類に「代数的」「超越的」という用語を使っている。超越的というときにオイラの視野にあったのは、彼の意味で、代数的でない、元を辿ると、デカルトの、“明確に確定し得ない” “機械的な” 曲線に対応する関数、つまり 解析的表現 *expressio analytica* であり、現代数学の「解析関数」というような精密な定式化を受け入れうる概念とは異なる。無限や極限が登場せざるを得ないという意味で代数的操作を超越した、あるいは超絶的な、というものでもない。そもそも、オイラが代数的関数、超越的関数の分類をしている本の表題が、先に引用したように『無限解析序説』(傍点筆者)なのであるから、「超越的」と「解析」を直結させることは出来ない。

そもそも、もし、超越的数学 *mathématiques transcendentes* が解析あるいは解析学を意味するとすれば、コーシが上の発言のすぐ後に、複素積分に関するはじめて論文 “*Sur les intégrales définies* (定積分について)”, 1814 を発表すること自身が理解困難になってしまう。この論文は、ボリュームからいって極めて巨大なもので、それが、彼の「実から虚への移行を正当化する」という自信と野心を物語っているものである。解析学(に分類されるであろ

⁴すでに述べたように、“arithmétique” を算術と訳すのも、また、“sciences” を「科学」と訳すのも不都合である。「科学」という語の現代的用法を考慮すれば、特に後者は誤解を誘発する。

う定積分論)が超越的な数学として「終わっているもの」なら、この論文も「単なる応用」と位置づけなければならないことになってしまう。

また、極限概念を排除したラグランジュ流の「純解析的」=代数的な微積分法の合理化の道を根底から覆し、現代的(記号法はまだ未成熟であるが、多少読み込めば $\epsilon-\delta$ 的な、といえなくもない)極限概念を基礎とする新しい解析学の出発点となった、有名な『解析学教程 Cours d'analyse』という著作も、様々な事情で出版は遅れたが、それでも、1821年の刊行である。これもまた、それまで「代数学の一般性 la généralité de l'algèbre」という言い回しで回避され続けてきた解析学で良く用いられてきた微積分の基本原則に対し、「幾何学と同じような厳密性を付与」しようという並々ならぬ意欲で書かれたものである。コーシの年齢(前の発言をした当時は22才)を考慮しても、「解析学が終わった」と彼が考えていたとは、考えにくいように思う。

上の引用箇所に関して結論的に私見を述べるなら、「超越的な数学」とは、「解析学」と正反対の、演繹的なスタイルの伝統的数学、代数的な計算的な処理では簡単に進むことができない超越的な数学、つまり、数論、幾何学、代数学(方程式論)、その他、を総称するものであり、この対極に、発見的な手法を基礎とする解析 analysis,あるいは代数解析 analyse algébrique があって、それが今後の数学の中心であると考えていたのではないかと推定するのであるが、これを断定するだけの決定的な資料は持っていない。

しかし、決定的な解釈ができない場合には、断定することができないことを断定することに意味があるのではないか。

5 解釈主義 vs. 原典主義

上では、比較的翻訳が優しい場合ですら翻訳による誤謬が発生する可能性を論じたが、より根本的に翻訳が可能かどうかに関する論争の難しさについて触れておきたい。

歴史学には、翻訳(現代的解釈)を積極的に推進する立場(いわば解釈主義)とそれに慎重な立場(原典主義)がある。先に述べたように究極的には異文化の翻訳の不可能性の問題があるのだから、論理的(論争的)には後者が有利であることは間違いない。“Let Newton be”を「ニュートン復活」と訳するのは明らかな間違いであるとしても、「ニュートンあれかし」と訳したところで、旧約聖書の関する知識を欠いていたなら、いかに正しい翻訳も意味をもたないからである。しかし数学史の場合には、この問題が一層深刻になる特別な事情がある。それは、数学的真理が、通常の実験的知識と違い、歴史超越的、万古不易の真理であり、その認識に至る道程は多様であっても、それを経て到達した中核的認識は、数理的知性の眼差しを通して見れば、誰でも同じ猫像を結ぶ、という、容易には否定できないプラトニズムが普遍的に存

在しているからである。いわば数学史の専門家はその専門性を維持するためにも原典主義に傾くのに対し、数学者の数学史がしばしば、解釈主義的傾向をもつのはそのためである。原典主義者から見ると、解釈主義はあまりに素朴で危険に見えるし、解釈主義者から見ると、原典主義者は考古学的辺境に埋没するように見える。

だいたい昔のことになるが、エウクレデースの『原論』のいわゆる代数的な議論に関し、それをバビロニアの代数的知識を幾何学的論証体系に組み込んだ幾何的代数であると解釈する説 (van der Waerden) に対し、古代の数学を、近代的な代数的記号法に置き換えた上で同型性を推論することに対する根本的な批判を展開して大きな論争があった。後者は「ギリシャ数学は徹頭徹尾幾何学であり、幾何的な代数では決してない」という主張である。確かに、『原論』の命題を代数的記号法に置き換えてしまうと、まったく馬鹿げた複雑さにしか見えないところもあり、素朴な解釈の危険はいうまでもないが、やや冷やかに、そしてより根本的に、「幾何学である」「代数でない」という術語の成立根拠を考えて見ると、その基礎がかなり危ういことが分かる。

実際、「幾何とは何か」という問題を立てるなら、歴史的な展開を考慮してそれが、実用的測地術 *geo-metria* から発生したことを否定することは困難である。しかし、エウクレイデースなどによる厳格な論証的体系は、この測量術とは似て非なるものである。『原論』には、実用性の痕跡すら見いだすことが困難である。そして、幾何学は与えられた図形の総合的論証だけでなく、条件を満たす図を作成 (作図) する解析的方法を包含するものに発展する。17世紀以降は、幾何学的対象は、代数的な表現と同一視できるようになり、むしろ固有の幾何学が学校教育を除いては衰退して行く。18世紀末から19世紀初頭にかけて、射影的な方法が幾何学に認容され、これまで重視してきた、「図形の形」に代わって位置関係が重要なテーマとなる。そして、非ユークリッド的な幾何の誕生以降は、空間と呼ばれる集合の局所的、大域的な“幾何学的性質”を論ずる数学的手法一般に対して幾何学という言葉が使われるようになるが、最後の例で見られるように、幾何学の概念規定はここで循環論法に陥っている。

つまり、「幾何学」ないし「幾何学的」という単語そのものが時間の関数でしか、規定し得ないということである。

同様のことは、「代数」「代数的」に関してもいえる。algebraの語源であったアラビア数学における、代数的＝機械的な処理を通じた解の発見法から、代数的記号法を用いた calculus (微積分) への応用、飛躍を経てやがて、代数方程式の研究を通して、置換群や体の拡大へと発展し、それを抽象的に整理した20世紀の抽象代数に至るが、この間の歴史は、躍動的である。

このように意味の歴史的展開は前に述べた「解析」に限らないのである。したがって、このように矛盾した述語の体系の中で、厳密に論証的で、か

つ広範な人々に説得的な議論の構築は不可能といわなければならない。

しかも、重大なことは、数学史的には、数学のような厳密な論理が必須ではないのではないか、ということである。

そもそも、述語の意味を包含する何らかの言語体系を仮定しなければ、その言語体系からはみ出している世界を語ることそのものが不可能になってしまう。循環論法に陥らない論理は、結局、無定義用語と公理に還元できる論理に過ぎないであろう。

現代の美化は、過去の美化とともに警戒すべきであるが、そもそも、もっとも戒めるべき「現代的解釈」にしても、歴史学の使命である“現代との緊張関係”を考慮すれば、過去の現代的解釈がそれ自身として無意味であるとは言えない。その意味では、「ユークリッドの互除法」「ニュートン法」「ガウス平面」「コーシ＝リーマン方程式」といった命名も、もしそれぞれの発見者の名前を冠しているという意味であれば、いずれも、歴史的には、かなり不正確であるが、そうだからといってそれが間違った命名であるというのは、狭量である。「ピュタゴラスの定理」などは、発見者の名前を関するという意味では完全な間違いであるが、この命題のおく深い謎を見抜いていたいという意味では、実に示唆的な嘘といっても良いのではないか。

もちろん、「デカルト座標」「リーマンの広義積分」などの呼び名は、歴史的には重大な間違いといわなければならない。古代の2重帰謬法を「取り尽し法」というのは誤解を与える。これは、method of exhaustionの翻訳であるが、実はこの用語自身が古代ギリシャ数学の方法の近代的に解釈(=誤解)に基づいているのではないか。

このような問題に神経を配るあまり、前者のような不正確さに対して厳密すぎるのは考えものであるということである。数学史で重要なことは、翻訳を拒否することではなく、各時代における数学理解の枠組みの変遷を、可能か限りの分かりやすさで抽出復元すること、言い換えれば、時代を相対化することである。

ところで、関孝和にホーナーの方法があるという類いの議論は、どちらであろうか。