

後向きステップ流における対流不安定と渦構造

愛媛大学工学部 河原 源太 (Genta Kawahara)
岡山大学工学部 柳瀬 眞一郎 (Yanase Shinichiro)

1. 緒言

後向きステップ流は、剥離、再付着を伴う最も基本的な流れとして重要であり、その三次元化や乱流遷移、また発達した乱流の構造などに関してこれまでに数多くの研究が行われている（高岡による解説⁽¹⁾を参照）。本稿では、乱流遷移以前の低レイノルズ数における後向きステップ流の対流不安定と流れの三次元化について述べる。本研究に関連するこれまでの研究としては、Armaly ら⁽²⁾が、流路幅が後向きステップにおいて約2倍に急拡大する流れを実験的に調べ、 $Re = \frac{4}{3}U_{max}h/\nu \approx 400$ (U_{max} : ステップ入口での最大流速, h : ステップ高さ, ν : 動粘性係数)で二次元定常流が三次元化することを報告している。また、Kaiktsis ら⁽³⁾は、Armaly ら⁽²⁾が実験で扱った流れをスペクトル要素法による数値シミュレーションによって調べ、 $Re \approx 700$ において二次元定常流が三次元の非定常流に遷移（分岐）することを報告している。一方、Gresho ら⁽⁴⁾は、差分法やスペクトル要素法など、複数の数値計算法を用いて、二次元的後向きステップ流の数値シミュレーションを行い、二次元定常流が $Re \approx 800$ においても二次元有限振幅攪乱に対して安定であることを示した。この論文で、Gresho ら⁽⁴⁾は、スペクトル要素法による数値シミュレーションの問題点（数値解の振動）を指摘し、Kaiktsis ら⁽³⁾が見つけた非定常流が数値計算法に起因して現れた非現実的な流れであることを主張した。Kaiktsis ら⁽⁵⁾は、Gresho ら⁽⁴⁾の批判に答えて、二次元的後向きステップ流の数値シミュレーションおよび線形安定性解析を行い、彼らの以前の結果⁽³⁾を訂正し、二次元定常流が $700 \leq Re \leq 2500$ において二次元攪乱に対して絶対安定ではあるが、対流不安定が生じる可能性を指摘した。だが、三次元攪乱に対する対流不安定とそれに伴い成長する渦構造については理解が得られていない。

そこで、ここでは、低レイノルズ数での後向きステップ流における三次元の対流不安定によって発生する三次元渦構造の時間発展を調べることを目的とし、三次元非定常 Navier-Stokes 方程式の数値計算を行った結果を報告する。

2. 数値シミュレーション

図1に流れの概略を示す。ステップ角を座標原点 O とし、流れ方向に x 軸、流路高さ方向に y 軸、スパン方向に z 軸をとる。空間の離散化には、 x, y 方向に対して二次精度中心差分を用い、 z 方向にはフーリエ級数展開を用いた。また、

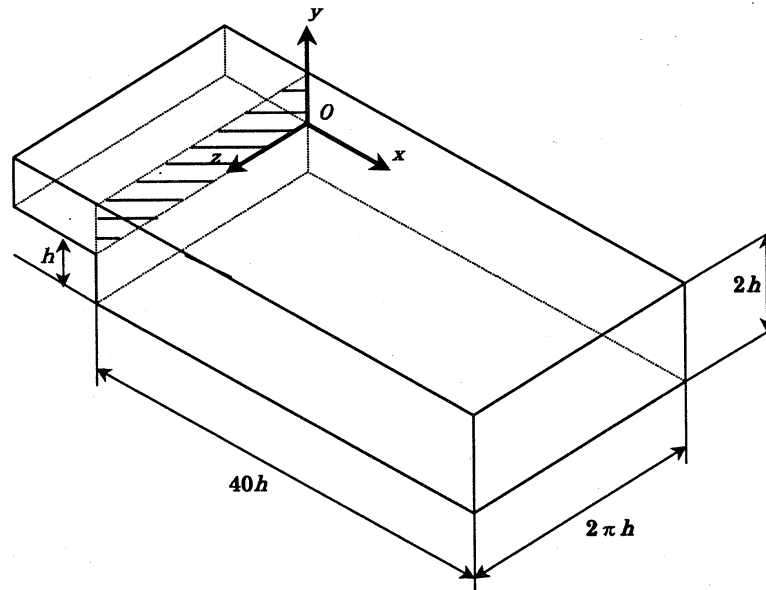


図1 流れの概略

時間積分には、Kim-Moin⁽⁶⁾によって提案された二次精度部分段階法を用いた。この方法では、Navier-Stokes方程式における非線形項にアダムス・バシユホース法を適用し、粘性項にはクランク・ニコルソン法を適用する。

計算領域は、ステップ高さを h として、ステップ入口から流れ方向に $40h$ 、ステップ入口下流側で高さ方向に $2h$ 、スパン方向に $2\pi h$ をとった。各方向の格子点数は、流れ方向に対して241点、高さ方向に対して61点、スパン方向に対して32点とした。各方向の格子間隔は一定であり、それぞれ $\delta x = 0.167h$ 、 $\delta y = 0.033h$ 、 $\delta z = 0.196h$ とした。時間積分の刻み幅は $\delta t = 0.01h/U_{max}$ とした。ここに、 U_{max} は、後述するステップ入口での流入速度分布の最大値を表す。

ステップ入口（図1の斜線部、 $x=0$ 、 $0 \leq y \leq h$ ）においては、流入条件として平面ポアズイユ流を与え、その最大流速を U_{max} とする。流路の上下面（ $y=-h$ 、 h ）にすべりなし条件を課し、流出口（ $x=40h$ ）では対流境界条件を課した。

数値計算の初期条件には二次元の後向きステップ流を用い、初期時刻以降 $t > 0$ において、上述のステップ入口での平面ポアズイユ流（流速は $4U_{max}y/h(1-y/h)$ ）に三次元攪乱を加え、攪乱の時空間発展を調べた。その際、入口攪乱として次のようなものを用いた。攪乱は流れ方向速度成分のみをもち、スパン方向に周期的であるとした（波長 $2\pi h$ ）。攪乱の各波数成分はすべて同じ振幅 $4\epsilon U_{max}y/h(1-y/h)$ をもち、各波数成分の位相は時間に関して固定してランダムに与えた（ホワイトノイズ）。攪乱速度の平面ポアズイユ流に対する比を $\epsilon = 0.01$ として初期時刻に突然与えた場合と、 $\epsilon = 0.01t/T$ （ $t < T$ ）、 0.01 （ $t > T$ ）のように初期時刻でのゼロから時間に関して徐々に ϵ を増加させた場合を考えた。後者の場合、攪乱の立ち上げ時間を $T = h/U_{max}$ とした際には $\epsilon = 0.01$ とした前者の場合と同様、三次元的な渦構造の発達が認められた。一方、 $T = 10h/U_{max}$ とした際には三次元的な

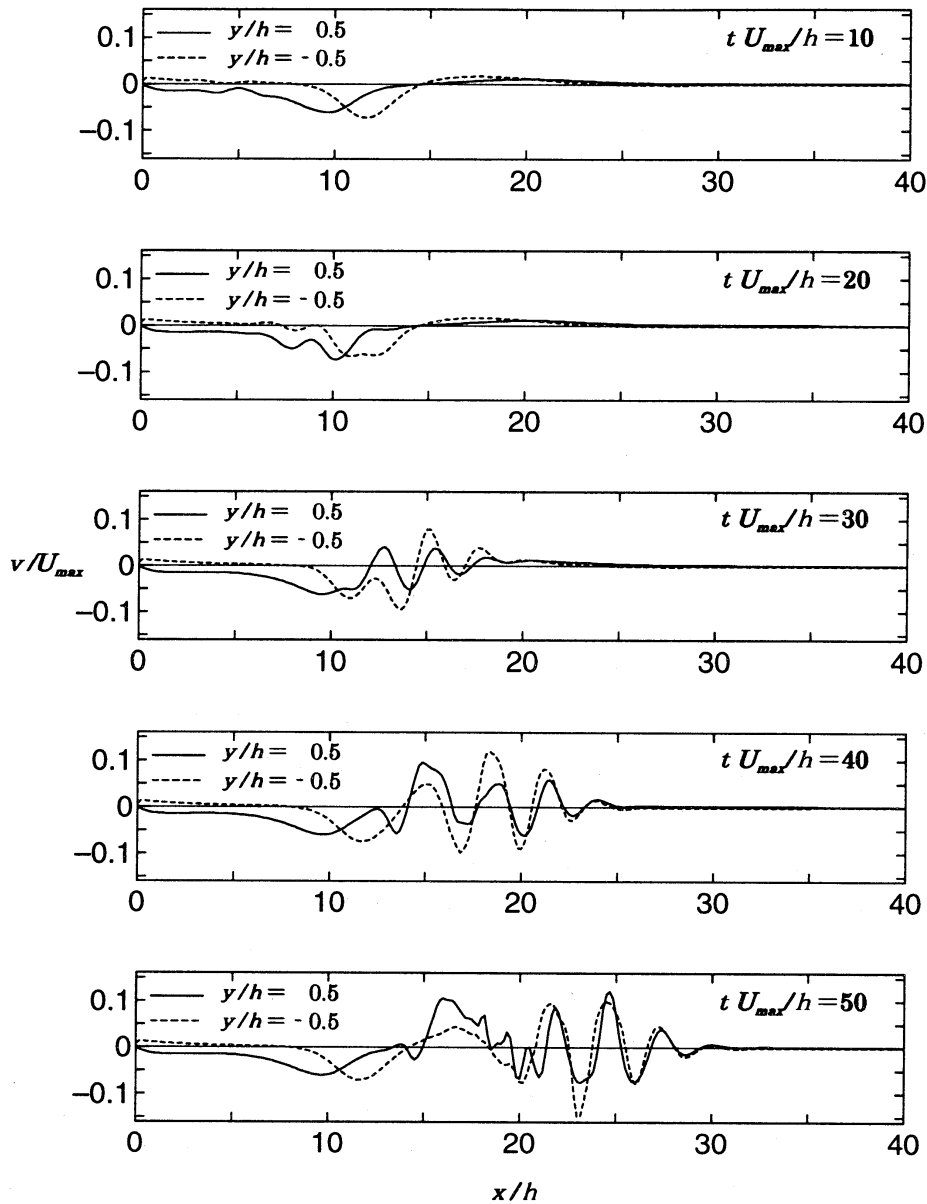


図2 流速の y 成分の時間発展 ($z/h = 0.645\pi$)

渦構造の発達は認められなかった。なお、レイノルズ数 $Re = \frac{4}{3}U_{max}h/\nu$ を 700 から 833 の範囲で変化させた計算を行ったが、計算結果にはレイノルズ数による顕著な相違は見られなかった。そこで、以下では $\epsilon = 0.01$, $Re = 833$ とした場合に得られた結果を示すことにする。

3. 計算結果

図2に流速の y 成分 v の時間発展を示す。この図では、各時刻において x 軸に平行な直線 $(y/h, z/h) = (\pm 0.5, 0.645\pi)$ 上の v の分布が示されている。時間の経過とともに、ステップ下流において波束状の攪乱が移流しながら増幅している様子が確認できる。ここで示した結果は、Kaiktsisら⁽⁵⁾が二次元の数値シミュレー

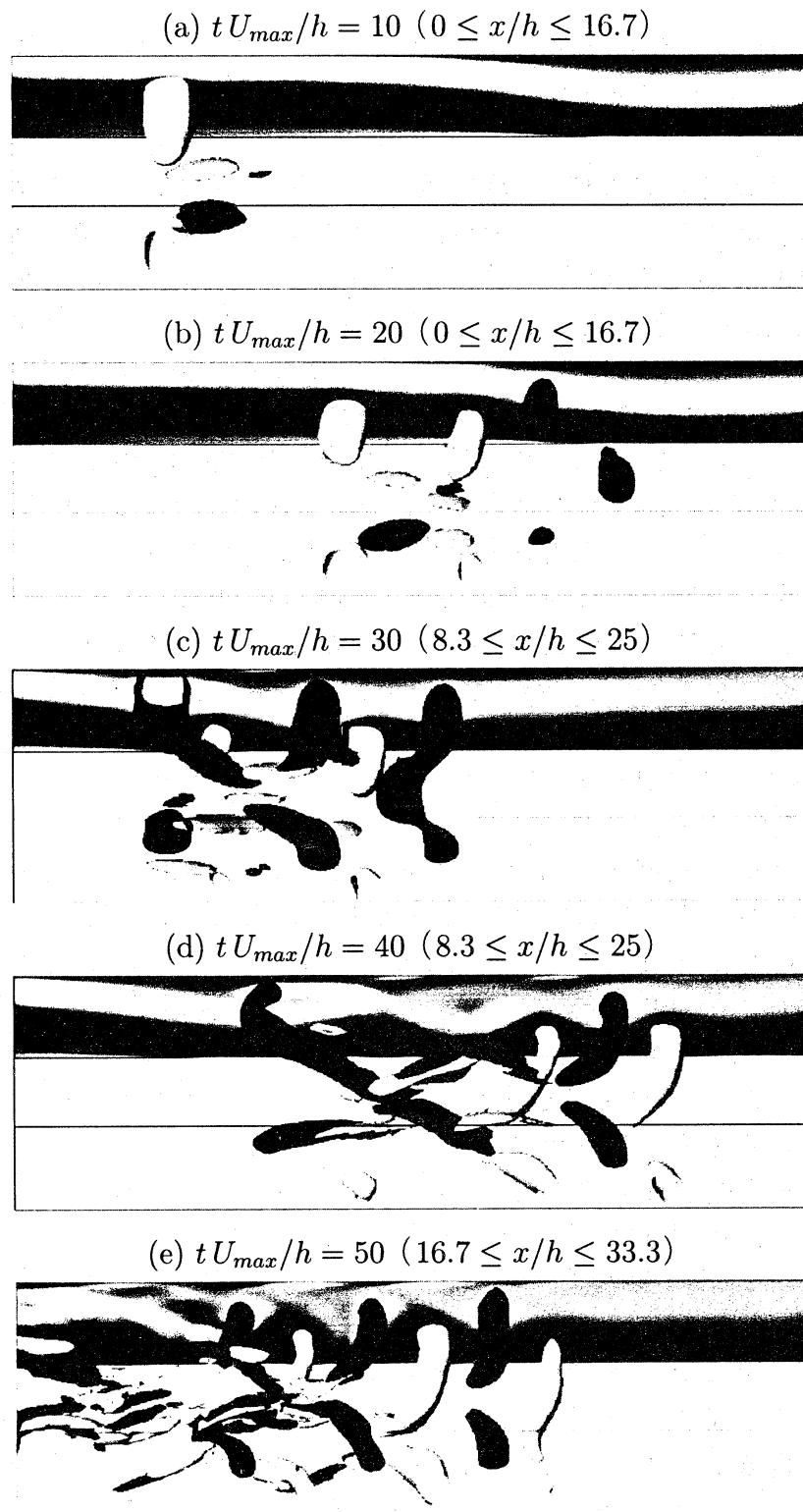


図3 三次元渦構造の時間発展（流れは左から右）
 流路の上側と下側の渦構造を黒と白の等圧面で示す。
 濃い灰色と薄い灰色の等値面は正と負の流れ方向渦度を示す。
 図奥の白黒濃淡分布は（白が正，黒が負の）スパン方向渦度を示す。

ションによって観測した対流不安定による波束状攪乱の移流増幅に類似している。攪乱は移流しながら過渡的に増幅した後、 $tU_{max}/h > 70$ で減衰し始める（図省略）。

図3は三次元渦構造の時間発展を圧力と渦度の等値面で示したものである。この図では、流路上側と下側の渦構造が黒と白の等圧面で示されており、流れ方向（ x 方向）渦度成分の等値面も示されている。濃い灰色の等値面が正の流れ方向渦度を示し、薄い灰色の等値面が負の渦度を示している。図3では、流れは左から右であり、流路の斜め上方から見下ろした形で渦構造が示されている。図3(a), (b)では全計算領域のうちの $0 \leq x/h \leq 16.7$ だけが示されており、(c), (d)では $8.3 \leq x/h \leq 25$, (e)では $16.7 \leq x/h \leq 33.3$ の領域のみが示されている。各図の奥には、 $z=0$ なる面でのスパン方向（ z 方向）渦度成分の分布が白黒濃淡で示してある。正のスパン方向渦度が白で、負の渦度が黒である。なお、すべての渦構造（低圧領域）が可視化できるように、複数の等圧面を示した。

時間の経過とともに、渦構造はおよそ $0.3U_{max}$ 程度の移流速度で流下しながら発達していく様子が見える。発達初期には（図3(a)）、剥離剪断層の巻き上がりは顕著に認められず（図奥の白黒濃淡分布）、流路下側の剥離剪断層中に一つの弱いスパン方向の渦構造のみが存在している。この渦構造にはすでに三次元性が見られ、等圧面が途切れた部分の下流に正負の流れ方向渦度が存在している。この等圧面が途切れた部分の圧力分布を詳しく調べた結果、 $z = \text{const.}$ 面での圧力の極小値は存在せず、渦構造自身が途切れていることが確認された。その後の時間経過において、上記のスパン方向渦の下流の上下両方の剥離剪断層が波打ち、複数のスパン方向渦が現れ（図3(b)）、上下の剥離剪断層が巻き上がって、上下互い違いに配列された渦列が生成される（図3(c)）。図3(a)の渦の下流に現れたこれらのスパン方向渦を表す等圧面も、図3(a)の渦のそれと同様に途切れた部分が存在するが、途切れた部分には $z = \text{const.}$ 面での圧力の極小値が存在し、渦構造自身は途切れることなくつながっていることを確認した。さらに時間が経過すると、渦列は激しく三次元的に変形し、上流側と下流側のスパン方向渦をつなぐ形で正負の流れ方向渦度が現れ（図3(d)）、複雑な流れの様相を示すようになる（図3(e)）。

図4は、図3(e)に示したスパン方向の渦列を流路上方（ $+y$ 方向）から見下ろしたものである（流れは左から右）。この図を見ると、渦列の三次元的な変形モードが渦列自身と同じ波長をもち（ x 方向の並進対称性）、スパン方向渦の三次元変形がPierrehumbert-Widnall⁽⁷⁾の並進不安定によって発生していることがわかる。

図5は、図4に示した渦構造を流路の上側（(a) $y > 0$ ）と下側（(b) $y < 0$ ）に分けて示したものである。ただし、流れ方向渦度の等値面のレベルは図4のそれとは異なる。これらの図を見ると、並進不安定によってスパン方向渦自身が変形す

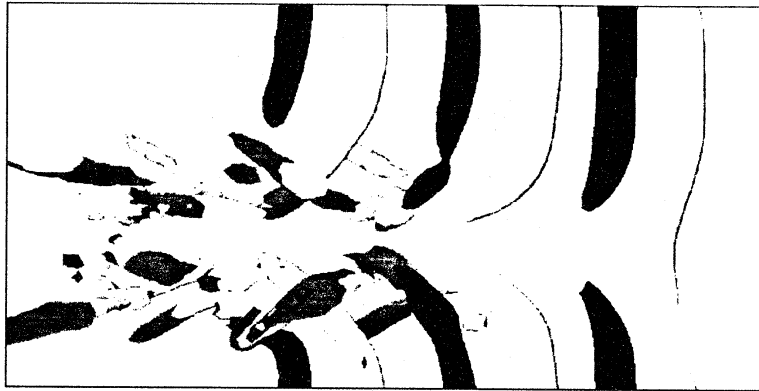
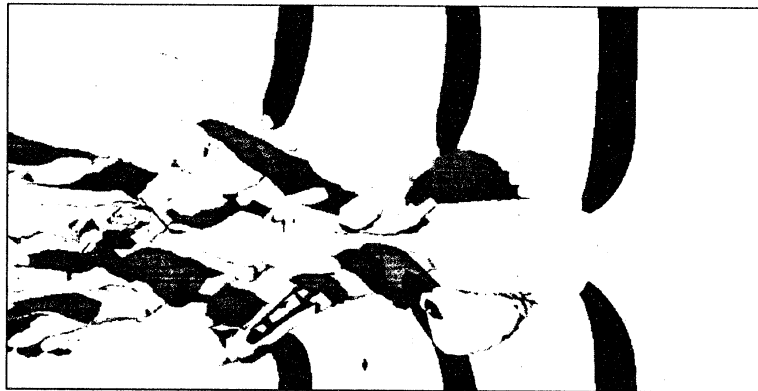


図4 スパン方向渦の変形 ($tU_{max}/h = 50$, 図3(e) 参照)

(a) $y > 0$



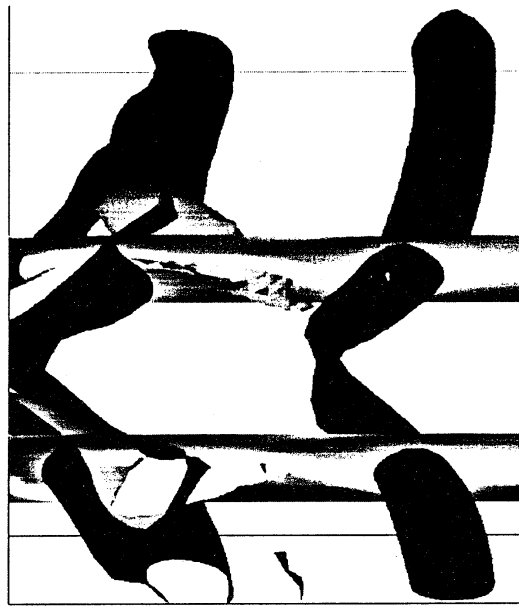
(b) $y < 0$



図5 流路上側 ($y > 0$) と下側 ($y < 0$) の縦渦列 ($tU_{max}/h = 50$)

ることにより流れ方向渦度生成される同時に，上流側と下流側のスパン方向渦をつなぐ形で流れ方向渦度が生成される結果，異なる符号の流れ方向渦度をもった管状構造が「へ」の字あるいは「ハ」の字形に配列されていることがわかる．これらの管状構造に伴う速度場を調べたところ，管状構造まわりに旋回流が誘導されていることが確認された．したがって，上記の「へ」の字あるいは「ハ」の字形の配列が縦渦列であるものといえる．これと同種の縦渦列は，最近，二次元

(a) 流路斜め上方から見た図（流れは左から右）



(b) 流路上流側から見た図（流れは手前から奥）

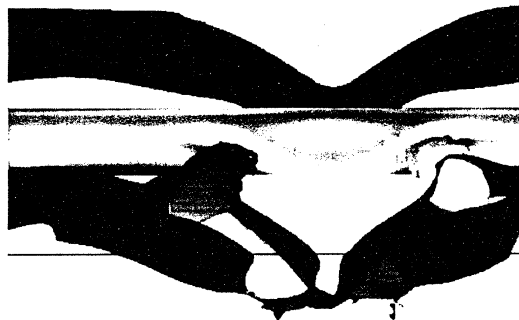
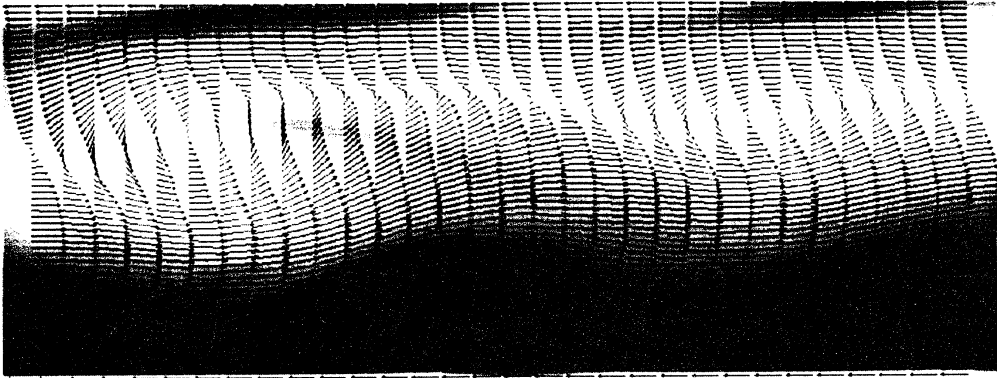
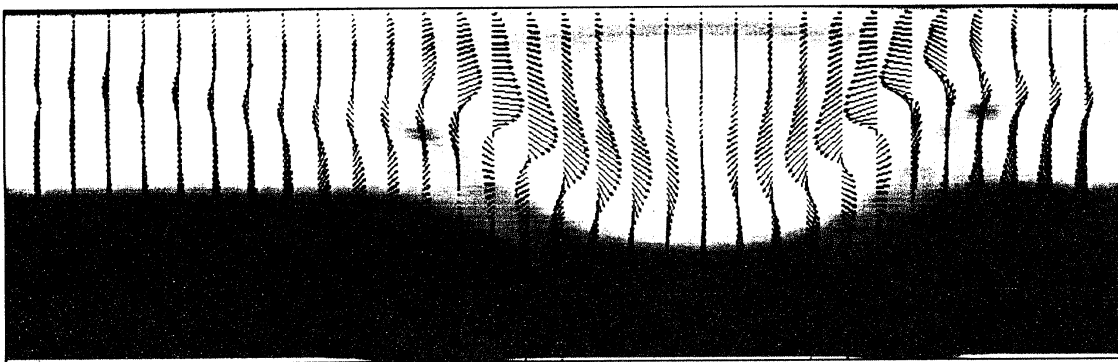


図6 スパン方向渦間に現れる流れ方向渦度 ($tU_{max}/h = 40$)
 白黒濃淡分布は（白が正，黒が負の）スパン方向渦度を示す。

チャンネル乱流においても観測されており⁽⁸⁾，壁面乱流中の代表的な秩序構造として注目されている。

図6は，図5(a) ($y > 0$) の縦渦列の形成過程でスパン方向渦間に現れる流れ方向渦度を $tU_{max}/h = 40$ において拡大して示したものである。図中の白黒濃淡分布はスパン方向渦度を示す（白が正，黒が負を表す）。これらの図を見ると，スパン方向渦間をつなぐ剥離剪断層（白黒濃淡分布中の白い層）に沿って流れ方向渦度が生じていることがわかる。図7(a), (b) は，それぞれ，図6(a), (b) に白黒濃淡分布で示した剥離剪断層における流速ベクトルを示したものである。図7(a) では，図6(a) の手前側の剥離剪断層において，渦構造の移流速度 $0.3U_{max}$ を差し引いて得られた流速ベクトルが示されている。図7でも，図6と同様に白黒濃淡分布で剥離剪断層を示してある。図7(a)を見ると，剥離剪断層が巻き上が

(a) (x, y) 面 (図 6 (a) 参照)(b) (z, y) 面 (図 6 (b) 参照)図 7 剥離剪断層における流速ベクトル ($tU_{max}/h = 40$)

って形成された二つのスパン方向渦が誘導する流れによって，スパン方向渦間の剥離剪断層内に淀み点が現れ，そのまわりの流体が強い引き伸ばしを受けることがわかる．図 6 (a) においてスパン方向渦間に現れている流れ方向渦度は，ちょうどこの淀み点付近の強い引き伸ばしの領域に存在している．したがって，上流側と下流側のスパン方向渦をつなぐ形で生成される流れ方向渦度は，スパン方向渦自身の三次元変形によるものではなく，スパン方向渦が誘導する流れによって渦度が引き伸ばされて生成されたリブ構造⁽⁹⁾であると考えられる．実際，図 7 (b) に見られる渦層とそのまわり縦渦運動は，混合層乱流で観測されているリブ構造に類似している．

4. 結言

本稿では，低レイノルズ数の後向きステップ流に注入した三次元攪乱から生じる対流不安定によって移流発達する三次元渦構造について述べた．本研究で調べたレイノルズ数の範囲 ($Re = 700 \sim 833$) では，ステップ入口のみに突然攪乱を与えた場合にも，また有限の立ち上げ時間 (h/U_{max}) で攪乱の振幅をゼロから一定値まで増加させた場合にも，同様の三次元渦構造が移流しながら発達することがわかった．攪乱注入初期には，ステップ下流の流路上側と下側の二つの

剥離剪断層においてスパン方向の渦構造が発達し、上下互い違いの配列を形成する。これらのスパン方向の渦列は、並進不安定によって三次元に変形し、流れ方向渦度を発生させる。これと同時に、スパン方向渦の間においてリブ構造が発生し、スパン方向渦間をつなぐ形で流れ方向渦度が生成される。このようにして形成された流れ方向渦度は管状の渦構造（縦渦）の列に成長し、壁面乱流において観測されている縦渦と同様な「へ」の字あるいは「ハ」の字形の配列をとる。壁面乱流においては、この種の縦渦配列がストリークの流体力学的不安定によって形成されることが報告されているが⁽¹⁰⁾、本研究で見つけた縦渦配列は並進不安定によるスパン方向渦の変形とリブ構造とによって形成されるので、双方の縦渦配列形成のシナリオは大きく異なる。だが、一見異なるシナリオによって形成された二つの縦渦列が類似した形態をもつことは非常に興味深く、何からの普遍的な形成メカニズムの存在が示唆される。

最後に、本研究に関して貴重なご助言を頂き、また文献(4)、(5)の存在をご教示頂いた京都大学高岡正憲先生に感謝の意を表します。

文献

- (1) 高岡正憲, 京大数理研講究録, 1018 (1997), 50-55.
- (2) Armary, B. F., ほか 3 名, *J. Fluid Mech.*, **127** (1983), 473-496.
- (3) Kaiktsis, L., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **231** (1991), 501-528.
- (4) Gresho, P. M., ほか 7 名, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, **17** (1993), 501-541.
- (5) Kaiktsis, L., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **321** (1996), 157-187.
- (6) Kim, J. and Moin, P., *J. Comput. Phys.*, **59** (1985), 308-323.
- (7) Pierrehumbert, R. T. and Widnal, S. E., *J. Fluid Mech.*, **114** (1982), 59-82.
- (8) Jeong, J., ほか 3 名, *J. Fluid Mech.*, **332** (1997), 185-214.
- (9) Lin, S. J. and Corcos, G. M., *J. Fluid Mech.*, **141** (1984), 139-178.
- (10) Schoppa, W. and Hussain, F., *Self-Sustaining Mechanisms of Near-Wall Turbulence* (ed. R. L. Panton), (1997), 385-422, Computational Mechanics Publications.