数理解析研究所講究録
1141 巻 2000 年 91-103

集中渦を含む擬一様等方性乱流場の運動学的シミュレーションと 2粒子相対拡散

名大大学院工学研究科 酒井康彦 (Yasuhiko Sakai)
名大大学院工学研究科 杉山 智 (Satoshi Sugiyama)
石川島播磨重工（株） 少林 肇 (Hajime Kobayashi)
日立造船（株） 中嶌信一 (Shinichi Nakajima)
名大大学院人間情報学専攻 中村育雄 (Ikuo Nakamura)
University of Cambridge J.C. Vassilicos

1 はじめに

最近十数年にわたる一様等方性乱流の直接数値計算（Direct Numerical Simulation: DNS) [1–11] によって明らかにされた乱流構造に関する最も興味ある成果はチューブ状構造をした高渦度領域が観測されたことであった．このチューブ状の高い渦度領域は空間中の全体積の比較的小さな割合 ($\sim$1%) 程度しか占めないが，乱れエネルギーの粘性散逸の多くの割合（大体 10～20%）を担っていることが知られている（例えば，Hosokawa & Yamamoto[3] は $Re_\lambda \sim 100$（テイラーマイクロスケール λ に基づくレイノルズ数）の一様等方性乱流場において，最大値で標準化された渦度の大きさが $|\omega| \geq 0.3$ の領域が全体の約 0.82%を占め，そして全散逸量の 14%を担っているという結果を得ている）．また，このチューブの断面積半径はコロモゴロフスケール η のオーダーであり，かつその長さは乱流の積分スケールのオーダーであることも明らかにされている [6–9]．高渦度領域の内部構造については，Moffatt ら [12] はこの構造が一般的に乱流に関係した局所的な歪みによって伸張され，そして集中される渦管（それはちょうどよく知られたバーガース渦に類似しているものである）として解釈されることを示唆した．歪み速度を α とすると，バーガース渦の粘性半径 R は $R \sim (\nu/\alpha)^{1/2}$ と表され，もし α が典型的な乱流の歪み速度であるとすると，R はコルモゴロフスケールのオーダーとなることがわかる（Moffatt ら [12]）．この高渦度領域の半径については，現在までに詳しい解析が進んでおり，例えば，Tanahashi ら [9] は $37.1 \leq Re_\lambda \leq 87.9$ の乱流に対して円周方向速度が最大になる半径 R_p が約 6η であることを示し，Jiménez & Wray[10] は $37 \leq Re_\lambda \leq 168$ の乱流に対し渦度分布の $1/e$ 半径 R_ω が $4.8\eta \sim 4.97\eta$ であると報告している．さらに，Tanahashi ら [11] は積分スケールのオーダーの長さのコヒーレントな微細構造がさらにテイラーマイクロスケール程度のセグメントに分かれた構造を持つことを明らかにしている．

本研究では，乱流中の微細構造，特に上記のようなチューブ状の集中渦によって引き起こされる散逸場あるいは渦度場の空間的間欠性が各種乱流統計量のスケーリング法則に与える影響を調べる目的で，非定常ランダムフーリエモードと集中渦のモデルとしてのバーガース渦 [12] を組み合わせた運動学的一様等方性乱流の生成モデルを提案する．本報では，主にモデルの構成法とそれによって生成された擬一様等方性乱流場に対する基本的特性（一次元エネルギースペクトル分布，一次元エンストロフィスペクトル分布）と 2粒子相対拡散について報告する．また，DNS による 2粒子相対拡散に対する微細構造の影響について調べた結果を報告する．

2 ランダムフーリエモード法とバーガース渦による擬一様等方性乱流場の運動学的シミュレーション

2.1 非定常ランダムフーリエモード法

ランダムな速度場 $\boldsymbol{u}_F(\boldsymbol{x},t)$ は，有限のモード数 N_k からなるフーリエ成分の和として次式で計算される [13].

$$\boldsymbol{u}_F(\boldsymbol{x},t)=\sum_{n=1}^{N_k}[(\boldsymbol{a}_n\times\hat{\boldsymbol{k}}_n)\cos(\boldsymbol{k}_n\cdot\boldsymbol{x}-\omega_n t)+(\boldsymbol{b}_n\times\hat{\boldsymbol{k}}_n)\sin(\boldsymbol{k}_n\cdot\boldsymbol{x}-\omega_n t)] \tag{1}$$

ここで，添字 n は n 番目のフーリエモードに関する量を示す.

$\hat{\boldsymbol{k}}_n$ は方向が波数ベクトル $\boldsymbol{k}_n$ と一致する単位ベクトル（$\hat{\boldsymbol{k}_n}=\boldsymbol{k}_n/|\boldsymbol{k}_n|$）である．ベクトル $\boldsymbol{a}_n$，$\boldsymbol{b}_n$，$\boldsymbol{k}_n$ は各モードおよび流れ場の各実現に対して，それぞれが独立で，かつ完全にランダム（等方的）に方向付けされる．それらが位置 $\boldsymbol{x}$ に対して独立である場合，$\boldsymbol{u}_F$ は自動的に連続の条件を満足する.

$\boldsymbol{a}_n$，$\boldsymbol{b}_n$ の大きさは，次のように決定論的に選択された.

$$|\boldsymbol{a}_n|^2=|\boldsymbol{b}_n|^2=3E_\Delta(k_n) \tag{2}$$

ここで，$E_\Delta(k_n)$ は波数 k_n のモードに配分されるエネルギーである.

$\boldsymbol{u}_F$ に対するエネルギースペクトル $E_F(k)$ については，次のような形が選択された.

$$E_F(k)=ak^{-5/3}\exp(-\eta^2k^2) \tag{3}$$

ここで，a は定数，η は $\boldsymbol{u}_F(\boldsymbol{x},t)$ に対する最小スケールであり，コルモゴロフスケール $(=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$，ここで，$\nu$ は動粘性係数，ε は単位質量当たりの平均のエネルギー散逸率である）と解釈される.

波数ベクトル k_n の範囲は，

$$\frac{2\pi}{L}\le k_n\le\frac{2\pi}{\eta} \tag{4}$$

とした．ここで，L は流れ場における乱れの最大スケールである．波数の分割方法は Vassilicos & Fung[14] に従い，代数学的分割法

$$k_n=k_1+\frac{cn(n-1)}{2}\ ,\ c=\frac{2(k_{N_k}-k_1)}{N_k(N_k-1)} \tag{5}$$

を用いた．ここで，$k_1=2\pi/L$，$k_{N_k}=2\pi/\eta$ である.

式 (3) の中の定数 a は，波数 k_1 から k_{N_k} までの全運動エネルギー $K_F=\frac{1}{2}\langle|\boldsymbol{u}_F|^2\rangle$，$f_k(\eta,L)=\int_{2\pi/L}^{2\pi/\eta}k^{-5/3}\exp(-k^2\eta^2)dk$ として次式で与えられる.

$$a=\frac{K_F}{f_k(\eta,L)} \tag{6}$$

式 (1) の非定常性周波数 ω_n は，Vassilicos & Fung[14] と同様に次のようにモデル化した.

$$\omega_n=\lambda[k_n^3E(k_n)]^{1/2} \tag{7}$$

ここで，λ は無次元定数であり $O(1)$ の値である．実際の計算では単純に $\lambda=1$ とおいた.

2.2 バーガース渦

バーガース渦は，すべての渦度ベクトルがある一定の方向を向いた伸張渦管である．z 軸を渦管の軸として，円柱座標系で表すと，渦周りの伸張速度場は，軸方向と半径方向成分をもつ．

$$u_z = \alpha z \tag{8}$$

$$u_r = -\frac{\alpha}{2} r \tag{9}$$

ここで，α は歪み速度である．この伸張場に重ね合わせて，バーガース渦は次のような方位角方向成分をもつ．

$$u_\phi = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2R^2}\right)\right] \tag{10}$$

ここで，Γ は一定の循環であり，R は渦の粘性半径である．渦の粘性半径は，歪み効果と粘性効果の間のバランスの結果として，時間的に変化せず，$R = \sqrt{2\nu/\alpha}$（ν は動粘性係数）で与えられる．バーガース渦のエネルギースペクトルは

$$E_B(k) = \Gamma \alpha k^{-1} \exp(-R^2 k^2) \tag{11}$$

で与えられる．ただし，$E_B(k)$ は以下のように定義されている．

$$\int E_B(k) dk = \frac{4\pi}{\Gamma/\alpha} \int d\boldsymbol{x} \frac{1}{2} |\boldsymbol{u}|^2 \tag{12}$$

ここで，右辺は渦軸に垂直な全平面での積分を含んでいる．

2.3 ランダムフーリエモードとバーガース渦の組み合わせ方法

本研究では，乱流中の集中渦度領域をバーガース渦に置き換え，それらをランダムフーリエモード法による乱流場と組み合わせた．

我々は滑らかに変化するエネルギースペクトル分布を有する乱流場をランダムフーリエモードの重ね合わせによって発生させ，その中に方向がランダムな多数のバーガース渦を，その中心位置が空間的に一様に分布するように配置した．各バーガース渦は方向を保持しながら，その中心位置がランダムフーリエモードによる乱れ場によって受動的に対流されるが，お互いの干渉は無視できるものとする．

また時間発展に伴い，バーガース渦がフーリエモードによる乱れ場によって計算領域外に拡散され，バーガース渦による計算領域内のエネルギー散逸の空間平均が時間とともに減少する．このことを考慮して，計算領域外に出ていくバーガース渦についてはコサイン型のフィルターをかけてその循環を減少させ消滅させる一方で，再び計算領域中に位置，方向ともにランダムなバーガース渦を同様のフィルターで循環を増加させながら発生させた．

2.4 各種パラメータの設定

我々はまず，バーガース渦を対流させる乱れ場を決定するパラメータとして，LとηおよびK_Fを指定する．バーガース渦によって近似される集中渦度領域の粘性半径Rはコルモゴロフスケールηのオーダであり[8]，$R = C_R \cdot \eta$（C_Rは定数）とおいた．

次に$\boldsymbol{u}_F(\boldsymbol{x}, t)$による歪み速度テンソルから代表歪み速度$\alpha_m$を次のように求めた．

$$\alpha_m = (\overline{e_{ij}e_{ji}})^{1/2} = \left(\frac{\bar{\varepsilon}_F}{2\nu}\right)^{1/2} \tag{13}$$

ここで，$e_{ij} = (\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)/2$である．$\bar{\varepsilon}_F$は$\boldsymbol{u}_F(\boldsymbol{x}, t)$による速度場の単位質量あたりの散逸であり，散逸スペクトル$D_F(k) = 2\nu E_F(k)$を積分して求められる．このα_mを基準とし，バーガース渦を生成する歪み速度を$\alpha = C_\alpha \cdot \alpha_m$（$C_\alpha$は定数）とした．流体中の動粘性係数$\nu$は，バーガース渦の粘性半径から$\nu = R^2\alpha/2$と表される．

バーガース渦の循環Γは集中渦のレイノルズ数Re_Γ（$= \Gamma/\nu$）の大きさから評価される．Jiménezら[8]の結果から予想して，ここでは十分大きなレイノルズ数の漸近値として$Re_\Gamma = 15 Re_\lambda^{1/2}$とした．ここで$Re_\lambda = u'\lambda/\nu$（$u'$：乱れのr.m.s.値，$\lambda$：テイラーマイクロスケール）である．一方Hinze[15]より，$L/\eta = 15^{-3/4} A Re_\lambda^{3/2}$が知られている．ここで$A$は$O(1)$の定数である．したがって

$$\Gamma = \nu Re_\Gamma = \frac{R^2\alpha}{2}\frac{15^{5/4}}{A^{1/3}}\left(\frac{L}{\eta}\right)^{1/3} \tag{14}$$

となる．実際の計算では，$A = 1$とおいてΓが計算された．

2.5 擬一様等方性乱流場の基本的性質

図1(a)はランダムフーリエモードとバーガース渦の結合モデルによる合成速度とバーガース渦のみによる速度に対する一次元エネルギースペクトルの例である．計算条件は$L = 10.0$，$\eta = R = 0.001$（$C_R = 1.0$），$K_F = 150.0$，$N_k = 200$，一辺Lの立方体中におけるバーガース渦の数$N_B = 1000$，$\alpha = \alpha_m$（$C_\alpha = 1.0$）である．また図中には，$-5/3$乗則と-1乗則を表わす直線がそれぞれ破線と点線で示してある．図より，合成速度とバーガース渦による速度場に，それぞれ$-5/3$乗則と-1乗則が実現されていることがわかる．

図1(b)は，合成速度場とバーガース渦のみによる速度場に対する一次元エンストロフィスペクトル$\Omega_{11}(k_1)$を示す．図より一次元エンストロフィスペクトルは波数の増加とともに，単調に減少していくことがわかる[16]．

次に，バーガース渦の循環Γおよび渦径Rを変化させることが，フーリエモードとバーガース渦による速度およびエンストロフィのエネルギーの割合にどう影響してくるかを計算した．比較の基準とした複合乱流場の計算条件は以下の通りである．

$L = 1$，$\eta = R = 0.001$（$C_R = 1.0$），$K_F = 1.5$，$N_B = 100$，$N_k = 50$，
$\alpha = \alpha_m = 155$（$C_\alpha = 1.0$），$a = 3.57$，実現数50

なお，本研究では，今後の計算はすべて，特にことわりのない限り上記の条件で行われ，これを“基準条件”と称することにする．

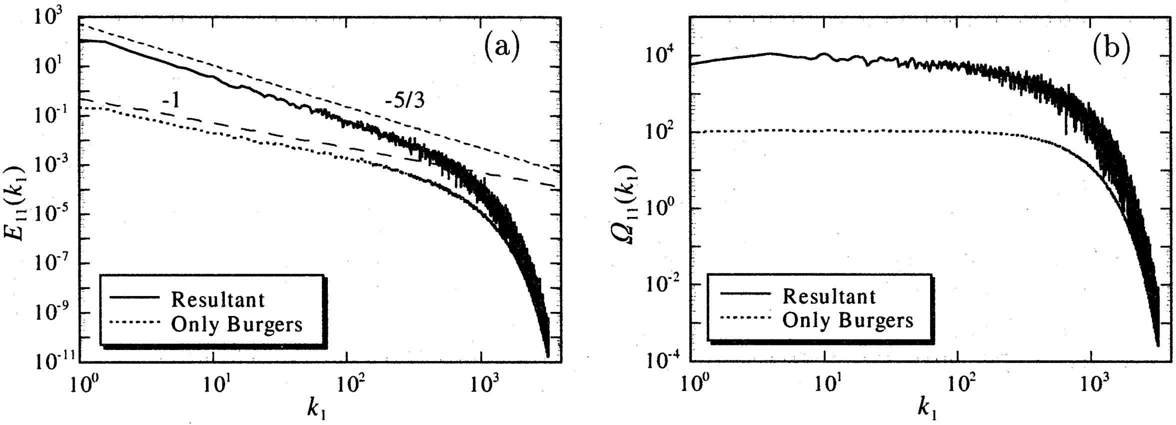

Figure 1: 1-D wavenumber energy and enstrophy spectra. (a) 1-D energy spectra $E_{11}(k_1)$ of the resultant and only Burgers vortices' velocity. (b) 1-D enstrophy spectra $\Omega_{11}(k_1)$ of the resultant and only Burgers vortices' velocity.

まず，バーガース渦周りに仮定される伸張速度場（ただし，これ自身は今回無視される）の歪み速度 α をパラメーターとして用い，その影響を見た．具体的には，α をフーリエモードによる乱れ場の歪み速度の空間平均である代表歪み速度 α_m に対して，次のように変化させる．

$$\alpha = C_\alpha \cdot \alpha_m \quad (C_\alpha = 1.0, 2.0, 4.0, 6.0)$$

これは物理的には，バーガース渦で近似される集中渦度領域周りの歪み速度が，フーリエモードによる乱れ場の歪み速度よりも局所的に大きくなっている，と仮定することになる．α の変化に伴い，バーガース渦の循環 Γ および流体の動粘性係数 ν はともに α_m の C_α 倍されることになる．

図 2(a) に，ランダムフーリエモードのみによる速度と，バーガース渦のみによる速度に対する一次元エネルギースペクトル密度 $E_{11}(k_1)$ を示している．図より，C_α の値が大きくなるにつれて，バーガース渦による速度場のもつエネルギーが大きくなっていくのがわかる．特に $C_\alpha = 4.0, 6.0$ においては，高波数領域でバーガース渦の速度場のエネルギーがフーリエモードのものを上回っている．

図 2(b) に，図 2(a) のエネルギースペクトルをこれまでと同様に積分した一次元エンストロフィースペクトル $\Omega(k_1)$ を示す．この図でも C_α の値が大きくなるに伴い，バーガース渦による速度場のエンストロフィーが大きくなっていくのがわかる．特に $C_\alpha = 4.0, 6.0$ においては，全波数領域でバーガース渦による速度場のエンストロフィーがフーリエモードのものを上回っている．

次に，バーガース渦の渦径 R を変化させて，その影響を見た．ただし，歪み速度のパラメーターは $C_\alpha = 1.0$ に固定した．

$$R = C_R \cdot \eta \quad (C_R = 1.0, 2.0, 3.0)$$

これは，バーガース渦で近似される集中渦度領域の半径がコルモゴロフスケールの C_R 倍になっている，と仮定することにつながる．これに伴い，バーガース渦の循環 Γ および流体の動粘性係数 ν はともに C_R^2 倍されることになる．

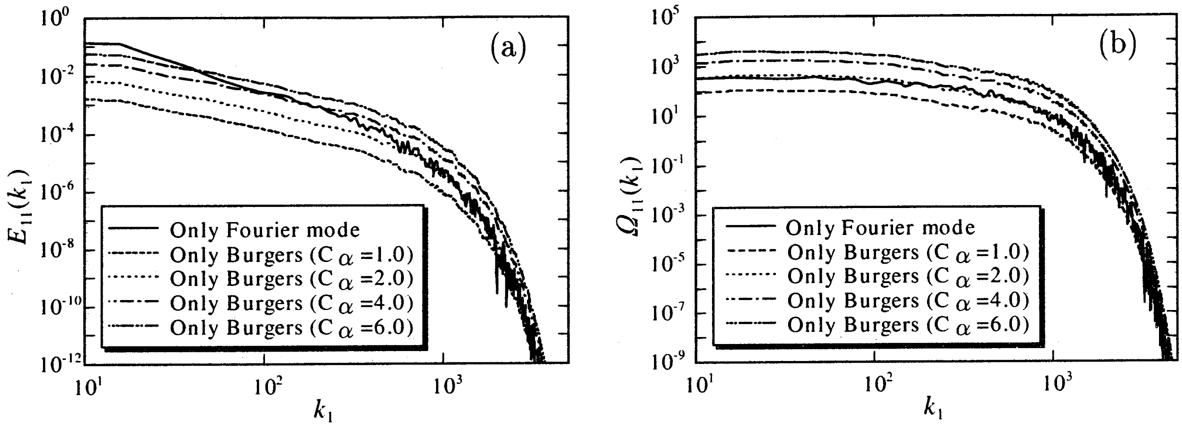

Figure 2: The effect of the parameter α of the Burgers vortex on the 1-D wavenumber energy and enstrophy spectrum. (a) Change of 1-D energy spectrum. (b) Change of 1-D enstrophy spectrum.

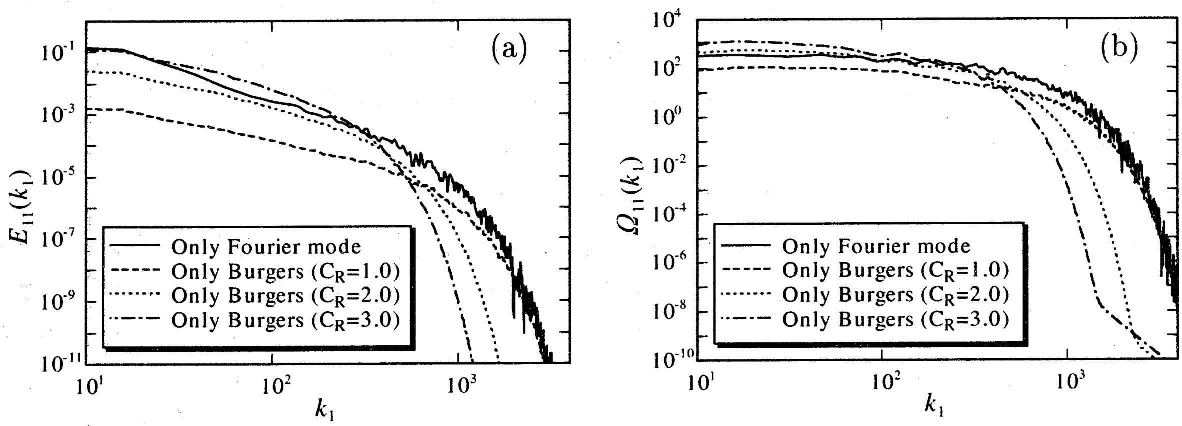

Figure 3: The effect of the radius R of the Burgers vortex on the 1-D wavenumber energy and enstrophy spectrum. (a) Change of 1-D energy spectrum. (b) Change of 1-D enstrophy spectrum.

図3(a), (b) にランダムフーリエモードのみによる速度およびエンストロフィーと，バーガース渦のみによるものに対する一次元エネルギースペクトル $E_{11}(k_1)$ およびエンストロフィースペクトル $\Omega(k_1)$ を示す．図より，どちらもともに，C_R の増加に伴い，低波数領域側は増加していく．それに対して，高波数側での落ち込みは急になる傾向があるが，これはバーガース渦のエネルギースペクトル分布（式(11)）より理解できる．

2.6　2粒子相対拡散

混合や燃焼といったプロセスをモデル化するために，乱流中の粒子の相対的な変位について統計的な情報を得ることが必要である．これは一般的には，2つの流体粒子間の平均距離を決定する問題に置き換えられる．

粘性の作用しない慣性小領域では，次元解析により2粒子対の相対変位の2乗平均値 $\langle \Delta^2(t) \rangle$ について次式が成り立つ．

$$\frac{d\langle \Delta^2(t)\rangle}{dt} = \bar{\varepsilon}t^2 f_n\left(\frac{\Delta_0}{\bar{\varepsilon}^{1/2}t^{3/2}}\right) \tag{15}$$

ここで，$\bar{\varepsilon}$ は単位質量当たりの平均エネルギー散逸率，Δ_0 は２粒子の初期間隔である．拡散時間が十分大きくなると，２粒子の相対運動は Δ_0 に無関係になるので，

$$\frac{d\langle \Delta^2(t)\rangle}{dt} \propto \bar{\varepsilon}t^2 \tag{16}$$

となり，これを積分すると次式を得る．

$$\langle \Delta^2(t)\rangle \propto \bar{\varepsilon}t^3 \tag{17}$$

Obukhov[17] は間隔が慣性小領域内にある粒子の動きについての考察から，$\Delta_0^2 \ll \langle \Delta^2(t)\rangle \ll L^2$ において次式を導いた．

$$\langle \Delta^2(t)\rangle - \Delta_0^2 = G_\Delta \bar{\varepsilon}t^3 \tag{18}$$

図 4(a)，(b) に，それぞれ $C_\alpha = 1.0$ と 4.0，$C_R = 1.0$ と 3.0 の場合における２粒子間距離の２乗平均値 $\langle \Delta^2(t)\rangle$ の時間変化の比較を示す．フーリエモードおよびバーガース渦のその他の計算条件は前節に示された“基準条件”と同様であるが，$\langle \Delta^2(t)\rangle$ は１回の実現で 512 の粒子対が放出され，そして８実現に対する集合平均として計算された．したがって $\langle \Delta^2(t)\rangle$ は合計 4096 の粒子対の平均となる．粒子の初期間隔 Δ_0 は 0.025η，0.05η，0.1η，0.2η，0.4η である．図の縦軸は η^2 で無次元化してあり，横軸はフーリエモードによる大きなスケールの時間尺度 $\tau_F = L/\sqrt{(2/3)K_F}$ で無次元化してある．また図中には３乗則と１乗則を表す直線が描かれている．

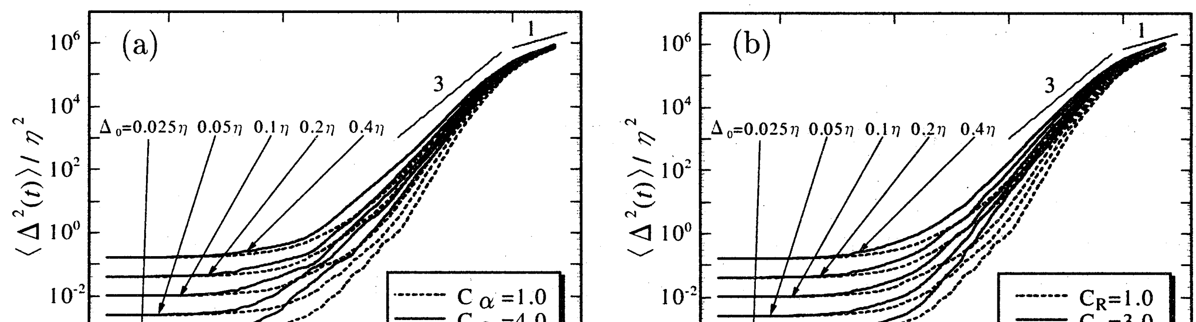

Figure 4: Mean-square separation $\langle \Delta^2(t)\rangle/\eta^2$ plotted against time t/τ_F for five values of the initial separation : $\Delta_0 = 0.025, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$. (a) Effect of α on the curves of $\langle \Delta^2(t)\rangle/\eta^2$ ($C_\alpha = 1.0$ and $C_\alpha = 4.0$). (b) Effect of R on the curves of $\langle \Delta^2(t)\rangle/\eta^2$ ($C_R = 1.0$ and $C_R = 3.0$).

図より，拡散の初期段階においては，２粒子間距離の２乗平均値 $\langle \Delta^2(t)\rangle$ は初期間隔 Δ_0 に強く依存しているが，時間の経過に伴い，各曲線は３乗則領域を経て，各粒子が互いに独立となる１乗則領域 [18] へと向かっていく傾向を示していることがわかる．また，パ

ラメータ C_α および C_R を大きくすることにより，拡散の進行が早まっている様子が伺える．これはこれらのパラメータを大きくすることにより，バーガース渦の循環 Γ が大きくなり，このことが結果的に拡散の促進につながったものと考えられる．

次に，2粒子相対拡散において，パラメータ C_α および C_R を変化させ，普遍定数 $G_\Delta (= (\langle \Delta^2(t) \rangle - \Delta_0^2)/\bar{\varepsilon} t^3)$ がどのように変化するかを調査した．表1にその結果を示す．ただし，計算条件は図2，3と一致しており，単位質量当たりのエネルギー散逸率 $\bar{\varepsilon}$ は次式により計算した．

$$\bar{\varepsilon} = \nu \langle \omega_i \omega_i \rangle \tag{19}$$

ここで $\langle \quad \rangle$ は空間平均を示す．

C_α	C_R	$\bar{\varepsilon}$	G_Δ
1.0	1.0	3.68	0.05 ± 0.015
2.0	1.0	8.41	0.025 ± 0.006
4.0	1.0	22.9	0.01 ± 0.004
6.0	1.0	46.2	0.006 ± 0.002
1.0	2.0	17.1	0.014 ± 0.004
1.0	3.0	47.5	0.007 ± 0.002

Table 1: Effect of C_α , C_R on G_Δ

表1より，パラメータ C_α , C_R の増加は $\bar{\varepsilon}$ の増加と G_Δ の減少をもたらすことがわかる．以上より，パラメータ C_α , C_R の増加は，渦の循環 Γ の増加をもたらし，結果的に乱流場の拡散能は大きくなるが，同時に平均散逸率 $\bar{\varepsilon}$ も大きくなるために，結局 G_Δ の値は小さくなるものと予想される．

3 DNS による2粒子相対拡散に対する微細構造の影響

前章において，非定常ランダムフーリエモード法とバーガース渦による運動学的シミュレーションにより，集中渦度領域の存在が2粒子相対拡散特性に大きな影響を与えることが示唆された．本章では，DNS により乱れの微細構造と2粒子相対拡散の関係をより詳しく調べたので，その結果を報告する．

3.1 乱れの微細構造の抽出

She ら [5] によると，乱流場は相関の弱いランダムなバックグラウンドと，強い相関を持つ局所的な乱れの微細構造とに分けられる．この乱れの微細構造を，Tanahashi ら [9] は速度勾配テンソルの第2不変量 Π を用いて抽出し，コルモゴロフスケールの10倍程度の直径を持つ管状の構造の存在を示した．この管状の構造は“ワーム”として知られる高渦度領域であり，その周方向の速度分布は伸張を受けたバーガース渦によって近似できる．

Πは次のように定義される.

$$\Pi \equiv \frac{1}{4}\left\{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2-\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2\right\} \tag{20}$$

Πは変形テンソルと回転テンソルとの大きさの差であり，Πの大きな領域（通常は正の値をとる）を“変形領域”，Πの小さな領域（通常は負の値をとる）を“回転領域”と呼ぶこととする．いま，速度勾配テンソルの第２不変量の代表スケールとして，$\Pi' = u_{r.m.s.}^2/\eta^2$ を定義する．ここで，η はコルモゴロフスケールである．図には示さないが，例えばΠが $-0.1\Pi'$ 以下の負の値をとる回転領域とΠが $0.05\Pi'$ 以上の正の値をとる変形領域を可視化すると，回転領域には管状の構造が確認でき，また変形領域は回転領域のまわりに，回転領域と同程度のスケールで分布していることが明らかにされた．また，それらの全体積に占める割合はいずれも1%に満たないことが確かめられている．

3.2　計算方法と計算条件

本研究では，非圧縮な定常一様等方な流れに対してNavier-Stokes方程式を連続式とともに数値的に直接解き，それによって得られたオイラーの速度場において２粒子拡散を計算する．このために用いたのは，擬スペクトル法によるRogallo[19]のコードである．時間積分には，２次精度のRunge-Kutta法を使用し，さらに低波数側にランダムな乱れを与えることによりエネルギーを注入し，乱れの定常性を実現する[20]．また，境界条件には周期境界条件を採用している．

粒子はその速度をオイラーの速度場から補間することによって軌跡を計算する．補間法としては，４次の精度で知られる３次スプライン法を用いた（Eswaranら[20]参照）．

本計算では次のようなパラメータを用いた．

計算領域	$(2\pi)^3$
格子サイズ	128^3
放出粒子対数	4096
初期粒子間距離	$\Delta_0/\eta = 1/4, 1, 4, 16$

全計算領域に占める変形領域，回転領域の割合はわずかであり（１%以下），ラグランジュ統計量を求める際に，初期状態として通常行われるような粒子対の一様配置では大部分の粒子は変形領域でも回転領域でもないところに存在し，統計量に現れる乱れの微細構造の影響はわずかなものとなる．そこで乱れの微細構造の影響がはっきりと現れるように，初期状態として粒子対を以下の３種類の方法で配置することとした．まず第１の配置方法として，粒子対の分布が空間的に一様になるように，粒子対を格子点上に等間隔に配置した．第２の配置方法では変形領域の影響を知るために，格子点上のΠの値が大きい点を選択しそこに粒子対を配置し，３番目の配置方法は第２の方法とは逆にΠの値の小さな回転領域に配置した．いずれの場合でも，粒子対は第１の粒子が格子点上に，第２の粒子が距離 Δ_0 だけ離れて配置され，等方性を満足するように第２の粒子が第１の粒子から見てどの座標軸方向に配置されるかはランダムに決定された．なお，上記第２，第３の配置方法では格子点上のΠの値を比較し，変形領域に配置する場合にはΠ

の値の大きな格子点から順に，回転領域に配置する場合には Π の値が小さな格子点から順に粒子対を配置した．ただし，この方法を用いると非常に狭い領域に粒子対が配置されてしまう恐れがあるため，すべての格子点について Π の値を参照するのではなく，格子1つおきに Π を調べた．このような配置法を用いることにより，2粒子拡散に対する乱れの微細構造の影響をよりはっきりさせることができる．

粒子対は外力によって流れが定常となるのを待って放出される．定常状態に達した時の主なオイラーの統計量は次の通りである．

積分スケール L	9.75×10^{-1}
テイラースケール λ	4.36×10^{-1}
コルモゴロフスケール η	2.77×10^{-2}
コルモゴロフ時間スケール τ_η	3.06×10^{-2}
オイラーの速度の r.m.s. 値 $u_{\mathrm{r.m.s.}}$	3.70×10^{0}
Re_λ	6.47×10^{1}
$\Pi' = u_{\mathrm{r.m.s.}}^2/\eta^2$	1.79×10^{4}

3.3　計算結果

以下に，本計算による結果を報告する．まず図5に，粒子間距離の2乗平均値の増分 $\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2$ に対する平方根 $\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ の時間変化を初期粒子間距離 Δ_0 をパラメータとして示す．以下の図中における実線，破線，一点鎖線はそれぞれ粒子対を一様等間隔に，変形領域に，回転領域に配置した場合を表す．$\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ は，拡散初期には τ に比例し，拡散後期には $\tau^{1/2}$ に比例する様子が明らかとなっている．初期粒子間距離 Δ_0 が大きい場合には，τ への比例関係から $\tau^{1/2}$ に比例する関係へと連続的に移行している．一方，Δ_0 が小さい場合には拡散中期において $\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ の急激な増加が見られる．ここで注目すべきことは，Δ_0 の値が小さい場合は，拡散初期から中期にかけての $\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ は，変形領域，回転領域，一様等間隔の配置法の順に大きいことである．特に変形領域に配置した場合には，2粒子拡散が明らかに早まっている．それに対し，回転領域に配置した場合には拡散初期における $\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ は等間隔に配置した場合よりも大きいものの，拡散中期からはほとんど差がなくなっており，乱れの回転領域には変形領域ほど2粒子拡散を促進させる効果がないことがわかる．なお，Δ_0 が 10η を超えるような大きな値の場合（図中，$\Delta_0 = 16\eta$ の場合），回転領域に配置した場合の結果は，一様等間隔の場合とほとんど一致し，回転領域の効果はほとんど見られない．

いま，上記のような拡散中期にあらわれる $\sqrt{\langle\Delta^2\rangle - \Delta_0^2}$ の急激な増加の原因を考察するために，2粒子間分離速度 v の p.d.f. に対する歪度，平坦度の時間変化を $\Delta_0 = 1/4\eta$, 16η について調べ，その結果を図6(a)，6(b) に示す．図中の線種の意味は図5と同様である．Δ_0 が小さい場合の拡散中期に，大きなピークが見られる．これは，拡散中期の分離速度のガウス分布からの逸脱を示しており，このピークは大部分の粒子対がいまだ接近している状態で，間欠的に発生する2粒子の急激な拡散作用によって一部の粒子が大きな速度で離れていこうとする時に起こると考えられる．十分に拡散が進んだ後には大部分の粒子対が互いに独立となっているため，分離速度は歪度0，平坦度3のガウス分布に

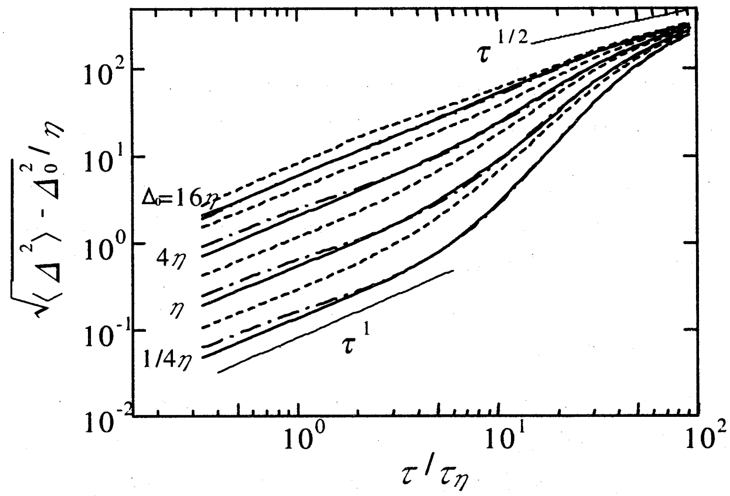

Figure 5: The time evolution of $\sqrt{\langle \Delta^2 \rangle - \Delta_0^2}$

おける値となる．このピークの値は，どの粒子対の配置法でも大きさはほぼ同じであるが，一方では，ピークが現れる時間は粒子対の配置法に依存し，変形領域，回転領域，一様等間隔の配置法の順に，早い時間で現れている．このような間欠的に発生する2粒子の急激な拡散作用が図5で示された $\sqrt{\langle \Delta^2 \rangle - \Delta_0^2}$ の急激な増加の主な原因となっていると考えられる．

なお，Δ_0 が大きい時には，初期の粒子対の配置方法によらず，拡散のすべての時間において歪度や平坦度の値がほぼ一定である．これは Δ_0 が大きい場合には，粒子対が配置された段階で既に2つの粒子はほぼ独立して運動している漸近的な状態に近くなっており，2粒子の間欠的な拡散促進効果が生じないためである．

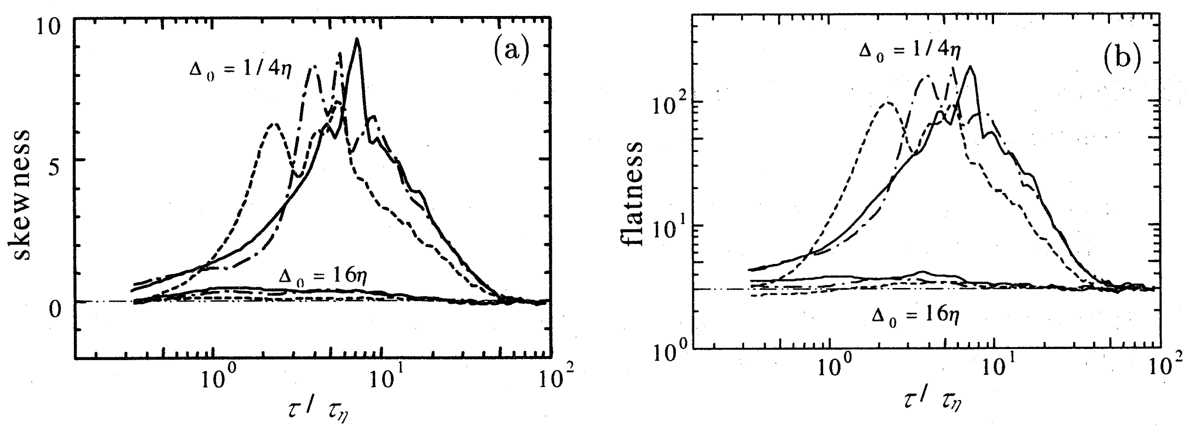

Figure 6: Skewness and Flatness factor of two-particle relative velocity p.d.f. plotted against time t/τ_η. (a) Skewness factor. (b) Flatness factor.

4 おわりに

本研究では，まず非定常ランダムフーリエモード法と集中渦度領域のモデルであるバーガース渦を組み合わせた運動学的一様等方性乱流の生成モデルを発展させた．そして，主にバーガース渦まわりの歪み速度 α と渦の粘性半径 R の 2 粒子相対拡散特性への影響を調べた．その結果，α と R の増加はバーガース渦の循環 Γ を増加させ，これが 2 粒子拡散の進行を早める効果のあることが示された．しかし，一方では同時に平均散逸率 $\bar{\varepsilon}$ も大きくなるために，リチャードソンの普遍定数 $G_\Delta(= (\sqrt{\langle \Delta^2 \rangle - \Delta_0^2})/(\bar{\varepsilon} t^3))$ の値はむしろ小さくなることが明らかにされた．

次に，直接数値シミュレーションにより定常で一様な等方性乱流場を生成し，乱れの微細構造と 2 粒子拡散の関係を調べた．その結果，2 粒子の相対拡散速度は 2 粒子対の配置方法に大きく依存することが示された．特に初期粒子間距離が小さい場合に，粒子対を乱れの変形作用の強い領域に配置すると，一様に配置した場合や，回転作用の強い領域に配置した場合と比べて，拡散の進行が早まった．

また，2 粒子間分離速度の p.d.f. の時間変化を調べることにより，初期粒子間距離が小さい場合の拡散中期に見られる急激な粒子間距離の増加は，多くの粒子がいまだ接近している状態で，一部の粒子対のみが間欠的に大きく離れようとするために起こることが明らかにされた．なお，本報では紙面の関係上省略したが，初期粒子間距離が小さい場合に，ある特定の粒子対を選出し，2 粒子間距離 $\Delta(t)$ と速度勾配テンソルの第 2 不変量 Π の時間変化を調べた結果，上述したような一部の粒子対の急激な拡散作用は乱れの変形領域が主な原因であり，この変形領域が空間中に間欠的に分布するために粒子対の急激な拡散も間欠的に発生することが明らかとなっている．これらの詳細は別報 [21] において報告する．

参考文献

[1] Sigga,E.D. 1981 Numerical study of small scale intermittency in three-dimensional turbulence. *J. Fluid Mech.* **107**, 375-406.

[2] Kerr,R.M. 1985 Higher-order derivative correlation and the alignment of small-scale structures in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **153**, 31-58

[3] Hosokawa,I. & Yamamoto,K. 1989 Fine structure of a directly simulated isotropic turbulence. *J. Phys. Soc. Japan* **58**, 20-23.

[4] Hosokawa,I. & Yamamoto,K. 1990 Intermittency of dissipation in directly simulated fully developed turbulence. *J. Phys. Soc. Japan* **59**, 401-404.

[5] She,Z.S., Jackson,E. & Orszag,S.A. 1991 Structure and dynamics of homogeneous turbulence; models and simulations. *Proc. R. Soc. Lond.* **A 434**, 101-124.

[6] Vincent,A. & Meneguzzi,M. 1991 The spatial structure and statistical properties of homogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.* **225**, 1-25.

[7] Kida,S. & Ohkitani,K. 1992 Spatio-temporal intermittency and instability of a forced turbulence. *Phys. Fluids* **A 4**, 1018-1027.

[8] Jiménez,J., Wray,A.A., Saffman,P.G. & Rogallo,R.S. 1993 The structure of intense vorticity in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **255**, 65-90.

[9] Tanahashi,M, Miyauchi,T. & Ikeda,J. 1997 Scaling law of coherent fine scale structure in homogeneous isotropic turbulence. *in Proc. 11th Symp. on Trubulent. Shear Flows* **1**, 4.17-4.22

[10] Jiménez,J. & Wray,A.A. 1998 On the characteristics of vortex filaments in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **373**, 255-285.

[11] Tanahashi,M., Miyauchi,T. & Ikeda,J. 1999 Three-dimensional features of coherent fine scale eddies in turbulence. *in Proc. Turbulence and Shear Flow Phenomena* **1**, 79-84.

[12] Moffatt,H.K., Kida,S. & Ohkitani,K. 1994 Stretched vortices - the sinews of turbulence; large-Reynolds-number asymptotics. *J. Fluid Mech.* **259**, 241-264.

[13] Fung,J.C.H., Hunt,J.C.R., Malik,N.A. & Perkins,R.J. 1992 Kinematic simulation of homoenegous turbulence by unsteady random Fourier modes. *J. Fluid Mech.* **236**, 281-318.

[14] Vassilicos,J.C. & Fung,J.C.H. 1995 The self-similar topology of passive interfaces advected by two-dimensional turbulent-like flows. *Phys. Fluids* **7**, 1970-2714.

[15] Hinze,J.O. 1975 *Turbulence* 2nd ed., p.225.

[16] Antonia,R.A., Browne,L.W. & Sha,D.A. 1988 Characteristics of vorticity fluctuations in a turbulent wake. *J. Fluid Mech.* **189**, 349-365.

[17] Obukhov,A. 1941 Spectral energy distribution in a turbulent flow. *Izv. Akad. Nauk. SSSR. Ser. Geogr. i Geofiz.* **5**, 453-466. (Translation; Ministry of Supply, p.211097)

[18] Monin,A.S. & Yaglom,A.M. 1975 *Statistical Fluid Mechanics*, Vol.2, MIT press.

[19] Rogallo,R.S. 1981 Numerical experiments in homogeneous turbulence. *NACA Tech. Mem.* No.81315.

[20] Eswaran,V. & Pope,S.B.1988 An experimentation of forcing in direct numerical simulations of turbulence. *Computers & Fuilds* **16**-3, 257-278.

[21] 酒井康彦，中嶌信一，中村育雄，角田博之　2000「DNSによる２粒子構造拡散の統計解析」日本機械学会論文集（B編）準備中．