数理解析研究所講究録
1155巻 2000年 149-161

補間問題と割算問題の関連

大沢健夫(名大多元数理)

1. 序　自然現象のデータの解析に欠かせないのが補間法と近似法である。これらによくあてはまる素朴な数学的構造が存在する。ユークリッド原論の第一公準と、ガウスの最小自乗法がそうである。この二つの要素を立脚点として成り立っている、複素関数論における一つの補間理論がある。これを拡張して、さらに十分な一般性をもつ理論を確立することを目標に研究を進めてきた。その結果、複素多様体上のベクトル束係数の関数空間に対して補間定理が定式化でき、系として H. Skoda 氏の有名な割算定理が導けることがわかった。しかもこの新しい方法により、Skoda 氏の定理の条件にふくまれる不等式が等号つきのものでよいことがわかるなど、割算定理の理解がより明確になるという収獲が得られたので、これらを一つの論文にまとめた。講演ではその内容を報告したい。

2. 補間問題　まず一変数の場合を復習しよう。Dを複素平面$\mathbb{C}$の開集合、ΓをDの部分集合で孤立点から成るものとする。D上の正則関数の集合 $\mathcal{O}(D)$ からΓ上の複素数値関数の集合 $\mathbb{C}^{\Gamma}$ への制限写像を r_{Γ} で表す.

定理 1.　r_{Γ} は全射である。

証明.　Weierstraßの乗積定理より、$\mathcal{O}(D)$ の元 g で $g^{-1}(0)=\Gamma$ であり、かつ $(g')^{-1}(0)\cap\Gamma=\phi$ をみたすものが存在する。$\mathbb{C}^{\Gamma}$ の任意の元 c に対し、Mittag-Lefflerの定理より、D上の有理型関数 h でその主要部が $\{c(a)/(z-a)g'(a)\}_{a\in\Gamma}$ となるものが存在する。このとき $gh\in\mathcal{O}(D)$ であり、$r_{\Gamma}(gh)=c$ となる。 □

gを上記の証明中のものとするとき、いわゆるLagrange級数

$$\sum_{a\in\Gamma}\frac{c(a)\,g(z)}{g'(a)(z-a)}$$

が収束するためには、cは一定の増大度の条件をみたさねばならない。この条件は、Dが複素平面であり、Γが格子点の集合またはそれに準ずる一様離散的な集合である場合には、Γの上一様密度

$$\overline{\lim_{r\to\infty}}\sup_{w}\frac{\#\{z\in\Gamma \mid |z-w|<r\}}{\pi r^2}$$

を用いた簡単な不等式で表せることが、K. Seipらによって知られている。(cf. [S-1], [S-W])。その際、gとしてはWeierstraßのσ関数またはその変形が用いられる。

増大度の条件つきで関数の補間をする場合、一意性も問題になるが、これについてもΓの下一様密度

$$\underline{\lim_{r\to\infty}}\inf_{w}\frac{\#\{z\in\Gamma \mid |z-w|<r\}}{\pi r^2}$$

を用いた不等式で条件が表せることが知られている。(cf. 同上)。

さらに、$D=\Delta$ ($:=$単位円板)の場合にこれらの類似が成立することもSeipは示している。(cf. [S-2])。単位円板上の有界正則関数による補間定理は夙に有名である。(cf. [C])。

さて、これらを多変数の場合に一般化しようとすると、いろんな障害が現れる。$\mathcal{O}(D)$が$\mathbb{C}^n$の開集合D上の正則関数の集合の場合、制限写像r_Γが全射であるためにはDが擬凸であることが必要かつ十分な条件であるが、いわゆるLevi問題の解決によってこのことが判明するまでに、Hartogs, Levi, H. Cartan, 岡潔、Norguet, Bremermann 等、一流数学者たちの努力があったことは周知の事実である。

増大度の条件をつけると問題はさらに深くなる。たとえば$\mathbb{C}^n$の一般の格子

$$\Gamma=\left\{\sum_{i=1}^{2n} m_i\omega_i \;\middle|\; m_i\in\mathbb{Z}\right\}\quad(\omega_1,\cdots,\omega_{2n}\text{は}\mathbb{R}\text{上一次独立な}\mathbb{C}^n\text{の点})$$

に対し、Γ上に勝手な値を与えて整関数をつくることができるが、この場合 *Lagrange* 級数にあたるものは存在しえない。またΓの'密度'は方向に依存するが、これが具体的に補間関数の増大度をどう制約するか、今もって不明のままである。

ちなみに、一変数の場合、*Mittag-Leffler* の定理と *Weierstraß* の乗積定理は、ガンマ関数、*Riemann* のゼータ関数、*Weierstraß* の $\wp$ 関数、テータ関数など、珠玉の特殊関数たちの基本的な展開式や関数等式と結びついているが、この二定理を多変数に一般化したものであるコホモロジー消滅定理や岡・*Grauert* の原理だけでは、まだ多変数の特殊関数論の基礎づけには足りないようである。

このように、多変数の場合、補間問題の解を解析的表示式により構成的に作るのが無理な段階にあるのだが、それでも一定の関数空間を設定することにより、解を変分学的に特定することができる。(cf. [O-T])。そのよりどころとなるのが、いわゆる *Weyl* の直交射影の方法であり、はじめ *H. Weyl* によりコンパクトな *Riemann* 面上の非定数有理型関数の存在証明に用いられ、小平邦彦、*J. Kohn*, *L. Hörmander*, *A. Andreotti*, *E. Vesentini* らによって複素多様体上の存在問題に応用されてきたものである。この方向で開多様体上の関数論を構築しようとしたのが *H. Skoda*、中野茂男らであり、その成果として複素多様体上の割算定理や補間定理が得られた。

この流れを図式化すると次のようになる。

Levi 問題の解

岡：正則凸領域の接合
Grauert：コホモロジー有限性定理
Kohn：$\bar{\partial}$-Neumann問題の解
Hörmander：L^2 条件つきの $\bar{\partial}$ 方程式の可解性

Skoda の割算定理
(1972年)

L^2 正則関数の拡張定理(補間定理)
(1987年)

つぎに、L^2 正則関数の拡張定理の周辺を詳しく述べよう。

Mは複素多様体、$d\mu$ はM上の測度とし、M上の正則関数で $d\mu$ に関して二乗可積分なもののなす Hilbert空間を $A^2(M, d\mu)$ で表す。これについて、補間問題の一意性と存在の部分を分けて述べると次のようになる。

サンプリング問題　Mの部分集合 S と、S 上の測度 $d\mu'$ で、制限写像

$$A^2(M, d\mu) \longrightarrow A^2(S, d\mu')$$

が well-defined かつ同相写像になるものを求めよ。

拡張問題　Mの部分集合 S が与えられたとき、S 上の測度 $d\mu'$ で、補間作用素

$$I : A^2(S, d\mu') \longrightarrow A^2(M, d\mu)$$

が存在するようなものを求めよ。ただし、I が補間作用素であるとは、I は有界な線形作用素であって、任意の $f \in A^2(S, d\mu')$ に対して $I(f)|S = f$ であることをいう。

既に述べたように、これらの問題には一変数の場合に良い解答が存在する。しかし、多変数の場合、答は今のところ拡張問題に限られている。

以下では $z = (z_1, \cdots, z_n)$ はMの局所座標または $\mathbb{C}^n$ の座標を表す。

定理 2.（cf. [O-T]）　Dは $\mathbb{C}^n$ の有界擬凸開集合とし、φ はD上の多重劣調和関数とする。このとき $(D, e^{-\varphi} d\lambda_n)$ と $(D \cap z_n^{-1}(0), e^{-\varphi} d\lambda_{n-1})$ に関して補間作用素が存在する。ただし $d\lambda_k$ は $\mathbb{C}^k$ の Lebesgue 測度を表す。

系.　上のDについて、さらに境界 ∂D は Lipschitz 連続であるとする。このとき D の Bergman核 $K_D(z, w)$ について、評価式

$$K_D(z, z) \times 定数 \geq \left(\inf_{w \in \partial D} |z - w| \right)^{-2}$$

が成立する。

これに先行する結果として [B], [Ni], [Y], [Na], [D-1] 等がある．これらを導くには L^2 評価式の方法によるのであるが，実質的には L^2 ノルムを定める荷重関数となるべき多重劣調和関数を，状況に応じて適切に選ぶという簡単な作業を実行しているだけである。多重劣調和関数から正則関数が出てくる仕掛けにはどこかブラックボックス的なものがあるようで，そのため 'powerhouse method' と皮肉られたりもする。

定理２の証明のためにはブラックボックスをいじる必要があり，[O-1]は（今にして思えば）その準備運動のようなものであった。この論文の主結果は Grauert の学位論文で示された事実―― C^ω 級の実超曲面を境界とする $\mathbb{C}^n$ の領域が完備な Kähler 計量をもてば擬凸である――における仮定を C^ω 級から C^1 級に弱めただけのことだが、証明の技法は L^2 評価式の方法であり、Grauert の証明とは本質的に異なる。強調したいのは、そこでは荷重関数を調整するだけでなく，完備な Kähler 計量に関する L^2 空間で $\bar\partial$ 方程式を解いて正則関数を作ったことで、いわば小平・中野の消滅定理の延長線上で，開多様体をあたかもコンパクト多様体であるかの如くに扱って関数論を展開したことである。

ちなみに L^2 評価式の方法のこの方向への一般化は，J.P. Demailly によってもほぼ同時期に行なわれている (cf. [D-2])．

定理２を導くにはこれだけでは不十分であったが，cf. [O-2] E. Witten のラプラシアンの変形法に触発されるところがあって (cf. [W])．通常の複素ラプラシアン $\bar\partial\cdot\bar\partial^*+\bar\partial^*\cdot\bar\partial$ を，$-i\partial\bar\partial\eta>0$ なる正値関数 η を用いて $\bar\partial\cdot\eta\cdot\bar\partial^*+\bar\partial^*\cdot\eta\cdot\bar\partial$ と変形してみたらうまくいった。

L^2 条件つきの拡張定理ができた以上，一般に L^p 条件つきの場合にはどうなるか気になるところだが，$p\neq 2$ の場合に評価つきの拡張がいえるのは，D が強擬凸または有限型の凸領域で，しかも ∂D と $z_n^{-1}(0)$ が横断的に交わっているときのように，拡張作用素が積分作用素として表示されていて，積分核が評価できる場合だけである．(cf. [H], [D-M-3])．強擬凸でない場合，有限型であっても L^p ($p\neq 2$) 拡張性に対する反例が存在することが知られている [D-M-1]．

また，最近，複素解析集合からの L^2 拡張問題に対する反例が（然るべき横断性条件つきで）発見された (cf. [D-M-2])．

定理2は、さらに次のように深めることができる。

定理3.（cf.［O-4］） Dとφは上の通りとし、ψはD上の多重劣調和関数で、$\psi(z)+2\log|z_n|$が上に有界なものとする。このとき（D, $e^{-\varphi-\psi}d\lambda_n$）と（$D\cap z_n^{-1}(0)$, $e^{-\varphi}d\lambda_{n-1}$）に関する補間作用素が存在する。

系. Dは$\mathbb{C}^n$の有界擬凸領域であり、∂DはC^∞級、かつ任意の$p\in\partial D$に対し、滑らかな境界をもつ擬凸領域で、その境界がpで∂Dに全方向位数N以下で外接するものが存在するとする。このとき評価式

$$K_D(z,z)\times 定数 \geq \left(\inf_{w\in\partial D}|z-w|\right)^{-2-\inf\left(\frac{2}{N},\,n-1\right)}$$

が成立する。

定理2の複素多様体への一般化は、［O-3］や［M］でなされた。定理3の一般化は［O-5］で行なったが、これは一変数のSeip理論との関連を意識したものであって、一般論としての完成度は高くない。そこで改めて、応用にはこだわらずに試みた一般化が［O-6］の主定理であり、以下の定理4がそれにあたる（ただし表現は多少異なる）。

定義. Mの複素部分多様体S（およびM上の正則Hermiteベクトル束(E,h)）に対し、Sを極とし、hを負荷とするGreen関数とは、連続関数$\Psi: M\longrightarrow[-\infty,0)$で以下の性質a), b)を有するもののうち最大のものをいう。

a) Sの各点で、そのまわりのSの局所定義関数系$z_1,\cdots,z_k$に対し、

$$\Psi - k\log\sum_{j=1}^{k}|z_j|^2 \in L^\infty_{loc}$$

b) $he^{-\Psi}$は局所的に、非負曲率をもつファイバー計量$\hat{h}$と多重劣調和関数$\hat{\Psi}$を用いて$\hat{h}e^{-\hat{\Psi}}$と表せる。

Sを極とし、hを負荷とするGreen関数を$G_{S,h}$で表す。

定義．　M 上の連続な体積要素 dV_M に対し、dV_M と h に関する S上の対数容量とは、S 上の体積要素 dV_S で、以下の性質 (*) をもつもののうち最も小さいものをいう。

(*)　コンパクトな台をもつ M 上の非負連続関数 f に対して、常に

$$\int_S f\,dV_S \geq \overline{\lim_{t\to\infty}} \frac{2k}{\sigma_{2k-1}} \int_M f e^{-G_{S,h}} \chi_{R(t)}\, dV_M$$

ただし $\sigma_{2k-1} = 2\pi^k/k!$， $R(t) = \{x \in M \mid -t-1 < G_{S,h}(x) < -t\}$ かつ $\chi_{R(t)}$ は特性関数を表す。

dV_M と h に関する S 上の対数容量を $dV_{M,S}$ で表す。
$A^2(M, E, h, d\mu)$ で、M 上の E 値正則切断で $d\mu$ に関して二乗可積分なもののなす Hilbert 空間を表す。また、K_M で M の標準直線束を表す。

定理 4.　M は正直線束をもつ擬凸多様体であるとし、(E, h) は、曲率形式が非負であるような M 上の正則 Hermite ベクトル束とする。M の複素部分多様体 S を極とし、h を負荷とする green 関数が存在すれば、M 上の任意の連続な体積要素 dV_M に対して有界線形作用素

$$I : A^2(S, E\otimes K_M, h\otimes(dV_M)^{-1}, dV_{M,S}) \longrightarrow A^2(M, E\otimes K_M, h\otimes(dV_M)^{-1}, dV_M)$$

で、$I(f)|S \equiv f$ かつ $\|I\| \leq 2^4\sqrt{\pi}$ をみたすものが存在する。

註釈

h の曲率形式 $\left(\sum_{\alpha,\beta} \Theta^{\mu}_{\nu\alpha\bar\beta}\, dz_\alpha \wedge d\bar z_\beta\right)_{\mu,\nu}$ が非負 :$\Longleftrightarrow$ 二次形式 $\sum_{\substack{\alpha,\beta\\ \nu,\kappa}} \left(\sum_\mu h_{\mu\bar\kappa} \Theta^{\mu}_{\nu\alpha\bar\beta}\right) \xi^{\alpha\nu} \overline{\xi^{\beta\kappa}}$ がいたるところ非負．

M が擬凸多様体 :$\Longleftrightarrow$ M は連続な多重劣調和皆既関数をもつ．（皆既関数 = exhaustion function）

3. 割算定理　　$Skoda$ の割算定理を述べよう。複素多様体 M と正則ベクトル束（E, h）を固定する。Mの体積要素 dV_M に対し、$A^2(M, K_M\otimes E, h\otimes(dV_M)^{-1}, dV_M)$ は、実際には dV_M のとり方にはよらないので単に $A^2(M, K_M\otimes E)$ と書くことにする。Θ_h でファイバー計量 h の曲率形式を表す。

定義　（E, h）が$Griffiths$の意味で非負曲率をもつとは、Θ_h の局所表示を

$$\left(\sum_{\alpha,\beta}\Theta^{\mu}_{\nu\alpha\bar{\beta}}\, dz_\alpha\wedge d\bar{z}_\beta\right)_{\mu,\nu}$$

としたとき、双二次形式 $\displaystyle\sum_{\alpha,\beta,\nu,\kappa}\sum_{\mu} h_{\mu\bar{\kappa}}\,\Theta^{\mu}_{\nu\alpha\bar{\beta}}\,\xi^\alpha\,\overline{\xi^\beta}\,\eta^\nu\,\overline{\eta^\kappa}$ がいたるところ非負であることをいう。

Eから正則ベクトル束Qへの全射準同型 $\gamma: E \longrightarrow Q$ があるとし、hによって誘導される $\det E$, $\det Q$ のファイバー計量をそれぞれ $\det h$, a とする。また、$n=\dim M$, $r=\mathrm{rank}\,E$, $q=\mathrm{rank}\,Q$ とおく。

定理 5.（cf.［Sk］）　　Mは$K\ddot{a}hler$計量とC^2級の多重劣調和皆既関数をもつ複素多様体であり、（E, h）は M 上の正則$Hermite$ベクトル束で、$Griffiths$の意味で非負曲率をもつものとし、$\gamma: E\to Q$ は全射束準同型とする。このとき、M上の正則$Hermite$直線束（L, b）について、もし

$$\Theta_b - \Theta_{\det h} - k\,\Theta_a \geq 0$$

$$k > \inf(n, r-q)$$

をみたす k が存在すれば、γ によって誘導された準同型

$$\gamma_*: A^2(M, K_M\otimes E\otimes L) \longrightarrow A^2(M, K_M\otimes Q\otimes L)$$

は全射である。

さらにこのとき、任意の $f\in A^2(M, K_M\otimes Q\otimes L)$ に対し、$A^2(M, K_M\otimes E\otimes L)$の元 g で、$\gamma_*(g)=f$ かつ $\|g\|^2 \leq (k-\inf(n, r-q))^{-1}\times$定数$\times\|f\|^2$ をみたすものが存在する。

4. 補間問題と割算問題　　複素多様体の理論において、小林・落合 [K-O] によって射影空間を特徴づける問題に応用され、Le Potier [LP] によって一般化された一つのコホモロジー消滅定理がある。証明は小平・中野の消滅定理に帰着させるのだが、その方法は原理的に層係数コホモロジー論における *Leray* の定理に基礎づけられており、他の問題にも応用のきく形をしている。実際これによって補間問題と割算問題の関係が明確になる。

正則ベクトル束 $E \xrightarrow{\pi} M$ に対し、M 上の $\mathbb{P}^{r-1}$ 束を

$$P(E) = E \setminus \text{零切断} / \mathbb{C}^*$$

により定義する。$P(E)$ のファイバーは E のファイバーの射影化だから、$P(E)$ 上には自給束（*tautological line bundle*）が存在する。それを $L(E)$ と書く。

定理 6.（cf. [LP], [Sch]）　標準的な同型

$$\alpha^{p,q} : H^{p,q}(M, E) \longrightarrow H^{p,q}(P(E^*), L(E^*)^*)$$

が存在する。ただし E^* は E の双対束を表す。

系.　$\Gamma(M, \mathcal{O}(E)) \simeq \Gamma(P(E^*), \mathcal{O}(L(E^*)^*))$

系の証明：　可換図式

$$\begin{tikzcd}
L(E^*)^* \arrow[dr] & \varpi^*E \arrow[l, "\alpha"'] \arrow[r] \arrow[d, "\xi"] & E \arrow[d, "\pi"] \\
 & P(E^*) \arrow[r, "\varpi"] & M
\end{tikzcd}$$

が存在する。ただし ξ と ϖ は射影で、$\alpha(v) := v + \operatorname{Ker}\xi(v)$.

αによって誘導される写像

$$\alpha_* : H^{0,0}(P(E^*), \varpi^*E) \longrightarrow H^{0,0}(P(E^*), L(E^*)^*)$$

において、$H^{0,0}(P(E^*), \varpi^*E) \simeq \Gamma(M, \mathcal{O}(E))$ であるから求める同型を得る。$\square$

系により、可換図式

$$\begin{tikzcd}
H^{0,0}(M, E\otimes K_M\otimes L) \arrow[r] \arrow[d, "\gamma_*"] & H^{0,0}(P(E^*), \varpi^*(K_M\otimes L)\otimes L(E^*)^*) \arrow[d, "r_{E,Q} := \text{制限写像}"] \\
H^{0,0}(M, Q\otimes K_M\otimes L) \arrow[r] & H^{0,0}(P(Q^*), \varpi^*(K_M\otimes L)\otimes L(Q^*)^*)
\end{tikzcd}$$

が得られ、従って

$$\gamma_* \text{ が全射} \Longleftrightarrow r_{E,Q} \text{ が全射}$$

となる。

これにより、割算定理を特別な場合として含むような一般的な補間定理が存在しうるというわけである。具体的には定理4から次の割算定理が従う。

定理 7. Mは正直線束をもつ擬凸多様体とし、(E, h), $\gamma: E \to Q$, γ_* は定理5の通りとする。このとき M 上の正則Hermite直線束 (L, b) について、もし

$$\Theta_b - \Theta_{\det h} - k\Theta_a \geq 0$$

$$k \geq \inf(n, r-q)$$

をみたす k が存在すれば、γ_* は全射である。

引用文献

[B] Bombieri, E., Algebraic values of meromorphic maps, Invent. math. 10 (1970), 248-263.

[C] Carleson, L. An interpolation problem for bounded analytic functions, Amer. J. Math. 80, (1958), 921-930.

[D-1] Demailly, J.-P., Scindage holomorphe d'un morphisme de fibrés vectoriels semi-positifs avec estimations L^2, LNM 919 (1982), 77-107.

[D-2] ——————, Estimations L^2 pour l'opérateur $\bar\partial$ d'un fibré vectoriel holomorphe semi-positif au dessus d'une variété kählerienne complète, Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. 15 (1982), 457-511.

[D-M-1] Diederich, K. and Mazzilli, E., Extension and restriction of holomorphic functions, Ann. Inst. Fourier 47 (1997), 1079-1099.

[D-M-2] ——————————, A remark on the theorem of Ohsawa-Takegoshi, to appear in Nagoya Math. J.

[D-M-3] personal communication.

[H] Henkin, G.M., Integral representations of functions holomorphic in strictly pseudoconvex domains and some applications, Math. USSR Sbornik, 7 (1969), 597-616.

[K-O] Kobayashi, S. and Ochiai, T. On complex manifolds with positive tangent bundles, J. Math. Soc. Japan 22 (1970), 499-525.

[LP] Le Potier, J. Théorèmes d'annulation en cohomologie, C.R. Acad. Sci. Paris 276 (1973), 535-537.

[M] Manivel, L. Un théorème de prolongement L^2 des sections holomorphes d'un fibré hermitien, Math. Z. 212 (1993), 107-122.

[Na] Nakano, S., Extension of holomorphic functions with growth conditions, Publ. RIMS, Kyoto Univ. 22 (1986)

[Ni] Nishimura, Y., Problème d'extension dans la théorie des fonctions entières d'ordre fini, J. Math. Kyoto Univ. 20 (1980) 635-650.

[O-1] Ohsawa, T., On complete Kähler domains with C^1-boundary, Publ. RIMS, Kyoto Univ. 20 (1984), 21-38.

[O-2] ———, Boundary behavior of the Bergman kernel function on pseudoconvex domains, Publ. RIMS. Kyoto Univ. 20 (1984), 897-902.

[O-3] Ohsawa, T. On the extension of L^2 holomorphic functions II, Publ. RIMS, Kyoto Univ. 24 (1988), 265-275.

[O-4] Ohsawa, T. On the extension of L^2 holomorphic functions III — negligible weights, Math. Z. 219 (1995), 215-225.

[O-5] ———, On the extension of L^2 holomorphic functions IV — a new density concept, Festschrift for Prof. S. Kobayashi, World Sci. 1994, pp. 157-170.

[O-6] ———, On the extension of L^2 holomorphic functions V — effects of generalization, Preprint.

[O-T] Ohsawa, T. and Takegoshi, K., On the extension of L^2 holomorphic functions, Math. Z. 195 (1987), 197-204.

[Sch] Schneider, M., Ein einfacher Beweis des Verschwindungssatz für positive holomorphe Vektorbündel, Manuscr. Math. 11 (1974), 95-101.

[S-1] Seip, K., Density theorems for sampling and interpolation in the Bargmann-Fock space I, J. Reine Angew. Math. 429 (1992), 91-106.

[S-2] ———, Beurling type density theorems in the unit disc, Invent. Math. 113 (1993), 21-39.

[S-W] Seip, K. and Wallstén, R., Density theorems for sampling and interpolation in the Bargmann-Fock space II, J. Reine Angew. Math. 429 (1992), 107-113.

[Sk] Skoda, H., Relèvement des sections globales dans les fibrés semipositifs, Séminaire Pierre Lelong-Henri Skoda (Analyse), Années 1978/79 LNM 822, Springer Berlin 1980 pp. 259-301.

[W] Witten, E. Supersymmetry and Morse theory, J. Diff. Geom. 17 (1982), 661-692.

[Y] Yoshioka, T., Cohomologie à estimation L^2 avec poids plurisousharmoniques et extension des fonctions holomorphes avec contrôle de la croissance, Osaka J. Math. 19 (1982), 787-813.