

A certain pencil of curves

東北学院大学工学部 足利 正 (Tadashi Ashikaga)

本稿では “Castelnuovo fiber” なるものについて、中途半端且つ曖昧さを含む若干の観察をすることしかできない。どうかお許し願いたい。

1 筆者は最近、石坂瑞穂氏と共に種数 3 の退化の位相型を、そのモジュライ点の \overline{M}_3 でのストラタ及び位相モノドロミーを込めて具体的に分類した ([AI])。Matsumoto - Montesinos の定理 [MM] によれば、これら個々には少なくとも一つ解析構造が入るのであるが、では具体的にどんな構造が許されるか？ またそれらの退化ファイバー芽の局所不変量はどんな値をとるか？ 或いは大域的なコンパクト曲面への応用は？ といったところが次に考えるべき問題群であろう。

この事を考える契機となる良い対象の一つとして、Castelnuovo 曲面と呼ばれる代数曲面の一群がある。標準写像が像の上に双有理的な曲面を標準曲面と言い、これの不変量については一般に不等式 $K^2 \geq 3p_g - 7$ が成り立つ (Castelnuovo - Horikawa [H2]) が、この不等式の下限つまり $K^2 = 3p_g - 7$ を満たす標準曲面を Castelnuovo 曲面と呼ぶのである。この曲面は次の仕方で自然な非超楕円の種数 3 の束を持つ (Castelnuovo [C], Konno-A [AK1] 等) :

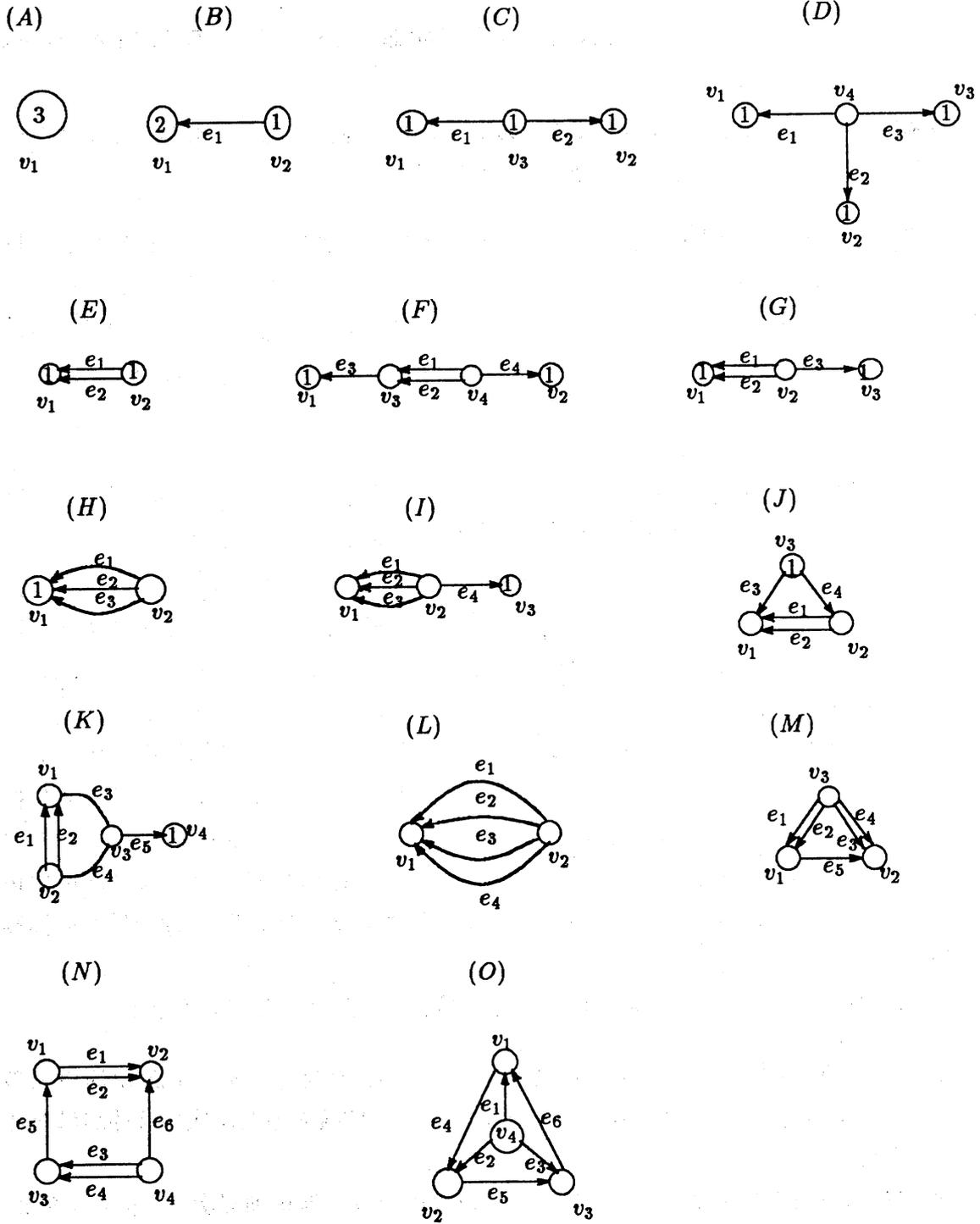
標準一次系は底点がなく、従って標準写像はその像 S' の上に双有理正則的である。また不正則数 q は消える。 S' の 2 次包 V はデルタ種数 0 (cf. [F]) の 3 次元代数多様体である。従って V は (例外的ケースを除いて) rational normal scroll, つまり \mathbf{P}^1 上の \mathbf{P}^2 束の双有理像である。 V の持つ linear pencil は S' 上に平面 4 次曲線束 $S' \rightarrow \mathbf{P}^1$ を誘導する。また、 S' の特異点は高々有理 2 重点である。(以上は粗い描写である。正確には [AK1] 参照。)

以上の事を思えば、次の定義の自然さを納得していただけるであろう :

定義 S を複素曲面、 $\Delta = \{t \in \mathbf{C} \mid |t| < \epsilon\}$ とする。退化 $\varphi : S \rightarrow \Delta$ が原点上のファイバー $F = \varphi^{-1}(0)$ に Castelnuovo fiber germ を定義するとは次の条件が満たされる時を言う :

(i) $\Delta \times \mathbf{P}^2$ 内の因子 S' 及び F 上以外では双正則な双有理正則写像 $\lambda : S \rightarrow S'$ があって $\varphi = \varphi' \circ \lambda$ となる。ここに φ' は外空間 $\Delta \times \mathbf{P}^2$ の第一射影の制限が誘導する正則写像 $S' \rightarrow \Delta$ である。

Table | Admissible system of cut curves



- (ii) 任意の $t \in \Delta$ につき、 $S'_t \in |\mathcal{O}_{\mathbf{P}^2}(4)|$ 。つまり S'_t は 4 次曲線。
 (iii) S' は高々有理 2 重点のみを持つ正規曲面で、その特異点は $F' = \varphi'^{-1}(0)$ 上にある。

なお、非超楕円の種数 3 の Horikawa index を \mathcal{H} と書く時、Castelnuovo fiber とは $\mathcal{H}([\varphi, F]) = 0$ なるファイバーと言いかえることもできる¹。

さて本稿での筆者の興味は [AI] で分類した種数 3 の退化のうち、Castelnuovo fiber germ の構造を許すものを識別することである。これを次の方針で行いたい。

S' の $\Delta \times \mathbf{P}^2 (t, X : Y : Z)$ での方程式を

$$\sum_{i+j+k=4} a_{ijk}(t) X^i Y^j Z^k = 0$$

と書く時、 $F' = \{\sum a_{ijk}(0) X^i Y^j Z^k = 0\}$ は特異 4 次曲線である。 S' の特異点は勿論 F' 上にあるので、

(段階 1) まず特異 4 次曲線を分類する。しかしこれは古典的に良く知られている事である。(難波誠氏の本 [N] に存在も込めて独自の視点より解説されている。)

(段階 2) 与えられた特異 4 次曲線 F' に対し、それを S' に埋めこんだ時、 F' の特異点が S' の有理 2 重点になるような型 $(A_n, D_n, E_6, E_7, E_8)$ の組み合わせを分類し、且つ存在を示す。

(段階 3) 有理 2 重点の特異点解消の例外曲線ともとの特異 4 次曲線の固有像とをあわせて退化ファイバー F を得る。 F の形状及び S' の方程式からモノドロミー等のデータを得る、

という手順である。

そうは言っても実際の計算は結構大変である。現在の相棒の一人である石坂瑞穂氏のお力にすがったりしているが、私自身たとえ一定の数学的時間が確保できたとしても、元来の浮気症の悪い癖が出て他の楽しそうな問題に頭が向いてしまってダメなのである。しかしながらこれから述べるような観察はすることができる。

2 我々の観察を述べるために、[AI] での分類方法についてコメントする必要がある。(と言ってもこれは Matsumoto - Montesinos の基本定理を、ただ計算のしやすいようにしながら、適応しただけに過ぎないが。) まず Table 1 にある、種数 3 の admissible system \mathcal{C} of cut curves の分類表を見ていただきたい。1 パラメーター退化の局所モ

¹ Horikawa index については例えば今野一宏氏の最近の記事 [K] 参照。

Table 2 種数 $1 \leq g \leq 3$ の開リーマン面の Valency data(i) $g = 1$.(1) $n = 6$; $1/6 + 1/3 + 1/2, 5/6 + 2/3 + 1/2$.(2) $n = 4$; $1/4 + 1/4 + 1/2, 3/4 + 3/4 + 1/2$.(3) $n = 3$; $1/3 + 1/3 + 1/3, 2/3 + 2/3 + 2/3$.(4) $n = 2$; $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2$.(5) $g' = 1, n$ is arbitrary and $\Pi: \Sigma \rightarrow \Sigma'$ is an unramified covering.(ii) $g = 2$.(1) $n = 10$; $1/10 + 2/5 + 1/2, 3/10 + 3/5 + 1/2, 7/10 + 4/5 + 1/2, 9/10 + 3/5 + 1/2$.(2) $n = 8$; $1/8 + 3/8 + 1/2, 5/8 + 7/8 + 1/2$.(3) $n = 6$; $1/6 + 1/6 + 2/3, 5/6 + 5/6 + 1/3, 1/3 + 2/3 + 1/2 + 1/2$.(4) $n = 5$; $1/5 + 1/5 + 3/5, 1/5 + 2/5 + 2/5, 2/5 + 4/5 + 4/5, 3/5 + 3/5 + 4/5$.(5) $n = 4$; $1/4 + 3/4 + 1/2 + 1/2$.(6) $n = 3$; $1/3 + 1/3 + 2/3 + 2/3$.(7) $n = 2$; $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2$.(8) $g' = 1, n = 2$ and $1/2 + 1/2$.(9) $g' = 2, n = 2$ and $\Pi: \Sigma \rightarrow \Sigma'$ is an unramified covering.(iii) $g = 3$.(1) $n = 14$; $11/14 + 5/7 + 1/2, 3/14 + 2/7 + 1/2, 13/14 + 4/7 + 1/2, 1/14 + 3/7 + 1/2,$
 $9/14 + 6/7 + 1/2, 5/14 + 1/7 + 1/2$.(2) $n = 12$; $11/12 + 7/12 + 1/2, 1/12 + 5/12 + 1/2, 11/12 + 3/4 + 1/3,$
 $1/12 + 1/4 + 2/3, 7/12 + 3/4 + 2/3, 5/12 + 1/4 + 1/3$.(3) $n = 9$; $8/9 + 4/9 + 2/3, 1/9 + 5/9 + 1/3, 7/9 + 5/9 + 2/3, 2/9 + 4/9 + 1/3,$
 $8/9 + 7/9 + 1/3, 1/9 + 2/9 + 2/3$.(4) $n = 8$; $7/8 + 3/8 + 3/4, 1/8 + 5/8 + 1/4, 5/8 + 5/8 + 3/4, 3/8 + 3/8 + 1/4,$
 $7/8 + 7/8 + 1/4, 1/8 + 1/8 + 3/4$.(5) $n = 7$; $6/7 + 6/7 + 2/7, 1/7 + 1/7 + 5/7, 6/7 + 5/7 + 3/7, 1/7 + 2/7 + 4/7,$
 $6/7 + 4/7 + 4/7, 1/7 + 3/7 + 3/7, 5/7 + 5/7 + 4/7, 2/7 + 2/7 + 3/7$.(6) $n = 6$; $5/6 + 1/6 + 1/2 + 1/2, 5/6 + 1/3 + 1/3 + 1/2, 1/6 + 2/3 + 2/3 + 1/2$.(7) $n = 4$; $3/4 + 3/4 + 3/4 + 3/4, 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4, 3/4 + 3/4 + 1/4 + 1/4,$
 $3/4 + 3/4 + 1/2 + 1/2 + 1/2, 1/4 + 1/4 + 1/2 + 1/2 + 1/2$.(8) $n = 3$; $2/3 + 2/3 + 2/3 + 2/3 + 1/3, 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 2/3$.(9) $n = 2$; $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2$.(10) $g' = 1, n = 4$ and $1/2 + 1/2$.(11) $g' = 1, n = 3$ and $2/3 + 1/3$.(12) $g' = 1, n = 2$ and $1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2$.(13) $g' = 2, n = 2$ and $\Pi: \Sigma \rightarrow \Sigma'$ is an unramified covering.

ノドロミーは擬周期的 (関数論では parabolic type) と呼ばれる写像類群のクラスに属す²、つまりある単純閉曲線の非連結和 C を core とする Dehn twist を法として周期的である。その C の配置の双対グラフを示したのが Table 1 である。ただしこの表は、いささか乱暴かもしれないが、body (C の補空間) の連結成分内の non-separated curves を法として書いてある。例えばグラフ (E) は 実際は Table 3 にある 3 種類の C を代表させているわけである。

C を nodes につぶすと (通常の代数幾何で言う) 安定曲線が得られるが、これが同時にその退化族のモジュライ写像の原点の行き先であるモジュライ点のストラタを示す。この意味で、Table 1 は安定曲線の双対グラフを、その既約成分中の 2 重点を法として表わしたものと見れる。そこで 本稿ではこれを安定曲線の “粗グラフ” と呼んでおこう。

[MM] によれば、位相モノドロミーを決めるには、さらに

- (1) C のグラフへの巡回群作用、
- (2) 各 body 部への巡回群作用を決める valency data,
- (3) C の各成分での Dehn twist の様子を表わす screw numbers,

を決める必要がある。これらの概念に不慣れな読者は、まずもって松本幸夫氏の解説記事 [M] を参照されたい。ただ本稿では [A2] で解説した分数表記等の記号を許していただきたい。Table 2 に種数 3 までの閉リーマン面の valency data の分類を載せた。ただしこれを実際に使う際は、 C で輪切りにされた個々の境界付きリーマン面である body 部に対して、境界での patching を考慮しつつ行うわけである ([A2] 参照)。

以上から明らかのように、仮にもう少し問題を普遍化して、特定の “代数的上部構造” を一般ファイバーに指定した代数曲線の退化ファイバー芽に対して、その underlying な位相構造を確定するには、対応する admissible system C は何か? グラフ $G(C)$ の自己同型は何か? 各 body 部の valency data は何か? C での screw numbers は何か? という風に設問してゆけばよい。このことはモジュライ空間の幾何の立場からすれば、指定された構造を持つ代数曲線の \overline{M}_g での locus の閉包の、各 strata との相対的位置関係、並びに退化族の誘導するモジュライ写像の特性の一部を問うているわけである。

3 では Castelnuovo fiber の位相的下部構造はどのようにして決まるか? これについて

² ただし 1 変数退化でも底空間を一般にした global monodromy を考えるとこの事は成立せず、様々なクラスの写像類群の元が現われる。今吉洋一氏の解説記事 [1] 参照。

Table 3 ①=① の示す admissible system C

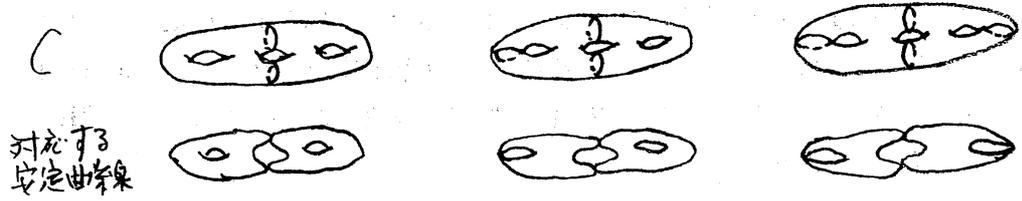


Table 4 $1 \leq \delta \leq 3$ の平面曲線特異点

δ	m	s	名称	方程式の例	部分記号
1	2	2	node 	$y^2 + x^2$	
			simple cusp of $m=2$ 	$y^2 + x^3$	
2	2	2	tacnode 	$y^2 + x^4$	
	2	1	double cusp 	$y^2 + x^5$	
3	2	2	osnode 	$y^2 + x^6$	
	2	1	ramphoid cusp 	$y^2 + x^7$	
	3	3	ordinary triple 	$y^2 + x^3$	
	3	2	simple cusp + smooth of $m=2$ 	$y(x^2 + y^3)$	
	3	1	simple cusp of $m=3$ 	$y^3 + x^4$	

$\delta = 1$ なら $\delta = \text{conductorの奇数}$, $m = \text{重複度}$, $s = \text{局所成分数}$

(1) 特異4次曲線 F' の持つ1次元特異点の種類とその配置が、得られる退化のモジュライ点である安定曲線の粗グラフを決める。

(2) $G(C)$ の自己同型は非常に小さい。大抵の場合は trivial である。

(3) 各 body の成分の持つ巡回群作用はその成分の種数が1以下だとすべて現われるが、種数2、3の場合は全体のある一部分になる。(つまり attain される valency data は成分の種数が上がるほど Table 2 にある全体の中の一部になっていく。)

といったような事が観察される。これらの事をもう少し具体的に説明しよう。 F' は

(1) 既約4次曲線 (2) 既約3次曲線と直線 (3) 既約2次曲線2本 (4) 既約2次曲線と直線2本
 (5) 直線4本 (6) 2重既約2次曲線 (7) 2重直線2本
 (8) 2重直線と直線2本 (9) 3重直線と直線 (10) 4重直線

のいずれかであるが、ここでは (1) の既約4次曲線の時のみ説明する。(省略した他の場合が configuration としては豊富で、より複雑な安定曲線がそのモジュライ点にあらわれるが。)

F' は算術種数が3なので、 F' 上の特異点の conductor の寄与 δ は高々3であるが、その分類表を Table 4 で示した。この表で m は重複度、 s は局所成分数を示す。これらの特異点には古来より親しみ深い名称が付けられている。ここで“部品記号”と書いた項目に注目して欲しい。これはモジュライ点の安定曲線の形状に、その特異点が寄与する部分を抜き出したものであって、それは s 個の標識点が付いた種数 $\delta - s + 1$ の曲線になる。(ただし種数3の場合は標識点は無視する。)

Table 5 に既約特異4次曲線の分類と対応する安定曲線の粗グラフを載せた。曲線の“本体”に各特異点に対応する部品記号を自然に接合するだけだが、念のため注意が必要なもののみ Table 中にその過程を付記しておいた。

あと valency data と screw number を確定していくわけだが、ここでは F' が最も簡単な Table 5 の (2), すなわち simple cusp を1つだけ持つ正規化種数2の場合を例にとって説明する:

この場合は特異点が一つであるから、そこでの S' の方程式を

$$x^2 + y^3 + tf(x, y, t) = 0$$

と書いて、この式が原点で有理2重点を定義するように f を確定すればよい。ただし我々はとりあえず位相下部構造に興味があるので、equisingular deformation を法として求めればよい。Table 6 がその答である。モジュライ点は図にある1個の node を持つ安定曲線である。モノドロミーは、その node に対応する消滅サイクルを回復

Table 5 既約特異4次曲線と(粗)モジュライ点

(1) 正規化種数 $\tilde{g} = 2$ の時

特異点	node 1個	simple cusp 1個
曲線の図		
(粗)モジュライ点	(3) (0/0)	(2)-(1)

(2) $\tilde{g} = 1$ の時

tacnode 1個	double cusp 1個	node 2個	node & simple cusp	simple cusp 2個
				
(1)-(1)	(1)-(2)	(3) (0/0)	(1)-(2) (0/0)	(1)-(1)-(1)

(3) $\tilde{g} = 0$ の時

ordinary triple 1個	(simple cusp tacnode) 1個	$m=3$ の simple cusp 1	osnode 1個	ramphoid cusp 1
				
(1)-(1)-(1)	(3)	(3)	(3) (0/0) \rightarrow (0/0)	(3)
tacnode & simple cusp	tacnode & node	double cusp & simple cusp	double cusp & node	node 3個
				
(1)-(1)-(1)	(1)-(1) (0/0)	(1)-(2)	(3) (0/0) \rightarrow (0/0)	(3) (0/0)
node 2個 & cusp 1	node 1個 & cusp 2	simple cusp 3個		
				
(1)-(2) (0/0) \rightarrow (0/0)	(1)-(1)-(1) (0/0)	(1)-(1)-(1)		

したリーマン面の種数 2 成分には自明に作用し、楕円成分には非自明に作用する。楕円成分での valency data を Table 中に記した。screw number のかわりに、それと同等な整数 K ([M] 参照) を求めると 0 になった。

Valency data を求めるのは、直接行わずに先に特異ファイバーを確定して [A1] の表と対比させる方法をとった。特異ファイバーを求める方法は先にも少し触れたが、曲面の特異点を解消し特異 4 次曲線の total transform を重複度を込めて求めればよい。そうすると ADE グラフをその部分グラフに含むファイバー全体が現われる。最初の式の形から有理 2 重点のタイプがあらかじめわかるので、何も逐一解消を実行しなくてもよいのではないかと思われるかもしれないが、ADE グラフがファイバー全体のグラフに入る入り方は千差万別であり、且つ我々は正規交叉性のため (-1) 曲線を認めざるを得ない事情もあって複雑であり、筆者はそれを省略する方法を知らない。

特異点解消の方法、つまり blow up する center の infinitely near な選択方法は、これも色々あるが、Horikawa resolution [H1] 或いはその類似物が適応できる状況にすると簡単である。一例として Table 6 中の (10) について以上の事を実行したのが Table 7 である。ここでは [AK2] [A1] での方法を用いているが、無理にそうしたのではなくて、こうした方がもとの曲線の固有像である種数 2 の曲線が E_7 グラフのどの位置で交わるか筆者には見やすかったからである。

ただこういう部分の計算は、人によって個性の出るところで、もっと別の方法があるだろうと思う。

4 以上とりとめのない話になってしまったが、将来次のような素朴な疑問にアプローチする糸口になってくれれば、という願いを込めてのことである。

第一は Castelnuovo fibers の分裂問題である。極大分子ファイバー（これ以上“融合”しないファイバーのこと、つまり原子ファイバーと対極にある巨大ファイバー）を確定して、そのファイバーから見て分裂する変形方向をすべて求めたい。その際、モノドロミーはどんな法則に従って分解するのだろうか？

第二は Castelnuovo surface の大域的理論である。3 次曲線の linear pencil に関する塩田徹治氏の見事な理論が、この 4 次曲線束にどこまで拡張できるのだろうか？

第三は Non-vanishing Horikawa index を持つ fiber germ の研究である。特にこの不変量を動かす要因を、退化のモジュライ写像の特性で測れないだろうか？

本稿はシドニーオリンピックの真最中に執筆した。彼等の熱い戦いを見ていると、僕らもまた命を燃やしたいと思う。勿論数学においてであるが。ただ、この原稿の締切は本当はオリンピックの始まる前であった。オーガナイザーの難波先生、ごめんなさい。

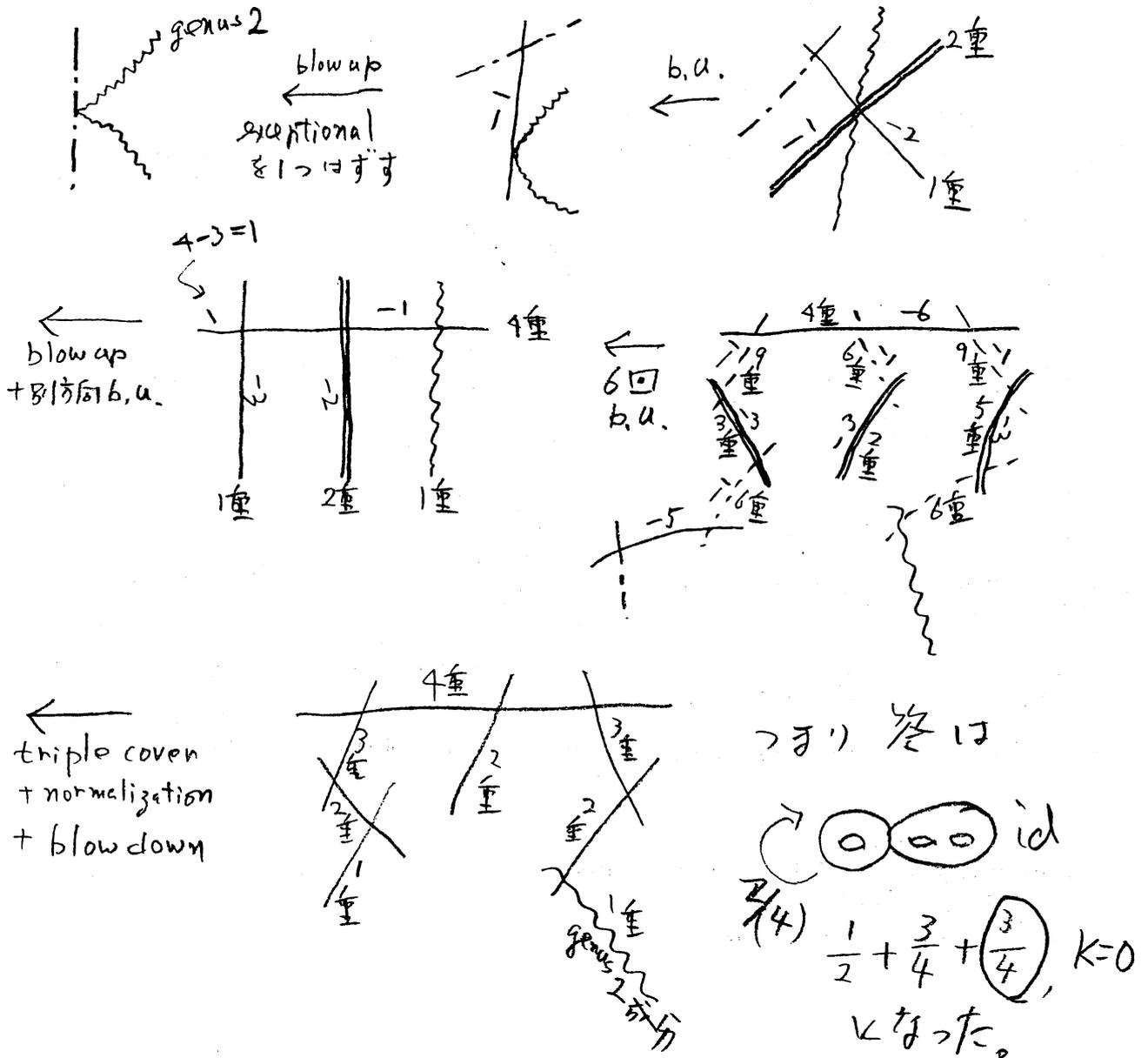
Table 6 F が simple cusp 1 個のみを持つ特異 4 次曲線の時, 得られる退化 $\varphi: S \rightarrow \Delta$ の equisingular deformation を法とした分類

特異点での方程式	有理点重点の種類	モジュライ点 $\odot\odot\odot$ の楕円成分での valency data $\times K$ (マル内は消滅サイクルでの valency)
(1) $y^2 + x^3 + t$	非特異	$\left(\frac{1}{6}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, K=0$
(2) $y^2 + x^3 + t^2$	A_2	$\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}, K=0$
(3) $y^2 + x^3 + t^3$	D_4	$\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, K=0$
(4) $y^2 + x^3 + t^4$	E_6	$\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}, K=0$
(5) $y^2 + x^3 + t^5$	E_8	$\left(\frac{5}{6}\right) + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}, K=0$
(6) $y^2 + x^3 + tx$	A_1	$\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, K=0$
(7) $y^2 + x^3 + tx + t^2$ ($d \geq 3$)	D_{d+1}	$\odot\odot\odot$ $\frac{1}{2}$ 作用の amphidrome (= の場合モジュライ点は strata 上) 下から 1/2)
(8) $y^2 + x^3 + t^2y$	E_6	$\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}, K=0$
(9) $y^2 + x^3 + t^2x$	D_4	$\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, K=0$
(10) $y^2 + x^3 + t^3x$	E_7	$\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}, K=0$

Table 7 Table 6の(10)番について特異点解消を

実行し、特異ファイバー及び ω valency を求めたもの。

(π は $x^2 + y^2 + z^3$ を $(x, y, z) \rightarrow (x, y)$ なる射影で generic triple cover とみて [AK2][A1] の方法を適用したもの。— が branch, == が 2重 branch, - - - が補助 branch, - - - が上のどちらにも属さない exceptional locus, ~~~~~ がもとの曲線の固有像である。○重と書いたのは fiber 成分の中での重複度である。)



参考文献

- [A1] T. Ashikaga, Normal two-dimensional hypersurface triple points and the Horikawa type resolution, *Tohoku Math. J.* 44 (1992), 177–200.
- [A2] T. Ashikaga, 代数曲線の退化の性質, “Hodge 理論、Log 幾何、退化” 研究集会 (1998 年) 報告集, pp.104–136.
- [AI] T. Ashikaga and M. Ishizaka, The classification of degenerations of curves of genus 3 via Matsumoto-Montesinos’ theorem, Preprint.
- [AK1] T. Ashikaga and K. Konno, Algebraic surfaces of general type with $c_1^2 = 3p_g - 7$, *Tohoku Math. J.* 42 (1990), 517–536.
- [AK2] T. Ashikaga and K. Konno, Examples of degenerations of Castelnuovo surfaces, *J. Math. Soc. Japan* 43 (1991), 229–246.
- [C] G. Castelnuovo, Osservazioni intorno alla geometria sopra una superficie, Nota II. *Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, s. II, vol. 24, 1891.
- [F] T. Fujita, On the structure of polarized varieties with Δ -genus zero, *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo*, 22 (1975), 103–115.
- [H1] E. Horikawa, On deformation of quintic surfaces, *Invent. Math.* 31 (1975), 43–85.
- [H2] E. Horikawa, Algebraic surfaces of general type with small c_1^2 II, *Invent. Math.* 37 (1976), 121–155.
- [I] Y. Imayoshi, Monodromy of a holomorphic family of Riemann surfaces induced by a Kodaira surface and the Nielsen-Thurston-Bers classification of surface automorphisms, “退化、被覆、特異点の代数幾何とトポロジー” 研究集会 (2000 年) 報告集, pp. 201–218.
- [K] K. Konno, 代数曲線束の局所不変量と代数的モース化問題, “退化、被覆、特異点の代数幾何とトポロジー” 研究集会 (2000 年) 報告集, pp. 51–58.
- [M] Y. Matsumoto, Topological classification of singular fibers of genus ≥ 2 , “退化、被覆、特異点の代数幾何とトポロジー” 研究集会 (1996 年) 報告集, pp.86–104.
- [MM] Y. Matsumoto and J. M. Montesinos-Amilibia, Pseudo-periodic maps and degeneration of Riemann surfaces I and II, Preprints.
- [N] M. Namba, *Geometry of projective algebraic curves*, Marcel Dekker Inc. 1984.

TADASHI ASHIKAGA

Faculty of Engineering, Tôhoku-Gakuin University,
Tagajo, Miyagi, JAPAN.
E-mail:tashikaga@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp