数理解析研究所講究録
1194 巻 2001 年 65-66

ファジィ回帰モデル同定アルゴリズムに関する基礎的研究

田島 博之
Hiroyuki TAJIMA

古川 長太
Nagata FURUKAWA

創価大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Soka University

Abstract: In this study, the author introduces the problem to identify the model and the case study for insisting on the usability of my model and software. The author aims to develop the software, which identify the fuzzy regression model that he has proposed before. The software can identify four types of fuzzy regression model using data sets of the type of real number. By defining the performance function, the best fit of the data and the model can be seen on the software. And by loading the function of the graphical representation, the user can apprehend the quality of data visually.

１．はじめに

著者はこれまでに幾つかのタイプのファジィ回帰モデル同定法を提案してきた。現在、これらのモデル同定をコンピュータ上で容易に行うためのソフトウェアの開発を行っている。本研究の前半では、現段階で採用している幾つかのタイプのモデル同定法を紹介する。後半では応用事例を紹介する。本研究の目的は、具体的な事例研究を示すことでモデルの有用性を確認することであり、著者の提案するファジィ回帰分析ツールを作成することで汎用化の道を開き、更なる発展を目指すことである。

２．モデルの定義

本研究ではモデルを同定する際に用いるデータを独立変数、従属変数が共に実数として与えられる m 個のデータセットを扱う。

$$(x_i, y_i) \quad ,i=1,2,\ldots,m$$

ファジィ回帰モデルを表現するために以下の図１に示す非対称型ファジィ数を用いメンバーシップ関数を定義する。

$$f(x)=\begin{cases} \max\left(\dfrac{x-c+l}{l},0\right) & ,\text{if } c \geqq x \\ \max\left(-\dfrac{x-c-r}{r},0\right) & ,\text{if } c<x \end{cases}$$

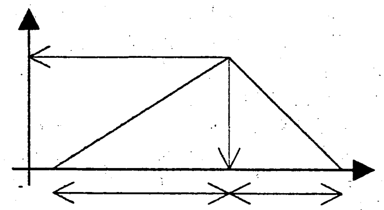

図１ メンバーシップ関数

以上のファジィ数を $\widetilde{Y}=(c,l,r)$ と表現する。与えられた任意のデータ (x_i, y_i) に対してモデルの表現するデータが上で定義されたファジィ数を $(x_i, \widetilde{Y}_i)$ とするとき、$y_i \in \widetilde{Y}_i$ となるようにモデルは同定される。本研究で表現するファジィ回帰モデルは、3つのタイプの関数で表現される。

$$\widetilde{Y}(x)=(c(x), l(x), r(x))$$

ここで、$c(x)$ は中心関数、$l(x)$ は中心から下辺までの幅を顕わす関数、$r(x)$ 中心から上辺までの幅を顕わす関数であり、本研究ではそれぞれ１次関数となる。

$$c(x)=c_0+c_1x, l(x)=l_0+l_1x, r(x)=r_0+r_1x$$

これらを用いてモデルの下、上辺関数を以下に定義する。

$$y_*(x)=c(x)+l(x),\ y^*(x)=c(x)+r(x)$$

３．モデルの同定法

開発しているソフトでは４つのタイプの同定法が使える。定式化のための基本概念として L1-measure および L2-measure を用いているが、詳しい紹介は文献[1]～[5]に紹介している。本稿では L2-measure を導入した２タイプの同定問題を紹介する。

３．１ Ｌ２－１型同定法

First Level

最小化目的関数：

$$\min\sum_{i=1}^{m}\left[\left(y^*(x_i)-y_i\right)^2+\left(y_*(x_i)-y_i\right)^2\right]$$

制約条件式：$y_*(x_i) \leqq y_i \leqq y^*$, $i=1,2,\cdots,m$

同定関数：$y^*(x), y_*(x)$

同定された上下辺の関数を $\hat{y}^*(x), \hat{y}_*(x)$ とする。

Second Level

最小化目的関数：$\min\sum_{i=1}^{m}(y_i-c(x_i))^2$

制約条件式：$\hat{y}_*(x_i) \leqq c(x_i) \leqq \hat{y}^*(x_i), i=1,2,\cdots,m$

同定関数：$c(x)$

３．２ Ｌ２－２型同定法

First Level

最小化目的関数：

$$\min\sum_{i=1}^{m}\left[\left(y^*(x_i)-y_i\right)^2+\left(y_*(x_i)-y_i\right)^2\right]$$

制約条件式：$y_*(x_i) \leqq y_i \leqq y^*(x_i), i=1,2,\cdots,m$

同定関数：$y^*(x), y_*(x)$

同定された上下辺の関数を $\hat{y}^*(x), \hat{y}_*(x)$ とする。

Second Level

最大化目的関数を以下に定義する。

$$\alpha(x_i, y_i) = \begin{cases} \dfrac{y_i - \hat{y}_*(x_i)}{c(x_i) - \hat{y}_*(x_i)} & for\ c(x_i) \geqq y_i \\ \dfrac{y_i - \hat{y}^*(x_i)}{c(x_i) - \hat{y}^*(x_i)} & for\ c(x_i) < y_i \end{cases}$$

最大化目的関数 : $\max \sum_{i=1}^{m} \alpha(x_i, y_i)$

制約条件式 : $\hat{y}_*(x_i) \leqq c(x_i) \leqq \hat{y}^*(x_i),\ i = 1,2,\cdots,m$

同定関数　: $c(x)$

4.　評価関数

決定されたモデルの中心関数を $\hat{c}(x)$、その上下辺の関数を $\hat{y}^*(x), \hat{y}_*(x)$ とする。

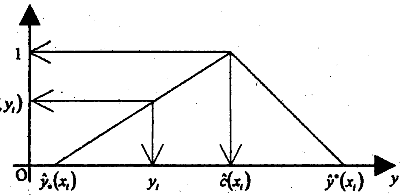

図２　評価関数の基準

この時、データ点 (x_i, y_i) に重なるファジィ数のメンバーシップ関数と従属変数値 y_i の関係を示す式を $\alpha(x_i, y_i)$ として次式に表す。

$$\alpha(x_i, y_i) = \begin{cases} \dfrac{y_i - \hat{y}_*(x_i)}{\hat{c}(x_i) - \hat{y}_*(x_i)} & for\ \hat{c}(x_i) \geqq y_i \\ \dfrac{y_i - \hat{y}^*(x_i)}{\hat{c}(x_i) - \hat{y}^*(x_i)} & for\ \hat{c}(x_i) < y_i \end{cases}$$

この値の総和が大きくなるほどモデルの表現する中心関数が、モデルを同定する際に用いたデータセットに強く反映されているといえる。そこで、評価関数にはこの関数値 $\alpha(x_i, y_i)$ の平均値を用いることにする。

$$ave.\alpha(X, Y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \alpha(x_i, y_i)$$

この関数値 $ave.\alpha(X, Y)$ が１に近いほど、そのモデルの中心関数がデータセットの持つ性質を、良く表現しているといえる。

5.　事例研究

以下のデータは、ある試験における学生の学習時間とその得点を表している。

表 1: 学習時間と試験結果

Data No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
学習時間	30	30	40	50	50	60	70	70	70	80	90	90	90	100	100	110	110	120	120	140
得点	4	6	6	5	9	8	6	9	11	7	6	8	10	9	12	9	11	11	13	12

学習時間が実数であるのに対して、試験の得点は試験を受ける学生の実力を表現する値として見ることができる。すなわち、よりファジィな要因を含む実数値である。そこで、学習時間を独立変数 x 、得点を従属変数 y としてこれらのデータをファジィ回帰モデルによって分析する。従来型、L2-1 型、L2-2 型のモデル同定の結果を次の表２および図３に示す。

表 2: 計算結果

	中心関数		上辺関数		下辺関数		評価関数値 $ave.\alpha(X,Y)$
	傾き	切片	傾き	切片	傾き	切片	
L2－1型	6.33E-02	3.48	4.00E-02	8.20	3.33E-02	3.00	0.497
L2－2型	5.59E-02	4.32	4.00E-02	8.20	3.33E-02	3.00	0.502

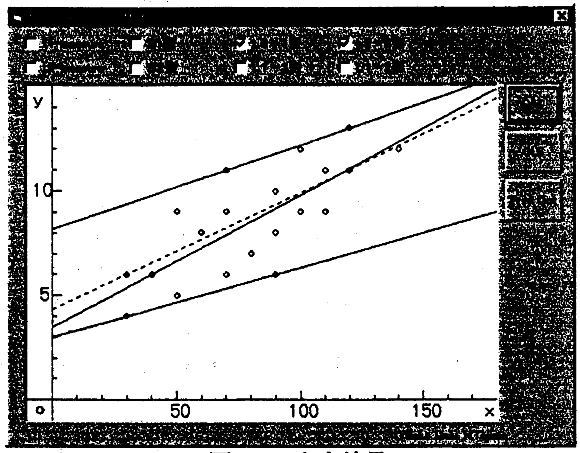

図３ :　出力結果

最新版の開発ソフトでは、上図のように計算結果をグラフとして出力することができる。点線で描かれた中心関数が L2-1 型、実線が L2-2 型である。$ave.\alpha(X, Y)$ の値は、L2-1 型が 0.497、L2-2 型が 0.502 と次第に増加していることが分かる。同定するモデルから推定するファジィ数に重点をおく場合は、最小二乗法的な概念を用いて中心関数を求める L2-1 型よりも独自の概念[5]を導入した L2-2 型の方がよくデータを表現するといえよう。

6.　まとめ

本研究で著者は独自に提案するファジィ回帰モデルを同定するためのソフトウェアを開発した。現在は４タイプの単回帰モデルを同定することができるが、今後は重回帰モデルへの拡張や、他のタイプの同定法も行えるようにしたい。また、モデルを同定する際に用いるデータは、実数型のみとしたが、今後は従属変数がファジィとして与えられた場合についての同定法もシステムに導入し,ファジィ回帰分析総合アプリケーションとして開発してゆく予定である。

参考文献

[1] 田島博之“LR ファジィ数をもちいたファジィ回帰モデルの提案とその評価”日本ファジィ学会第１４回ファジィシステムシンポジウム.1998 年６月.岐阜.第１４回ファジィシステムシンポジウム予稿集.pp.117-118,1998

[2] Hiroyuki TAJIMA “A Proposal of fuzzy regression model” Vietnam-Japan Bilateral Symposium of Fuzzy Systems and Applications. 1998 年 10 月 Halong Bay(Vietnam). Proceedings. pp383-389,1998

[3] ―“実数データを用いたファジィ回帰モデル同定法の研究”京都大学数理解析研究所研究集会「数理モデルにおける決定理論」.1998 年 11 月.京都.数理解析研究所講究録 1079.pp.190-195,1998

[4] ―“中心関数を重視したファジィ回帰モデル同定法”日本ファジィ学会誌. Vol.10, No6 :pp1135-1143, 1998.

[5] ―“A Study on the data analysis using the fuzzy regression model” First Western Pacific/Third Australia-Japan Workshop on Stochastic Models.1999 年９月 Christchurch(New Zealand). Proceedings. pp512-519,1999

[問い合わせ先]
〒192-8577 東京都八王子市丹木町 1-236
創価大学大学院工学研究科古川長太研究室所属
田島博之　E-mail htajima@t.soka.ac.jp