数理解析研究所講究録 1257 巻 2002 年 128-141

哲学から数理の世界へ

—自然科学に現れた「決定論」とその現代的課題をめぐって—

阿部剛久（Takehisa Abe）
芝浦工業大学システム工学部
Faculty of Systems Engineering, Shibaura Institute of Technology

I. 数理科学の決定論

古代から現代に至るまで哲学における種々の思想や観念が哲学以外の世界へ影響を与えきた例は数多い。また，その逆も常に言えることであろう。ここでは，前者の場合において，まず哲学の考えがその後に形成された領域へ移入または影響する仕方の二面性を捉える。次に，その一方の代表的一例として，特に哲学の支配下にあって考えられてきた事柄の一つ，「決定論」の歴史的展望とその数学および自然科学をはじめとする数理科学に対して与えた影響，そしてその意味を考える。最後に自然科学に現れた決定論の代表例を示して，それぞれの特徴付けを行うことによって，数理科学における近代的な決定論の主要な問題点を整理する。これらの結果は II 部において，決定論の現代的課題を考える際の決定論の概念の精密化と一般化のための下地となるだろう。

1 哲学から個別の科学へ：思想移入の二面性

古い時代の哲学では，B.C.8 世紀以後の中国の哲学を代表する易経があるが，そこでは天体や自然を対象として宇宙万般の理法を明らかにしてこれを人間生活へ応用するものであった。ここに暦法や天文学等の素朴な姿が浮かぶが，後世の自然科学への萌芽の一端が見出せる。またインドでは，B.C. 6—A.D. 7 世紀は婆羅門主義の影響下で早くから論理学が発達し，西洋における論理学とは異なる独自の進展があった。そこには三段論法の発見とその数学的応用があったとされる。これらは哲学的思想の一部の後におこる数学をはじめ，自然科学への分化の前触れであった。

このように哲学からの思想や観念，考え方や方法または問題が後の諸科学へ移行，または移入されるに至った例として代表的なものは，ギリシャ哲学においてであろう。例えば，連続の観念は種々の問題を生み出したが，これらは後世の自然科学において引き継がれ，数学における実数や関数の連続性の概念および物理学の諸法則に吸収されてきた。理詰めの精神は論理学や推論形式を発達させ，今日見られる集合論や数理論理学に結実した。さらに，物質に関する唯物論的原子論も後に数学，物理学へとその考えの本質的部分を移行するにおよんで，微積分をはじめ，無限小解析を，また物質構造に関する微視的科学（量子物理・化学，素粒子論）を生み出した（[1]，[2]）。
これらは，総じてギリシャ哲学を発祥源としてその合理主義的精神の，数学および自然科学における一層の徹底化と言えようが，哲学以後におこった新しい学術領域への哲学的諸問題の導入という観点

からすれは，

(i) 哲学内部の専門的分化とその発展に伴い形成された個別科学領域における専門的概念自体の発展形成を示すもの

である。（1）と内容的に異なる哲学からの考えの移入として，

(ii) 哲学本来の思想を個別科学領域の哲学観，または科学的認識の方法的基礎とするもの

がある。（1）は専門分野の知識に直結する移入であり，通常人々のよく知るところであろうと思われる。（2）は個別領域における専門的概念の進歩発展に直接に寄与するといった日常的に専門家が行う課題の究明を目的とするものではなく，専門的対象の哲学的認識およびそれに基づいた専門的概念や知識の発展形成を側面的に促すことに繋がる移入である。（2）について少し説明しておこう。（2）は二種類のものが考えられる。一つは本来的に哲学の主題であり，認識対象でありながら，哲学とは異なる分野の課題の追求において方法的基礎として導入されたものである。例えば，弁証法的唯物論の場合，他の個別の科学において弁証法的止揚に基づいて問題の本質的な理解とその深化発展を目指すための方法としてその論理が適用される。数学では，例えば実数の連続性の概念についてその発展形成過程の構造の弁証法的分析が可能であるとともに，関連する問題の認識上のアナロジーを可能とする。物理学においては，例えば量子力学の論理構造の分析と総合に力を示し，素粒子論ではそのモデルの形成と理論の在り方等に指導的役割を演じてきた歴史がある。これらは自然科学分野での方法的基礎としての自然弁証法の成果に他ならなず，今後も意識的適用が期待される（[1]，[3]，[4]）。経済学や社会学，その他の学術的分野においては長らくその方法的基礎として君臨した歴史をもつことはよく知られていよう。異質的な適用例としては，例えば［5］がある。ここでは，哲学的思想や宗教的教理の発展的完成度とそれらのもつ普遍性の評価がなされている。他の一つは，哲学の本来対象とする問題意識，考えであることに変わりないが，必ずしも他領域にとっての方法たり得るとは言えず，むしろその考え自体を他領域に移してその領域での新たなる類似的な思想を形成せしめるものと言い得ようか。哲学をはじめ，他の学術的分野に共通なまでの考え，ないしは思想的な一種のパラダイムの形成に寄与するに至る移行形態をもつものである。この範疇に入るものとして取り上げるものが本主題の決定論である。 数学史や科学史において，従来（2）に関連した歴史的考察，すなわち哲学的見方や方法によるこれらへの寄与の在り方とその歴史をめぐる論考が比較的少ないし，数学史においては殆ど見られないのは物足りない。極めて（1）に限られているのは，史実の見極めが比較的容易であることによるであろう。それに反して（2）については，数学者の業績を論文中心に考証するとき，その人の思想的基盤までは表に現れないことが殆どであって，何らかの論著や他資料を参考にしない限り伺い知ることはまず不可能である，という困難からくるものである。また，研究者の関心と知識の在り方にも依存するであろう。ともあれ，（2）の場合の意義として重要なことは，認識やその過程，得られた結果の評価と批判であって，専門的知見の直接的創造自体とは異なるものとして，専門分野の進展に大局的に貢献するということに他ならない。よって，可能な限り，その史的考証とその展開を今後強く望みたい。

さて，（2）の範疇に入る決定論の意味を先に述べておく。すぐ次節で述べられるその歴史におい

て，宗教的，哲学的意味から発した概念であるが，時代を経るにしたがい，多様に用いられてきた言葉でもある。しかしながら，そこに基本的に一貫してあるものは，**分野ごとに問題とするある事柄についての顛末や過程を原因または拘束条件に始まって成り行きや結果に至るまでを，主張的に述べた決定的命題である。**それは決定的であるがために，そのもつ意義は大きく，各分野ごとに諸概念の包括的存在ともなって，その範疇で諸問題を統一的に議論することを可能にしてくれる。決定論とは，概略的に言えば，ある事柄に関する命題を因果関係の有無，または強弱によって説明するものと言えよう。近代的決定論の新しい定義の試みについては［5］がある。

本論では数学および自然科学一般，近年の言葉で言えば，数理科学における決定論を主題とする。

2　決定論の歴史的経緯：発端と個別領域における扱い

2－1．古典的決定論と非決定論

この言葉の起こりは主にヨーロッパにおいて古来から現代に至まで論争をくり返し，論議の対象とされ続けた「人間の意志と行為の自由性」に関する神学的または哲学的命題である。これらは東洋を除く欧米諸国ではよく知られている（［6］—［8］)。簡潔に記しておく。

決定論　二種類の考えがある。

(i) 神学的決定論

キリスト教を通して新約聖書に見い出される。それは神の絶対的自由意志によって，すべての出来事は永遠に定められているとして，人間の意志の自由や行為の自由はないとする：A.Augustinus（354—430)，M.Luther（1483—1546)，J.Galvin（1509—64)。

(ii) 哲学的決定論

あらゆる事物は神の本質の必然的現れであるから，人間の意志は実体の必然的存在に従属する：B.deSpinoza（1632—77)。

非決定論　決定論に対する批判論で，いくつかの階層がある。これらもまた広義には決定論である。述べれば，大変複雑となるから，主張内容の項目的分類にとどめたい。

(i) 神の意志の自由説：J.Duns Scotus（1266（77）—1308)，William of Ockkam（1300？—49？)，R.Descartes（1596—1650)，F.W.Schelling（1775—1854)。

(ii) 人間の意志の自由説：

（1）神の予定の必然性に対して，人間の意志の自由を擁護：G.G.Erasmus（1466—1536)。

（2）自然法則の必然性に対して，人間の意志の自由を擁護，次の二つがある。

1°先験的自由説：I.Kant（1724—1804)。

2°新唯心論的哲学説：E.E.Boutroux（1845—1921)，H.Bergson（1859—1941)。

ちなみに，仏教と易経を上記の西洋的決定論と対比すれば，仏教は創造神を否定し，人間の意志と行為の要因を特定化するものはないから，西洋的決定論とは本質的に異なった極めて強い非決定論で

ある。また，易経は神に代わって人間の意志や行為を定める要因は自然の事物と事象であっても，唯一特定的存在ではないから，西洋的決定論に近い非決定論である，と言えよう。両者とも東洋的決定論と言うべきであろう。しかし，仏教は人間の意志と行為の自由性に関しては哲学的かつ科学的な論理に支えられた教理を核とする遥かに一般的な東洋的決定論である（[5]）。

さて，上述の両議論の一致点と共通の問題点を整理すれば，次のようになる：

（3）　自然法則の成立（因果律）の必然性を認める。神の支配的存在の有無および人間

の意志と行為の自由の有無に関するもの

（1）　を最初の決定論として，その後哲学から分化独立した領域での（1）を模倣した決定論がおこってくる，すなわち（1）の移入が始まることになるが，その前に哲学以外の学術分野の発生を振り返っておきたい。

2—2．個別科学の分化独立：スコラ哲学の影響

中世ヨーロッパを代表する哲学はスコラ哲学であった。キリスト教の教義を厳密にかつ形式論理によって体系付けようと試みて失敗に帰したことでも知られる（[1]）。しかしながら，スコラ学派の努力は成果の上では見るべきものは殆どないにせよ，学術的対象を彼等独自の論理形式で究めようとしたことは事実であり，学問の近代化に向けてその在り方は一部評価される点もあろう。１２，３世紀から１６，７世紀にかけて，この間ルネッサンスを挟んでスコラ哲学の外の世界からの影響もあって，この学派の専門化に伴う複数の固有の学問分野の独立が目立ってきた。哲学は本来の母体的基盤として，心理学，倫理学，社会学等が生まれた。まだ数学や自然科学等は近代以前の未成熟状態にあって，個人的な嗜好的域を出ず，科学史の全体の流れの中では一般的に見るべきものはないとされる。このような状況下では先に独立していった，いわゆる文化科学である社会，人文，心理の分野が発達し，ルネッサンスと相俟って興隆の途に就いたたと言えよう。そこには当然ながら，独立したとはいえ，神学や哲学の以前からの影響を残し，それぞれの分野での主題において古典的決定論の考え方の類型的試行が行われても不思議なことではない。そこでの決定論は

（2）人間と社会における事象の因果関係および彼等の自由意志を主題とするもの

である。近世から近代以降にかけて商業主義の進展と産業経済の発達により経済学が重要な地位を占めるに至って，経済学や商学においてもそこでの重要な課題に対する決定論の役割が重視されるようになった。例えば現代では既に古典となったが，K.Marx（１８１８—８３）—E.Engel（１８２１—９６）の「資本論」等は社会主義的立場からの壮大な決定論と言うべきかもしれない。

これらの分野にとっては事柄や事象の因果関係は言うまでもなく，人間精神の在り方を問う上で自由意志の存在とその本質は重要な主題となる。この問題は人間を考える上で永遠の課題なのかもしれな（[8]）。

2—3　数理科学の発展：ニュートン的自然観の影響と近代的自然観

自然科学を中心とした数理科学は１７世紀以降の近世から近代にかけて，I.Newton（１６４２—１７２７）や G.W.F.Leibniz（１６４６—１７１６）をはじめ多くの史上著明な科学者が輩出したこ

とは周知のことである（例えば，［９］，［１０］)。この期に生み出された数学，物理学を中心とした自然科学は現代では古典的な成果であるとともに，その遺産は装いも新たに再生され，現代科学の中にあってもその実用的価値と普遍性は一向に変わることはない。特にニュートンの力学の示唆するところは大きく，質点（系）の運動学の決定性は数学的にも物理学的にも数理的世界の自然観に反映される結果となる。このような決定性の最大の拠り所は事象の因果関係であり，具体的には力学系の場合は初期条件下での質点の振る舞いや解軌道の一意的決定を議論することであって，結果は初期条件に依存するという，運動の在り方を規定した状況は，あたかも人間の意志や行為が神の絶対的意志に従うとかつて主張された最も古い決定論を思わせる。このように，古典的決定論は問題の対象こそ違え，自然現象とその論理的世界である数理科学の領域へ移行される。自然科学の世界でとりわけ決定論が近代以降，先の文科領域で取り沙汰された以上に問題視されるようになるのはニュートン的自然観が定着してからである。特に２０世紀以降はニュートンに代表される古典力学的世界観の破綻は量子力学および相対性理論によってもちきたされた。それ以後の数理科学における決定論の意味をまとめれば，

（３）数理科学的事象の因果関係の在り方を究明し，それを命題化すること

であり，それはまた現代における決定論の基本的な哲学的見地である。この立場は決定論を広く解釈する一方で決定論の究明論理の正しい在り方をも検証することに通じるであろう。II 部で議論される立場は（３）である。その前に，新しい自然観の到来前の自然科学に現れた近代的決定論を検証してみよう。

3　自然科学に現れた近代的決定論：古典論から現代論への橋渡し

3—1．Laplace の決定論（１８１２）

近代的には P.L.de Laplace（１７４９—１８２７）のものが最初であると考えられ，近代の開明期に当り，いまだ古典的な影響をひきずってるかに見える（[１１]。

“We ought to regard the present state of the universe as the effect of its antecedent state and as the cause of the state that is to follow. An intelligence knowing all the forces in nature at a given instant, as well as the momentary position of all things in the universe, would be able to comprehend in one single formula the motions of the largest bodies as well as the lightest atoms in the world, provided that its intellect were sufficiently powerful to subject all data to analysis; to its nothing would be uncertain, the future as well as the past would be present to its eyes.”

We ought to……that is to follow：時間的順序にしたがう天地万物の状態に関する因果関係を強調しているが，これはニュートン的自然観に基づく古典的決定論であって，認識論的叙述と見なされる。An intelligence knowing……all data to analysis：Lapalace の Demon（万能神に近い）と呼ばれ，この下りは現実にはあり得ない意味で存在論的な決定論である。

古典的影響下にあって，数学のあらゆる問題を今日のコンピューター的万能計算機で解くことを夢見たいかにも Laplace らしい言い方であろう（この可能性に関しては，例えば［１２］を参照)。

3—2. Maxwell の決定論（１８７３）

科学も近代化へ向けて急進しつつある中で，C.B.Maxwell（１８３１—１８７９）は存在論的決定論も持ち合わせはしたが，Laplace より更に進んだ決定論を示した（[１３]）。

“It is a metaphysical doctrine that from the same antecedents follow the same consequences. No one can gainsay this. But it is not of much use in a world like this, in which the same antecedents never again conqur, and nothing ever happens twice.... The physical axiom which has a somewhat similar aspect is that from like antecedents follow like consequences. But here we have passed... from absolute accuracy to a more or less rough approximation. There are certain classes of phenomina... in which a small error in the data only introduces a small eror in the result....There are other classes of phenomena which are more complicated, and in which cases of instantly may occur...”

It is a metaphysical......the same consequence：これは古典的決定論を超えた主張であるから，存在論的決定論である。The physical axiom...like consequences：物理学的系の安定性に基づいた「強」因果関係を示唆している。具体的には，But here we have ......a small error in the result：強因果関係の枠内での現象を指している。すなわち，初期値の小さい（または連続的）変化に対する小さく（または連続的に）変化する現象を述べたものである。これは例えば，偏微分方程式論における Cauchy 問題の適切さの概念やニュートンの法則にしたがう力学現象に当る。There are other classes......may occur...：物理学的系の不安定性による「弱」因果関係を示唆している。これは現象的に言えば，初期値の微小な変化に対する現象の大きな変化の起こる可能性を指すものである。現代流に言えば，Chaos 的な現象や情報の不確定的事象に当るであろう。

Maxwell の場合は，最初の存在論的決定論を除いて，他は認識論的決定論としてその内容が現象に即して解釈のできる具体的なものと言わねばならない。

3—3. Poincaré の決定論（１９０８）

現代科学の曙の時代にあって，その将来を予感していた H. Poincaré（１８５４—１９１２）による決定論がある（[１４]）。

“If we knew exactly the laws of nature and the situation of the universe at the initial moment, we could predict exactly the situation of that same universe at a succeeding moment. But, even if it were the case that the natural laws had no longer any secret for us, we could still only know the initial situation approximately. If that enables us to predict the succeeding situation with the same approximation, that is all we require, and we should say that the phenominon had been predicted, that it is governed by laws. But it is not always so; it may happen that small differences in the initial conditions produce very great ones in the final phenomina. A small error in the former will produce an enormous error in the latter. Prediction becomes impossible... .”

全般的に Maxwell の決定論を洗練化した上で，これまでの決定論へ「予測性」を導入した。すなわち，強（弱）因果関係が成立するならば，現象の状態が予測可（不）能であろうということを主張

以上は近代から現代へ向かう途上における決定論の主要な流れを挙げたが，現代において議論される決定論はこれらが提起したものを含んだ上で，更に決定論の認識範疇を拡大していくことになる。それは既に述べたように，２―３の（３）における内容である。

その他の決定論について　上記以外の決定論のうち，現代的なものとしては E.T.Whittaker（１９４３）や E.Schrödinger（１９４５）の主張がある（[１５]，[１６]）。前者は古典解析学と解析力学への貢献によって知られる数学者であり，後者は W.K.Heisenberg とともに量子力学の創始者の一人として著明である。また，近年では，R.Boyd（１９７２），J.Earman（１９８６），および M.Stone（１９８９）による一層具体的かつ哲学的な議論がある（[１７] ― [１９]）。特に Stone は関数解析とその量子力学への応用に関して先駆的業績で知られる数学者である。

II.　決定論の現代的課題

最初に I において得た数理科学の決定論を整理した上で，これを詳細にして，近年話題のカオス的事象を例にして説明する。次に，これまで問題とした数理科学的事象は因果的決定論の対象であった。ここにそうでない，非因果的事象を対象として考えられる決定論，すなわち確率（過程）論的決定論を新たに加える。その結果，二つの決定論の関係に触れることができよう。最後に，これらの総合化された決定論の現代的課題，特に今後考えられる可能な役割と問題等，全般的な展望を述べておきたい。

I における決定論のまとめ

ニュートン的な自然観に見る因果関係を，最も素朴にして古典的な決定論として，新しい自然観の到来前のより進んだ因果関係についての代表的見解を知ることにより，それらの考え方に基づいて，因果関係の階層的な存在としての強および弱の関係を得るに至った。この見方からすれば，ニュートン的見方は強因果関係を代表するものである。更に，それぞれの原因に対する結果の予測性，すなわち強の関係にある結果の予測可能性，および弱の関係にある結果の可能性または不能性が問題視される。特に後者の場合，その関係のレベルに応じた可能性の程度が考えられようが，この問題については後に触れるとして，ここまで得られた自然科学を中心とした決定論は概して定性的な議論に終始したと言えるであろう。しかしながら，その本質においては因果関係の下での決定論の現実に直面する要素をすべて兼ね備えたものである。今後，このような決定論を「因果的決定論」と呼ぶことにしたい。

1　因果的決定論の再論：予測性と例

1―1　予測性の意味

因果的決定論でこれまで用いた予測性とは，その定性的特性のため真の意味が曖昧である。それ

を明らかするため，予測性とは何を意味するものか，予めそれを定めておく：

定義　予測性とは観測可能な状態の決定性である。

よって，定義から，因果的決定論は強・弱因果関係をもつ観測可能状態の決定可・不能性を意味するものとなる。観測可能な状態とは，数学においても，自然科学においても，また数理的に取り扱いのできるものにおいて，考えている実体的対象の規制量である。これらは極めて日常的なものから一般に抽象的なものに至るまで場合に応じて導入される指標である。

ところで，強因果的な事象の観測可能状態は，事象の決定目標に適した当初の条件が充足されて入る限り，決定可能である。しかし，因果的決定論において特に興味深いものは事象の弱因果性に伴う予測の可能性の問題，すなわち観測可能な状態の決定性の問題である。弱因果的事象は多様であろうと想定される。当初条件が同一であっても観測可能状態は非一意的であるものやカオスの状況に近いもの，純粋なカオス等，特に自然現象において今後発見されるであろうものを考慮すれば，弱因果的であってもそこに因果性の強弱の階層が見出せる。そして，階層のそれぞれに対する観測可能な状態の決定性を組織的に定量化する統一的手段または判定的方法が今後見い出されることが望ましい。

ここでは，古典力学的な弱因果的事象の中でも観測可能な状態の決定が最も不可能である純粋なカオスを例にとってその予測の不可能性を定量的に説明しよう。

1—2．　例：古典力学的カオス系の予測不能性

相空間（状態空間）Ω の分割 P，$T:\Omega\rightarrow\Omega$ を自己同型写像として，その時間的発展の測度論的エントロピー $H(P, T)$ の上限として定義される力学的 KS（Kolmogorov—Sinai）エントロピー（[２０]—[２２]）

$$h_T=\sup H(P, T),$$

ただし，$H(P)=-\Sigma\mu(A_i)\ln\mu(A_i)$，$A_i$:P の可測集合（$A_i\cap A_j=\phi$，$i\neq j$）$\Rightarrow$ $H(P, T)$ を定めることができる（略），という事実を用いて古典力学的カオス系の状態の予測不能性を説明できる：

最初は互いに近くにあって，殆ど区別できない相空間内の点は，ある時間 τ が経過してから異なる分割胞体に移動することによって，これらの点は区別できるようになる。このときまでに要した時間 τ は h_t で評価され，かつ∃時間 $t<\tau$ に対して，相空間内でこれまでの異なる点どうしは際立った分離現象を時間的かつ非局所的に起こすことが知られている（[２３]，[２４]）。このことから，$\tau\rightarrow\infty$ （$h_T\rightarrow 0$）となれば，この傾向は更に助長されて，力学系の軌跡上の点，したがってその状態を予測的に定めることができない。よって，カオス系は弱因果的非決定系である。

上記の例と異なる系への注意をしておきたい：

強因果的な非カオス系では，$\tau\rightarrow\infty$ となっても，カオス系に見られるような際立った点どう

しの分離現象は起こらない。よって，系の状態を予測的に決定可能である。また，量子力学的系に対してもK—Sエントロピーの一般化された概念を用いて上と同様な説明が説明が可能である（[25]，[26]）。

先の例でもわかるように，古典的な力学系の範疇でもその状態が強因果的でない限り，それを決定的に予測することはできない，と言うことである。これらは近年から最近にかけての結果であり，数理的事象の深い研究は決定論に新しい事実を提供し，それに基づいて決定論自体の認識も多様性と精緻な構造を加えていくことであろう。1—1の終わりに述べた事柄等はこれに関連したことである。

因果的決定論は数理の世界においては近世以来の伝統的観念であるが，この決定論と本質的に異なる決定論をとりあげたい。この範疇に入らない決定論とはもちろん非因果的でなくてはならない。次にこの種の議論に移る。

2　確率的決定論：その構造と因果的決定論との関係

事象の起こりの偶然性は非因果的と見なされ，その神秘性をめぐって古くから種々の議論があるようだが，宗教的，哲学的なものを除いて自然科学や社会科学等においては，非因果的決定論の中でも数理的解釈が可能なものは確率（過程）論的決定論である。ここではこれを単に「確率的決定論」と呼ぶことにする。

2—1　歴史的概要

ギリシャのHerakleidesの著書（B.C. 350頃）「自然について」（[27]）に既に確率的決定論の萌芽があると言われる。ただし，本論の最初に述べた最も古い決定論はギリシャの文化や思想の中には見い出されていない。にもかかわらず，一足飛びに確率的決定論の端緒が存在することが事実であるとすれば，いかにも西洋文明の発祥地としてのギリシャらしい趣きがあると言いたい。さて，それ以後は顕著なものは見られないが，20世紀に入って先のPoincaréによって哲学的考えが述べられているに過ぎない（[28]）。それだけに，この決定論は近年に至ってその認識が高まってきたと言えよう。それは近代的な確率論の確立とその進歩に負うところが大きい。ついでながら，確率論の通念的な歴史をざっと振り返っておこう。

B.Pascal（1623—1662）—P.de Fermat（1601—1665），J.Bernouilli（1654—1705），その他によって17世紀の初めに確率論が考えられるようになった。かなり後，先のLaplaceによってPascal以来の古典的理論が集大成された（1812）が，その後は何人かの人々によって考え方が種々試みられたが大きな成果を挙げるには至らなかったようである。そして遂にA.N.Kolmogorov（1903—1987）によって近代論としての測度論的確率論の基礎付けを得て（1933）から，その発展としての確率過程論および確率解析，エルゴード理論等を中核として新しい決定論の数学的方法としてその地位を築いている。

したがって，確率的決定論はこのような本格的な確率論等の成功を待って近年おこり，成長してきた決定論である。だから，実質的なその歴史は現時点から見ても極めて浅いと言える。

2—2　議論の構造

この決定論の大きな特徴は現象に対して原因の不確定性さにあるということである。たとえ初期条件を与えられていても，その後の事象の起こりは当初の条件に拘束されることのない振る舞いを特徴とする。つまり，初期条件は事象に対して決定性がないということである。このことは，事象の非因果的性質，すなわち偶然性としてとらえねばならない。よって，この決定論の論点は次のように要約できる：

事象の非因果性に対する基本的視点：randomness　→　確率的手法の導入

事象の振る舞いの記述：確率過程として表現（変動する偶然量の時間的推移を時間を助変数とする確率変数の族とする方法）または確率微分方程式へ帰着

事象の確率的決定：偶然量の起こりに関する法則性の把握　→　確率分布（確率変数の結合分布）の決定

このような三段階をもって確率的決定論の議論を構成することが基本的と考えられる。次に本決定論の対象とする典型的な事象例を挙げてみよう：

例.　事象と確率微分方程式（確率過程）

（1）　Brown 運動：溶液中の花粉や微粒子が溶液の分子運動による衝突によって引き起されるジグザグ運動。これは全くランダムと見なされている。この運動方程式は Langevin 方程式と呼ばれ，定常 Gauss 過程を表している。相関関数を導入すれば，運動速度は拡散過程の特殊な場合としての Ornstein—Uhlenbeck 過程を表す Fokker—Planck 方程式で記述される。

（2）　デリヴァティブ，オプション価格等の変動：資産の変動等がその基本にあって，動きはランダムであるから，これらの変動は確率的事象と見なされる。Gauss 過程を基本とする Black—Scholes の方程式の解によって表される。この方程式はやや複雑な構造をもつが，Fokker—Planck 方程式の特殊な場合である熱方程式の解等の組み合わせによって表すことができる。

ここで randomness の挙動をカオス系から見た場合はどうであるか。これについて次がある：

Randomness の非線形力学的特徴付け：カオス的挙動（一般化されたカオス系 $0 \leqq h_t < \infty$ としての）における完全ランダム挙動系（$h_t \to \infty$）と考えられる（$h_t = 0$ に対応するものは完全因果的挙動系）。これによってもカオス系の決定論は極限的に巾広く主要な力学系を特徴づけることができるということである。

2—3　因果的決定論と確率的決定論の関係

議論を簡明にするため，因果的決定系と確率的決定系それぞれの集合を A, B として，A と B の関係とする。この関係を調べるとき，因果的な場合は力学系のエルゴード理論にしたがってユニタリ群，確率的な場合は半群的議論が通常それぞれに用いられる。その結果，つぎの事実知られている：

(i) A は B に埋め込まれるか：この解答は自明である。A は B に埋め込まれる。このことは先の randomness のカオス系による特徴付けからも示唆されるかもしれないが，確率的決定系は力学的決定系だけから成るものではないから，その事象的範疇は広いとされよう。

(ii) B は A に埋め込まれるか：これは (i) の逆問題である。結論的に言えば，可能である。多少驚くべき事実であるが，これは極最近になって知られた。その証明は，非可逆的半群の可逆的ユニタリ群への変換（確率過程の自然な拡張と呼ばれる）を用いて示される。この業績は顕著なもの故，特にこれを明らかにした人々の名を記しておきたい：I.Antoniou—K.Gustafson（１９９７）および K.Gustafson（２００１）([２９], [３０])。ただし，この場合の物理学的意味付けは明らかでない。

以上で決定論の現状を数理科学に限定してそのあらましを述べてきたが，言い残したことや大事な問題があるかもしれない。未だこのような決定論の総合的な展望の試みは著者の知る限りないと思われる。また，自然科学を中心に述べたものであるから，そのイメージから理解しやすいと考えられるが，物理学的イメージをもたないか，少なくともそれが感じられない科学的事象については概念的にしかいずれの決定論に属するものか判断するしかないであろう。特に，数学基礎論的命題や数理論理学的事象，そしてこれらの応用科学としての計算機科学における決定論は今もなお未解決の問題を残している。確率的決定論の範疇にないことは確かである。これらの決定論の構造は今後詳細に調べる価値があろう。考え方によっては，論理学の決定論ともいうべき新しい局面が生じてこないとも限らない。未知の決定論を構成することは一般にこれからの課題であろう。

最後に，現代的な可能性あると考えられる課題の展望を整理する。すぐ上に述べたこともこれらの内にいるであろうが，ここではこれまでに対象とした決定論の枠内での課題を意味する。

3　決定論の課題の展望：拡張的課題と哲学的方法

3—1　決定論と自由意志

(i) これまでの数理科学内での統一：これは科学的事象の因果性と非因果性の両立的概念のもとで定式化をはかることによって，これまでのそれぞれの場合とは異なった抽象的決定論の構成につながるものである。１パラメータ半群と２—３の (i) で述べた結果を用いる試みである。そうすることによって，自然科学領域内の未確認事象の数学的構成と自然科学領域外にある事象の決定論的説明を可能にしようという構想である。

(ii) 自由意志の数理科学化：自由意志に関しては人文および社会科学分野委ねて，ここでは一切触れなかったが，現状では宗教や哲学的概念に端を発して以来，これは心理学，経済学等の基本概念であるが，概念の精密な分析に基づいて科学的な定式化の試みがやがてなされるであろうと期待したい。それは文系科学領域の事象の数理科学的解明に寄与することが可能となるからである。

これらの問題提起は，必ずしも想像的なものではない。現実に試みられている中間的結果，および著者も講演のために参加した “The International Workshop on Determinism” held by the Institute of Max-Planck at Ringberg Castle (Freiburg)，３—８ June，２００１ から得た情報に基づく。

3—2　数理科学的研究における哲学的方法

決定論の近年の数理的成果の大半は，I.Prigogine（１９１７—）を中心に，H.Primas, K.Gustafson, B.Misra, I.Antoniou, その他のブリュッセル学派およびマックスープランク以来の理論物理学の伝統を受け継ぐ H.Atmanspacher, F.Kronz, A.Amann, R.Bishop 等のフライブルグ学派の貢献するところ大きいであろう。

ここではほとんど触れなかった彼等の研究の指導原理となっている哲学的方法または態度は次のようなものである：

考えの上で「存在的」(ontic) 対象と「認識的」(epistemic) 対象を明確に意識した上で，存在的対象を肯定的または否定的に認識的対象へ帰結していくという方法を徹底化していくものである。存在的考えと認識的考えは理論の深化とともに階層化され，同一レベルに留まることなく，複雑な数理科学的事象の解明に貢献するという哲学観に基づく。このようなやり方は，存在的対象のややもすれば観念的であり勝ちな性質のものを否定しつつ本質的段階へと認識を止揚させる自然弁証法にどことなく似たものを感じさせる。優れた科学の進歩は，単なる technical の問題で処理し得るものとは言いがたく，哲学観ないしは哲学的方法がその根底に備わって初めて達成し得るものと知らねばならないだろう。これらに関しては，例えば［３１］がよき案内となる。

彼等のこのような立場から直接なされるであろうか，とされる数理科学的課題として，ここでは詳細には触れないが列挙すれば，例えば「遺伝子型問題」，「意識の問題」，「言語学的問題」等々が挙げられる (H.Atmanspacher)。

これらを複雑系の問題として理解することができれば，決定論のカテゴリーで解明が可能と予想される。現在，これらの問題の分析と哲学的認識を含めた特徴付けが行われている。

参 考 文 献

［１］阿部剛久，数学の厳密考ノート，芝浦工業大学研究報告（理工系編），Vol.１１，No.２，pp. ７２—７７，１９７７

［２］武谷三男，弁証法の諸問題（上，下），勁草書房，１９４７（初版），１９６６（２版）

［３］坂田昌一，物理学と方法，理論社，１９６３

［４］武谷三男・長崎正人，量子力学の形成と論理，勁草書房，１９９３

［５］T.Abe, Eastern Determinism Reconsidered from A Scientific Ponit of View, to be published in ２００２

［６］D.M.Mackay, *Determinism*, in New Dictionary of Theology（S.B.Ferguson-D.F.Wright (eds,), Inter-Versity Press, Leicester,, England, １９８８

［７］大村　久，決定論（世界大百科辞典），第９巻，平凡社，１９７３

［８］T.Honderich, *A Theory of Determinism*, Oxford University Press, Oxford, １９８８

［９］D.J.Struik, *A concise history of mathematics* (the 3rd ed.), Dover, １９６７（邦訳：岡　邦

彦・水津彦雄，数学の歴史，みすず書房，１９５７）

［１０］小堀　憲，、数学の歴史 Ｖ（１８世紀の数学），共立出版，１９７９

［１１］P.S.de Laplace, Preface to *A Philosophical Essay on Probabilities*, Dover, １９５１Quuoted from E.Nagel: *The Structure of Science*, Harcourt, Brace, and World, １９６１, pp.２８１—２８２

［１２］R.Smullyan, *The Lady or the Tiger ?*, Alfred A.Knop, 1982（邦訳：阿部剛久，美女か野獣か？，森北出版，１９９６）

［１３］L.Campbell and W.Garnett, *The Life of James Clerk Maxwell*, Macmillan, Reprinted by Johnson Reprint, １９６９，p.４４０

［１４］H.Poincaré, *Science et Méthode*, Flammarion, １９０８，Translated by F.Maitland: *Science and Method*, Dover, １９５２，p.６８

［１５］E.T.Whittaker, Chance, free will, and necessity in the scientific conception of the universe, *Prc. Phys. Soc.*（London），５５，１９４３，pp.４５９—４７１

［１６］E.Schrördinger, *What is life?*, Cambridge Univ. Press, １９４４, 88—92

［１７］R.Boyd, Determinism, laws and predictability in principle, *Philosophy of Science* ３９，１９７２，pp.４３１—４５０

［１８］J.Earman, *A Primer on Determinism*, Dordrecht, Reidel, Chap. II, １９８６

［１９］M.Stone, Chaos, prediction, and Laplacian determinism, *Amer.Phil.Quart.*, ２６，１９８９，pp.１２３—１３１

［２０］A.N.Kolmogorov, A new metric invariant of transitive systems and automorphisms of Lebesgue spaces, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* １１９，１９５８，pp.８６１—８６４

［２１］A.N.Kolmogorov, Three approaches to the quantitative definition of complexity, *Problems in Inf. Transm.*, １，１９６５，pp.３—１１

［２２］Ya.G. Sinai, On the concept of entropy of a dynamical system, *Dokl. Akad. Nauk* SSSR １２４，１９５９，pp.７６８—７７１

［２３］B.Misra and I.Prigogine, Irreversibility and nonlocalty, *Lett. Math. Phys.*, ７，１９８３，pp.４２１—４２９

［２４］A.Amann and H.Atmanspacher, Fluctuations in the dynamics of single quantum systems, *Stud. Hist.Phil. Mod.Phys.*, ２０，１９９８，pp.１５１—１８２

［２５］A.Connes, H.Narnholfer and W.Thirring, Dynamical entropy of C*-algebras and von Neumann algerras, *Commun. Math. Phys.*, １１２，１９８７，pp. ６９１—７１９

［２６］T.Hudetz, Spacetime dynamical entropy of quantum systems, *Lett. Math. Phys.*, １６，１９８８，pp.１５１—１６１

［２７］I.Prigogine, *The End of Certainty*, Free Press, New York, １９９７

［２８］H.Poincaré, *Science et Méthode*, Flammarion, １９８０（［１４］に同じ。ただし，邦訳：

吉田洋一，科学と方法（改訳版），岩波書店，１９５３，がわかりやすい。）

［２９］ I.Antoniou and K.Gustafson, From irreversible Markov semigroups to chaotic dynamics, *Physica A*, ２３６，１９９７，pp.２９６—３０８

［３０］ K.Gustafson, Time-Space Dilations and Stochastic-Deterministic Dynamics, to be published in ２００２

［３１］ H.Atmanspacher, Ontic and Epistemic Descriptions of Chaotic Systems, *Third International Conference on Computing Anticipatory Systems*, Amer.Institute of Physics, ２０００，pp. ４６５—４７８