

## 高レイノルズ数乱流におけるコヒーレント微細渦の統計的性質

東工大院	店橋	護	(Mamoru Tanahashi)
東工大院	岩瀬	識	(Shiki Iwase)
東工大院	菊地	伸一郎	(Shinichiro Kikuchi)
東工大院	宮内	敏雄	(Toshio Miyauchi)

Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering,  
Tokyo Institute of Tech.

## 1. はじめに

乱流の微細スケールにおける渦構造は乱流の間欠性と密接に関連しており、これらの解明は乱流理論や乱流モデルの発展に必要不可欠である。近年、直接数値計算(DNS)結果の詳細な解析から<sup>(1-8)</sup>、一様等方性乱流中に存在する管状微細渦の特性が明らかにされている。同様な特性を有する微細渦構造は、一様等方性乱流のみならず他の乱流場にも存在しており<sup>(9-15)</sup>、これらは乱流の普遍的な構造と考えられる。

一様等方性乱流中の微細渦は、コルモゴロフ・スケール( $\eta$ )の約 8 倍の最頻直径と、変動速度の rms 値( $u'$ )の約 0.5 倍<sup>(2-4)</sup> の最頻最大周方向速度を有している。微細渦構造は中心軸上の第二不変量の極小点で特徴付けられるいくつかの節点を有しており、接点において大きく折れ曲がっている<sup>(7)</sup>。また、中心軸の移流速度は速度変動の rms 値のオーダーであり、節点において移流方向は変化し、隣り合う節点で定義される節点間要素(セグメント)ごとに活発な運動を行っている。これらセグメント長の最頻値はテイラー・マイクロスケール( $\lambda$ )であり、全長は積分長( $l_E$ )程度であることが明らかにされている。すなわち、微細渦構造は乱流場の重要な三つの特性長さを含んでいる<sup>(8)</sup>。回転平面内には  $u'/\lambda$  の大きさの歪み速度が作用し、中心軸の向きは中間歪み率の方向と一致する傾向にある<sup>(16,17)</sup>。微細渦の平均周方向速度分布は伸張を受けた Burgers 渦によって良く近似することができるが、回転平面内に作用している強い歪み場により楕円型の非対称性を示す。このため、微細渦周囲の乱流エネルギー散逸率は二つの極大値を持つ<sup>(17)</sup>。このように、これらの微細渦構造は明確なコヒーレンシーを有することから、乱流のコヒーレント微細渦構造と呼ぶことができる。

せん断乱流では各種乱流統計量が非等方的となることが知られているが、せん断乱流中のコヒーレント微細渦は平均せん断率に応じた空間分布を示し、それらが乱流場の非等方性と密接に関連している。また、コヒーレント微細渦は体積力が作用する乱流場の統計的性質とも関連していることが明らかにされている<sup>(10-15)</sup>。

以上に示した微細構造に関する知見は比較的低レイノルズ数の DNS 結果から得られたものであるため、より詳細にコヒーレント微細渦構造の特性を明らかにするには乱流

特性長さが明確に分離するより高レイノルズ数における微細構造を明らかにする必要がある。そこで、本研究ではレイノルズ数の高い一様等方性乱流及び乱流混合層の DNS 結果からコヒーレント微細構造を抽出し、高レイノルズ数乱流における微細構造の統計的性質を明らかにすることを目的としている。

## 2. 乱流の DNS データベース

表 1 に本論文で用いた一様等方性乱流及び乱流混合層の DNS データのレイノルズ数、格子点数及び計算領域を示す。すべての DNS は東京大学情報基盤センターの SR2201 及び SR8000 を用いて行われた。一様等方性乱流及び乱流混合層の最大レイノルズ数はそれぞれ  $Re_\lambda = 220$  と  $Re_{\omega,0} = 2800$  であり、1 億点以上の格子点を用いられている。最も大きな DNS は乱流混合層 (TML8) であり、約 2 億 7 千万点の格子点を用いて 95GB の総主記憶を必要とした。

## 3. 一様等方性乱流のコヒーレント微細渦

### 3. 1 一様等方性乱流のコヒーレント微細渦の空間分布

一様等方性乱流における乱流構造のレイノルズ数依存性を明らかにするために、次のように定義される速度勾配テンソルの第二不変量 ( $Q$ ) を用いて渦構造の可視化を行った。

表 1 DNS データベース。HIT: 非圧縮性減衰一様等方性乱流, TML: 時間発展乱流混合層,  $Re_\lambda$ : テイラー・マイクロスケールに基づくレイノルズ数,  $Re_{\omega,0}$ : 初期渦度厚さに基づくレイノルズ数,  $\Lambda$ : 初期平均速度分布に対して最も不安定な波長。

ID	$Re$	Grid points	Total grid points (million)	Computational Domain
HIT1	$Re_\lambda = 37.1$	$256 \times 256 \times 256$	16.777	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT2	$Re_\lambda = 66.1$	$216 \times 216 \times 216$	10.077	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT3	$Re_\lambda = 87.9$	$216 \times 216 \times 216$	10.077	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT4	$Re_\lambda = 64.1$	$128 \times 128 \times 128$	2.097	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT5	$Re_\lambda = 97.1$	$256 \times 256 \times 256$	16.777	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT6	$Re_\lambda = 119.5$	$324 \times 324 \times 324$	34.012	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT7	$Re_\lambda = 141.1$	$400 \times 400 \times 400$	64.000	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT8	$Re_\lambda = 175.4$	$512 \times 512 \times 512$	134.218	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT9	$Re_\lambda = 199.0$	$576 \times 576 \times 576$	191.103	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
HIT10	$Re_\lambda = 220.7$	$640 \times 640 \times 640$	262.144	$2\pi \times 2\pi \times 2\pi$
TML1	$Re_{\omega,0} = 500$	$216 \times 325 \times 144$	10.109	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML2	$Re_{\omega,0} = 700$	$288 \times 432 \times 192$	23.888	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML3	$Re_{\omega,0} = 900$	$324 \times 487 \times 216$	34.082	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML4	$Re_{\omega,0} = 1100$	$360 \times 541 \times 240$	46.742	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML5	$Re_{\omega,0} = 1300$	$384 \times 577 \times 256$	56.721	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML6	$Re_{\omega,0} = 1500$	$432 \times 649 \times 288$	80.746	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML7	$Re_{\omega,0} = 1900$	$480 \times 721 \times 320$	110.746	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$
TML8	$Re_{\omega,0} = 2800$	$648 \times 973 \times 432$	272.378	$4\Lambda \times 6\Lambda \times 8/3\Lambda$

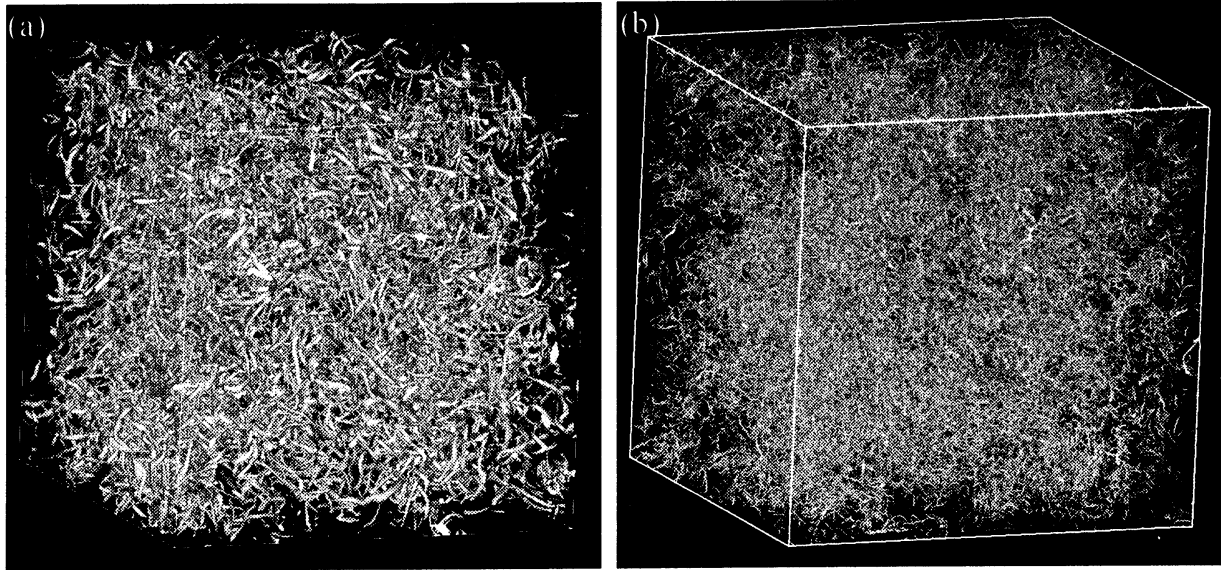


図2 一様等方性乱流における第二不変量の等値面 ( $Q^* = 0.03$ ). (a) :  $Re_\lambda = 97.1$ , (b) :  $Re_\lambda = 220.7$ .

$$Q = \frac{1}{2}(W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (1)$$

ここで、 $S_{ij}$ と $W_{ij}$ は速度勾配テンソル $A_{ij}$ の対称成分と非対称成分である。

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij} . \quad (2)$$

図2は $Re_\lambda = 64.9$ と $220.7$ の一様等方性乱流の第二不変量が正の領域を可視化した結果を示している。第二不変量が正の領域は流体が剛体回転を行っている領域に対応している。また、図2において可視化された領域の一辺長は、次のように定義されるエネルギー・スペクトルに基づく積分長( $l_E$ )の6~7倍である。

$$l_E = \int \frac{E(k)}{k} dk / \int E(k) dk . \quad (3)$$

第二不変量はそれぞれのDNSデータのKolmogorov・スケール( $\eta$ )と速度のrms値を用いて正規化されており、 $Q^* = 0.03$ の等値面が示されている。このような正規化を行うことにより、最も高い剛体回転率を有する微細渦の第二不変量は $Q^* = O(1)$ となる。一般に、特定の物理量の等値面を用いて可視化を行った場合、その結果は用いたしきい値に依存する。本研究では、最も剛体回転率が高い微細渦の第二不変量が $Q^* = O(1)$ となることを考慮し、 $Q^*$ の等値面を用いて微細渦の空間分布を検討した。図2から、 $Re_\lambda$ の増加と共に第二不変量の等値面で表される渦管の直径はより小さくなるのがわかる。ただし、後に示すようにこれら微細構造の最頻直径は、それぞれのDNSデータのKolmogorov・スケールで正規化した場合、Kolmogorov・スケールの8~9倍となる。また、レイノルズ数が比較的低い場合、第二不変量で可視化された渦構造はほぼ一様に分布しているのに対して、レイノルズ数の増加と共に渦構造の空間分布は、比較的大きな

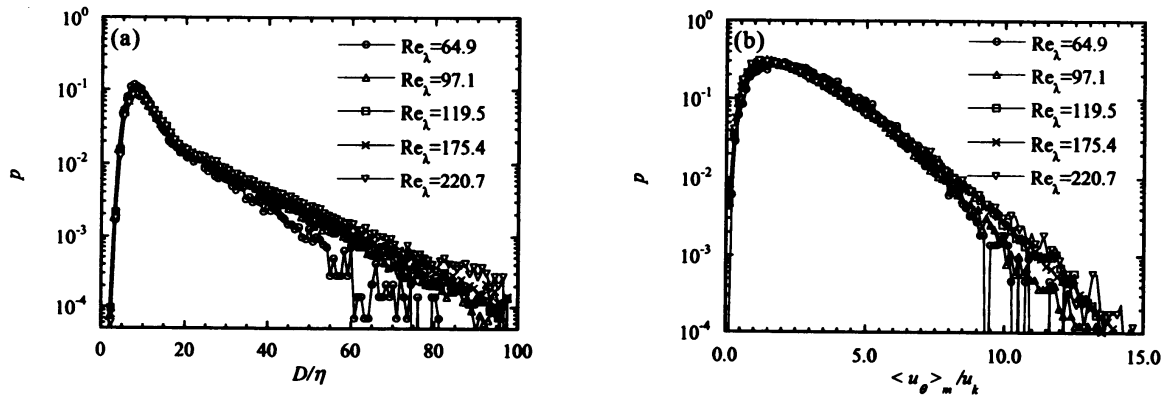


図3 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の直径の確率密度関数(a) と最大周方向速度の確率密度関数(b).

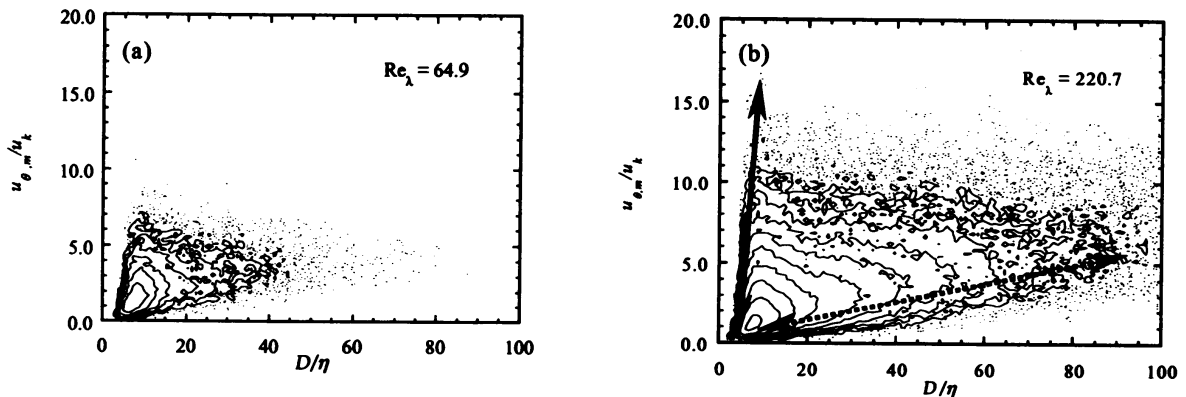


図4 一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の直径と最大周方向速度の結合確率密度関数 (a) :  $Re_\lambda = 64.9$ , (b) :  $Re_\lambda = 220.7$ .

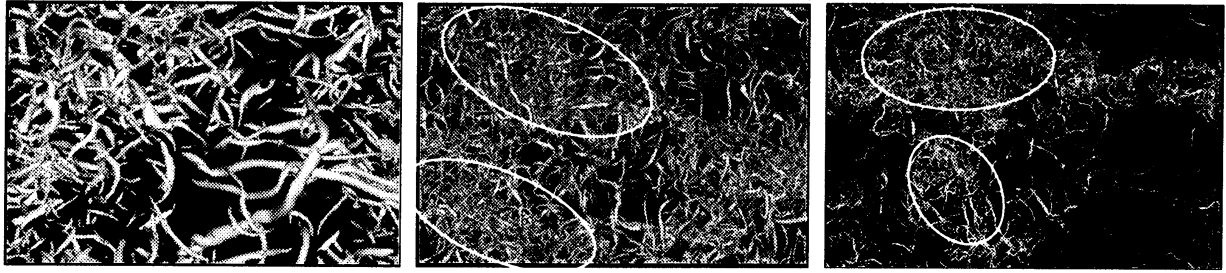
スケールの粗密を形成することがわかる。

### 3. 2 一様等方性乱流におけるコヒーレント微細渦の統計的性質

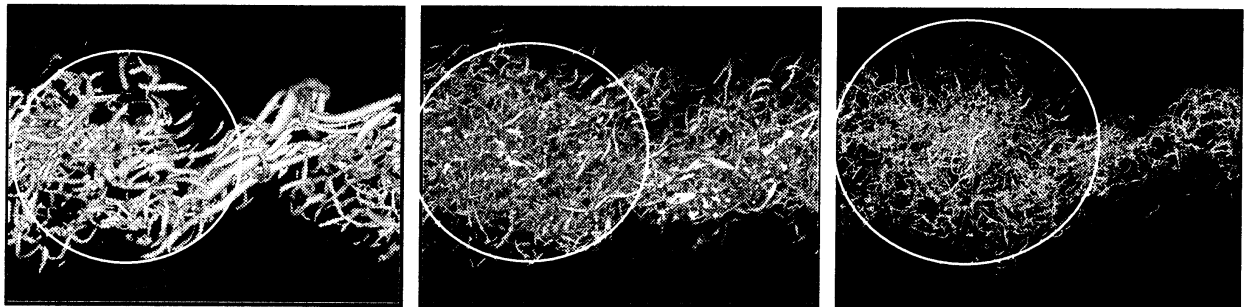
図3は抽出されたコヒーレント微細渦の直径と最大周方向速度の確率密度関数を示している。直径と最大周方向速度はそれぞれ  $\eta$  と コルモゴロフ速度 ( $u_k$ ) を用いて正規化されている。以前の研究<sup>(8)</sup>と同様にコヒーレント微細渦の最頻直径は、コルモゴロフ・スケールの約8倍である。最大周方向速度は、以前の低レイノルズ数の結果とは異なりコルモゴロフ速度によりスケーリングできる。これは  $u_k$  と  $u_{rms}$  の間に  $u_k / u_{rms} = 15^{1/4} Re_\lambda^{(-1/2)}$  の関係があり、低レイノルズ数の場合  $0.5 u_{rms} \approx 1.2 u_k$  であったためである。

図4は  $Re_\lambda = 64.9$  と  $Re_\lambda = 220.7$  の DNS データから抽出されたコヒーレント微細渦の直径と最大周方向速度の結合確率密度関数を示しており、隣り合う等値線の確率はそれぞれ2倍異なっている。結合確率密度関数は直径が  $\eta$  の約8倍、最大周方向速度が  $u_k$  の約0.9倍となる微細渦が最も多く存在していることを示している。微細渦の直径はレイ

Top View



Side View

 $Re_{\omega,0} = 500$  $Re_{\omega,0} = 1300$  $Re_{\omega,0} = 2800$ 図5 時間発展乱流混合層における第二不変量の等値面( $Q^* = 0.03$ ).

ノルズ数にほとんど依存せず、最も存在確率の高い微細渦の直径は  $\eta$  の7~8倍である。以前の研究と同様に<sup>1-3)</sup>,  $\eta$  の7~8倍の小さな直径を持つ微細渦の最大周方向速度の分散は大きく,  $Re_\lambda = 220.7$  の場合には  $u_k$  の約20倍 ( $\approx 3\sim 4 u_{rms}$ ) にまで達する非常に大きな最大周方向速度を有する微細渦が存在している。レイノルズ数の増加と共に7~8  $\eta$  の直径を持つ微細渦の最大周方向速度が増加するが, それと共に  $\eta$  の数10~100倍の直径を有する微細渦の存在確率も高くなる。これら比較的大きな直径を有する微細渦は, 直径の増加と共に6~7  $u_k$  程度 ( $\approx u_{rms}$ ) の最大周方向速度を有するようになる。これらの渦構造はいわゆる大規模スケールの長さ及び速度を持っている。ここで, 図中の点線上に現れる渦構造は従来の乱流の概念と一致する。つまり, 積分長程度の大きな直径を持つ渦は  $u_{rms}$  程度の大きな回転速度を持ち, 直径が小さくなるにつれて小さな回転速度を持つようになる。これに対して, 図中の実線上の渦は最小の直径で極めて大きな回転速度を有する渦であり, この領域の渦は乱流の間欠性と密接に関係している。

#### 4. 時間発展乱流混合層のコヒーレント微細渦

##### 4. 1 時間発展乱流混合層のコヒーレント微細渦の空間分布

図5は  $Re_{\omega,0} = 500, 1300$  及び  $2800$  の乱流混合層における, 速度勾配テンソルの第二不変量  $Q^*$  の等値面を示している。速度勾配テンソルの第二不変量は各 DNS データのせん断層中心におけるコルモゴロフ・スケールと二乗平均変動速度を用いて正規化されている。図5から第二不変量の等値面で可視化された渦管の径はレイノルズ数の増加と共に

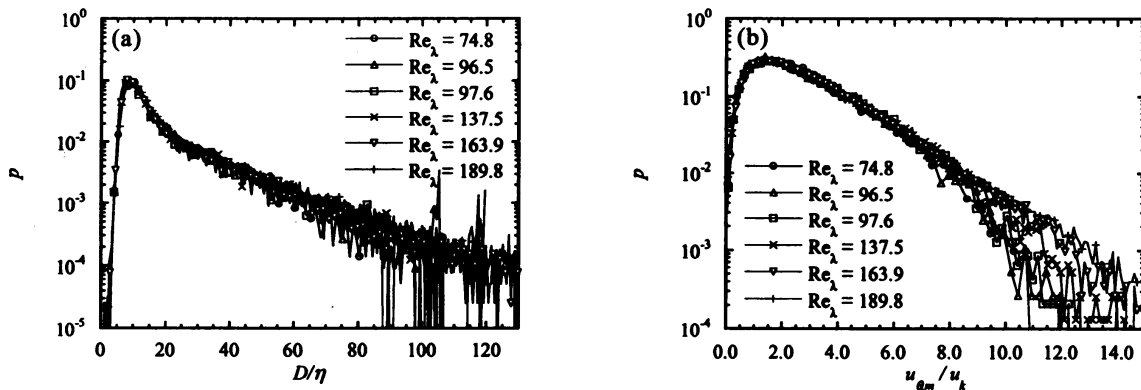


図6 時間発展乱流混合層中のコヒーレント微細渦の直径(a)と最大周方向速度の確率密度関数(b).

小さくなることがわかる。ただし、後に示すように、微細構造の最頻直径はコルモゴロフ・スケールを用いて正規化した場合、レイノルズ数に依存しない。図中の Side View に白丸で示したように、混合層の大規模構造は多数の微細な渦構造によって構成され、レイノルズ数の増加と共に大規模構造内の渦管の数が増大していることがわかる。また Top View においても白丸で示したように、高レイノルズ数の場合、大規模構造内の渦構造の空間分布は比較的大きなスケールの粗密を形成していることがわかる

#### 4. 2 時間発展乱流混合層のコヒーレント微細渦の統計的性質

時間発展乱流混合層中のコヒーレント微細渦の統計的性質を明らかにするために、一様等方性乱流の場合と同様の手法を用いて十分発達した時刻の乱流混合層の DNS 結果からコヒーレント微細渦を抽出した。解析は  $Re_{\omega,0} = 500, 700, 900, 1300, 1900$  及び  $2800$  のケースについて行った。図6は抽出されたコヒーレント微細渦の直径と最大周方向速度の確率密度関数を示している。ここで、レイノルズ数は一様等方性乱流の結果との比較を容易にするために  $Re_{\omega,0}$  ではなく微細渦の抽出を行った時刻におけるせん断層中心の  $Re_{\lambda}$  を用いて表記しており、 $Re_{\omega,0}$  は  $Re_{\lambda}$  と昇順に対応している。また、直径の確率密度関数はせん断層中心におけるコルモゴロフ・スケールを用いて無次元化されている。以前の研究結果と同様に<sup>(10-11)</sup>、十分発達した時間発展乱流混合層中の微細渦の最頻直径はコルモゴロフ・スケールの約8倍となり、レイノルズ数に依存しない。このことは高レイノルズ数の一様等方性乱流中の微細構造の特性とも一致する。最大周方向速度は各 DNS データのコルモゴロフ速度 ( $u_k$ ) で正規化されており、 $u_k$  を用いて無次元化された最大周方向速度の確率密度関数は一様等方性乱流の場合と同様にコルモゴロフ速度の約1.2倍でピークを示す。このように、乱流混合層の場合においても以前の低レイノルズ数の結果とは異なり最大周方向速度は  $u_k$  によりスケールされることが分かる。これは上述のように低レイノルズ数の場合、 $0.5u_{rms}$  と  $1.2u_k$  が近い値となったためである。

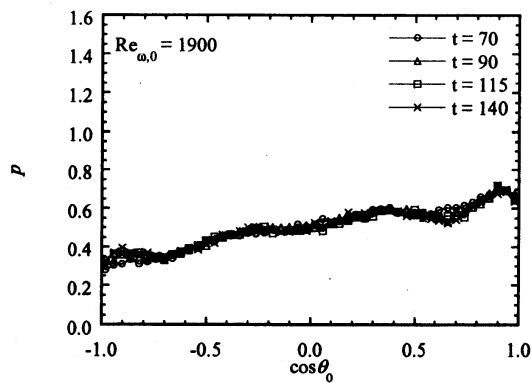


図7  $\cos\theta_0$ の確率密度関数 ( $Re_{\omega,0}=1900$ ).

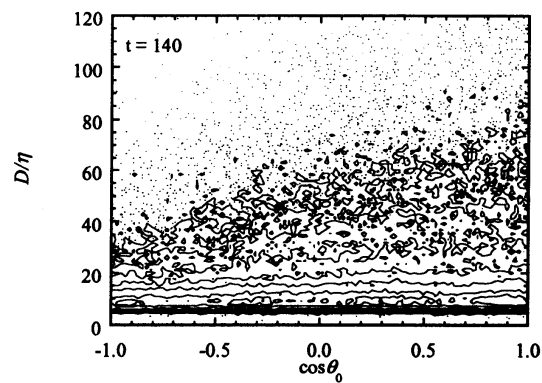


図8  $\cos\theta_0$ と直径 $D$ の結合確率密度関数 ( $Re_{\omega,0}=1900, t=140$ ).

#### 4. 3 乱流混合層中のコヒーレント微細渦の空間分布

乱流混合層は、一様等方性乱流とは異なり非等方的な流れ場であるため、個々のコヒーレント微細渦の特性が一様等方性乱流中のそれと良く一致していても、微細渦の空間分布には差違が存在する。ここでは、個々のコヒーレント微細渦中心における渦度ベクトル $\omega_c$ 、すなわち微細渦の回転軸と混合層の平均渦度の方向 $e_\omega=(0, 0, -1)$ とのなす角 $\theta_0$ の余弦について検討を行った<sup>(11)</sup>。解析は混合層の大規模構造の一回目の合体が完了する時刻 $t=70$ から混合層が十分発達する時刻までを四分割し、それぞれの時刻の微細渦について行った。図7は $Re_{\omega,0}=1900$ の場合における $\cos\theta_0$ の確率密度関数を示している。微細渦の空間分布が完全にランダムな場合、確率密度関数は0.5で一定となるが、図7の確率密度関数は時刻が異なっても混合層の平均渦度と同符号の回転軸を有する微細渦が多数存在していることを示している。非等方的な乱流場である壁面乱流では、比較的小さな直径を有する微細渦の空間分布に非等方性が表れることが明らかにされているが<sup>(9)</sup>、混合層に関してもこの点について検討するために微細渦の直径と $\cos\theta_0$ の確率密度関数を求めた。図8は $Re_{\omega,0}=1900$ の場合について、十分発達した時刻における $\cos\theta_0$ と微細渦の直径の結合確率密度関数を示している。ここで、隣り合う等値線の確率は2倍異なっている。結合確率密度関数はコルモゴロフ・スケールの8倍程度の直径を有する微細渦が空間的にはほぼランダムに分布していることを示している。一方、コルモゴロフ・スケールの数十倍の比較的大きな直径を有する微細渦の空間分布は一様ではなく、混合層の平均渦度と同符号を有するものが多く存在している。このことから、壁面乱流とは異なり乱流混合層の非等方性は比較的大きな直径を有する微細渦の空間分布に現れることがわかる。

#### 6. まとめ

本研究では、レイノルズ数の異なる一様等方性乱流と乱流混合層の直接数値計算結果からコヒーレント微細渦を抽出し、微細渦の統計的性質について検討した。コヒーレン

ト微細渦の最頻直径はコルモゴロフ・スケールの約 8 倍，最頻最大周方向速度はコルモゴロフ速度の約 1.2 倍であり，これらの特性は乱流場やレイノルズ数に依存しない．混合層では大きな直径を有する微細渦の空間分布に非一様性が表れ，乱流中のコヒーレント微細渦はレイノルズ数の増加とともに局在化するようになる．

謝辞：本研究の一部は科学研究費特定領域研究(B)により行われたものである．また，DNS を行うにあたり，東京大学情報基盤センターの多大な協力を得た．ここに記して謝意を表す．

### 参考文献

- (1) J. Jimenez, A. A. Wray, P. G. Saffman & R. S. Rogallo, *J. Fluid Mech.* 255(193), 65.
- (2) M. Tanahashi, T. Miyauchi & T. Yoshida, *Transport Phenomena in Thermal-Fluids Engineering*, 2, p.1256, Pacific Center of Thermal-Fluids Engineering, 1996.
- (3) M. Tanahashi, T. Miyauchi & J. Ikeda, *Simulation and Identification of Organized Structures in Flows*, 131, Kluwer Academic Publishers, (1999), p131.
- (4) M. Tanahashi, T. Miyauchi, & J. Ikeda, *Proc. 11th Symp. on Turbulent Shear Flows*, (1997), 4-17.
- (5) J. Jimenez & A. A. Wray, *J. Fluid Mech.* 373 (1998), 255.
- (6) 店橋，ウッディン，岩瀬，宮内，*日本機械学会論文集(B編)*, 65-638 (1999), 3237.
- (7) M. Tanahashi, S. Iwase, Md. A. Uddin & T. Miyauchi, *Turbulence and Shear Flow Phenomena – 1*, Eds. S. Banaerjee & J. K. Eaton, p.79, Begell House Inc., 1999.
- (8) M. Tanahashi, S. Iwase, J. Ikeda, & T. Miyauchi, (2002), preparing.
- (9) 店橋，岩瀬，ウッディン，高田，宮内，*Thermal Science and Engineering*, 8-3 (2000), 29.
- (10) M. Tanahashi, T. Miyauchi & K. Matsuoka, *Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 2, (1997) 461, Delft University Press.
- (11) M. Tanahashi, T. Miyauchi & K. Matsuoka, *Developments in Geophysical Turbulence*, (2000) (Kluwer Academic Publishers) 205.
- (12) M. Tanahashi, S. Iwase & T. Miyauchi, *Advances in Turbulence*, 8 (2000), 655.
- (13) 店橋，宮内，ダス，小路，*日本機械学会論文集 (B編)*, 65-638, (1999), 3244.
- (14) 店橋，塩川，ダス，宮内，ながれ，18-4 (1999), 256.
- (15) 店橋，辻本，カリム，藤村，宮内，*日本機械学会論文集 (B編)*, 65-640, (1999), 3884.
- (16) M. Tanahashi, S. Iwase & T. Miyauchi, *J. Turbulence*, 2 No.006 (2001).
- (17) 岩瀬，店橋，宮内，第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集，(1998), 413.