数理解析研究所講究録 1306 巻 2003 年 178-185

学習グループ編成における意思決定

岡山理科大学　情報処理センター　岩崎　彰典(Akinori Iwasaki)
Information Processing Center,Okayama University of Science
岡山理科大学　総合情報学部　宮地　功(Isao Miyaji)
Faculty of Informatics,Okayama University of Science
岡山理科大学　総合情報学部　尾上　誉幸(Takayuki Oue)
Faculty of Informatics,Okayama University of Science

1. はじめに

小学校では，仲間作り，仲の良いまとまりのある学級を作ることを目標にしている[3]．日常的にグループ学習をよく行っている．学級において，その学習の単位である学習グループは学習を進める上だけでなく，お互いに親密な友達関係を作るきっかけともなり，良い友達関係を作る上で重要である．そのため，5 段階の間隔尺度で選択の程度を測定する「間隔尺度法による友達調べ」が提案されている[5][6]．これを用いて，児童間の人間関係を定量的に測定する[12]．この友達関係を友達関係行列で表し，学習グループを構成する問題を定式化する[7][9][14]．この問題を解くために近似解法である GA を適用する[2]．GA による近似解の有効性を厳密解法である列挙法を用いて調べる[3]．更に，分枝限定法を適用し，問題を厳密に解ける規模を拡大して，有効性を調べる．

2. 学習グループの構成問題

児童間の友達調べのアンケートを実施することにより，全員に対する選択する強さの度合(選択強さ)r_{ij} が得られる．r_{ij} は，0 から 4 の 5 段階の整数値を取る．その r_{ij} を用いて，友達関係行列 $R=(r_{ij})$, $(i,j=1,2,\cdots,N)$ を作る．N 人の児童を K 組の学習グループに分ける問題を考える．友達関係行列を用いて，次の制約条件(1)と(2)の下で，目的関数(3)～(6)を実現する．

(1)児童は唯一の学習グループに属する．

(2)学習グループを構成する男女の人数を与えられた数にする．

(3)学習グループの選択強さの和をできるだけ大きくする．

(4)学習グループの選択強さの最小値をできるだけ大きくする．

(5)学習グループの選択数の和をできるだけ大きくする．

(6)学習グループの選択数の最小値をできるだけ大きくする．

本問題では，次のように記号を定義する．

$\{1,2,\cdots,N\}$：学級の児童の集合，N:学級の児童数

x_{ik}：児童 i がある学習グループ k に属するか属しないかを表す 2 値決定変数

r_{ij}：児童 i が児童 j を選択する強さの度合い，$r_{ij}\in\{0,1,2,3,4\}$

M：学級内の男子の集合，W：学級内の女子の集合

b_{ij}：選択したかどうかを表す 2 値定数

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & r_{ij} > 0 \\ 0, & r_{ij} = 0 \end{cases} \quad (i,\ j = 1,2,\ \ldots,\ N)$$

n_M：学級内の男子の数，n_W：学級内の女子の数

c_{kM}：学習グループ k を構成する男子の人数，c_{kW}：学習グループ k を構成する女子の人数

c_k：学習グループ k を構成する児童数，K：学習グループの数

学習グループ構成問題 P は，制約式(5),(6),(7)の下で目的関数(1),(2),(3),(4)を最大化する問題である．

$$\max \quad z_1 = \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} r_{ij} x_{ik} x_{jk} \tag{1}$$

$$\max \quad z_2 = \min_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} r_{ij} x_{ik} x_{jk} \tag{2}$$

$$\max \quad z_3 = \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} b_{ij} x_{ik} x_{jk} \tag{3}$$

$$\max \quad z_4 = \min_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} b_{ij} x_{ik} x_{jk} \tag{4}$$

$$\text{s.t.} \quad x_{ik} = 0 \text{ or } 1, i = 1,2,\cdots,N, k = 1,2,\ldots,K \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ik} = 1 \quad i = 1,2,\ldots,N \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i \in M} x_{ik} &= c_{kM} \\ \sum_{i \in W} x_{ik} &= c_{kW} \end{aligned}\right\} \quad k = 1,2,\ldots,K \tag{7}$$

問題 P は，4 つの目的関数があり，多目的計画問題である．

3. 遺伝的アルゴリズム(GA)の構成法

本問題における用語と GA の用語を対応させると表 1 のようになる．

GA では交叉，突然変異，選択の 3 つの遺伝的操作を行う．世代交代を行ってより良い解集団を生成する手法であり，良い解集団を構成できるため複数の目的関数のパレート解を容易に得ることができる．

学級の児童を図 1 に示すように男子と女子の並びに分ける．男子の並びに対して，交叉位置①と②，および入れ替える遺伝子の数 d をランダムに決める．同様に女子の並びに対して，交叉位置③と④，および入れ替える遺伝子の数 e をランダムに決める．このように男女別々に交叉を行なう．

例えば各グループに所属する男子と女子の人数が，表 2 のように与えられているとする．図 2 に示すように，交叉した男子の並びと女子の並びの左から，グループ k に所属する男子と女子の人数分 c_{kM} と c_{kw}(k=1,$\cdots$,K)を順に取り出して，遺伝子座の数 c_k になるように，染色体 k を生成する．これを繰返して個体 1 を生成する．この交叉方法

表 1. 用語の対応

記号	問題	GA
n_g	解の探索回数	世代数
n	児童数	遺伝子の数
i	児童	遺伝子
c_k	学習グループkの児童数	遺伝子座の数
Sp	解候補p	個体p
M	解候補の数	各世代の個体の数

で個体を生成すると，各グループの決められた男子と女子の人数にできる．これにより，男女人数が等しい場合($n_{kM}=n_{kW}$)，男女の人数に差がある場合($n_{kM}>n_{kW}$，$n_{kM}<n_{kW}$)，および学級の人数がグループ数で割切れない場合($n \neq K \cdot c_k$)について対処できる．

次に，図 3 に示すように個体 1 に同様の交叉を行い，個体 3 を生成する．同様に個体 2 に交叉を行い，個体 4 を生成する．この操作を個体数が M になるまで繰返す．個体数が M 個生成された後，1 つの目的関数の大きい順に，個体を並び替え，最も優れた個体を第 2 世代の個体 1 とする．

このような操作を n_g 世代まで繰返す．この方法は，最良な解がそのまま子孫として残されていくので，エリート戦略になっている[15][17]．

問題 P には，4つの目的関数がある．まず，上述したアルゴリズムによって，目的関数 z_1を最大化するように，n_g 世代まで個体生成を繰返して，解集団を求める．次に同様にして，目的関数 z_2を最大化するように，n_g世代まで個体生成を繰返して，解集団を求める．目的関数 z_3と z_4についても同様の操作を繰返す．このようにして，各目的関数 $z_1,\cdots,z_4$を最大化する個体M×4個が求まる．目的関数の重要性を学習グループの選択強さの和 z_1，学習グループの選択強さの最小値 z_2，学習グループの選択数の和 z_3，学習グループの選択数の最小値 z_4の順とする．その重要性を考慮して，目的関数 $z_1,\ldots,z_4$の重み w_i, $i=1,\ldots,4$ を $\sum_{i=1}^{4} w_i = 1$となるように，それぞれ $w_1=0.5$, $w_2=0.25$, $w_3=0.2$, $w_4=0.05$ とする．M×4 個の解について，目的関数の重みと目的関数との積和 $\sum_{i=1}^{4} w_i z_i$ を求める．この積和が，最も大きい解を問題 P の解とする．

4. 列挙法

N 人の児童を K 個のグループに編成する場合，グループ k の人数を c_kとすれば，グループ 1 の組合せの

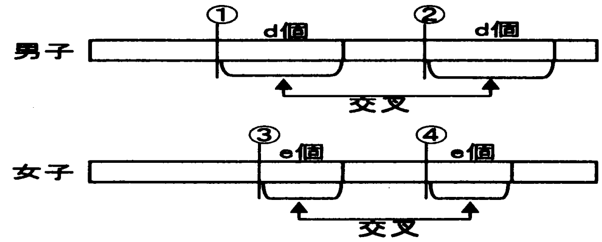

図 1. 学級の男子と女子を区別した個体の生成方法

表 2. 各学習グループの男子と女子の人数

	グループ1	グループ2	・・・	グループK
男子	3	2	・・・	4
女子	2	3	・・・	1

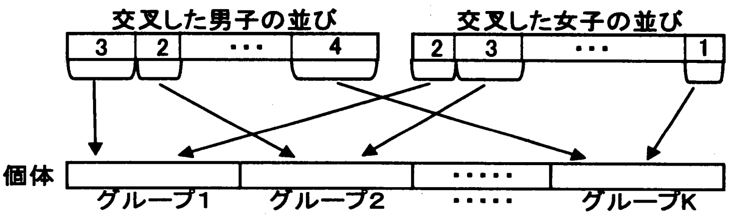

図 2. 男子と女子を組合わせる方法

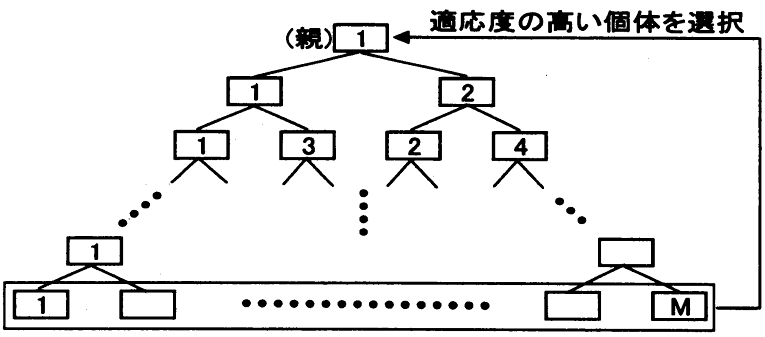

図 3. 個体の生成方法の模式図

数は，${}_{N}C_{c_1}$ となる．グループ2の組合せの数は，1組目の児童を除いた残りの児童で編成するため，${}_{N-c_1}C_{c_2}$ となる．しかし，あるグループを他のどのグループ k=1,2,…,K と入れ替えても，K 個のグループの組合せとしては同じである．このことからグループ1の組合せの数は，グループの組合わせとしては，${}_{N}C_{c_1}/K$ となる．グループ2の組合せの数は，${}_{N-c_1}C_{c_2}/(K-1)$ となる．このようにして，N 人をK 個のグループに編成する場合の数 μ は一般的に次の式(8)で表される．

$$\mu=\frac{{}_{N}C_{c_k}}{K}\times\frac{{}_{N-c_k}C_{c_k}}{K-1}\times\cdots\times\frac{{}_{N-(K-1)c_k}C_{N-(K-1)c_k}}{1} \tag{8}$$

すべての組合せを列挙すれば，その中の最大目的関数の解が，厳密解となる．

具体例を用いて，列挙のアルゴリズムを説明する．N=12，n_M=6，n_W=6，K=3，c_k=4，c_{kM}=2，c_{kW}=2 として，列挙法によって，学習グループを編成することを考える．まず，男女の違いを無視して考える．図4のように12人の児童が，児童番号順に並んでいるとする．その中から，4人を取り出す組合せの数は ${}_{12}C_4/3=165$ である．

まず，グループ1を「1 2 3 4」とする．12人からグループ1の児童番号を抜き出すと，残りの児童は，図4に示した「抜き出したときの児童の並び」になる．その8人の児童から，4人を取り出す組合せの数は ${}_{8}C_4/2=35$ である．グループ2を「5 6 7 8」とする．グループ1とグループ2が決まると，残った児童は4人であるので，残りがグループ3となる．従って，ここでは，グループ1の集合とグループ2の集合の直積を作れば列挙することができる．グループ1を編成する児童番号「1 2 3 4」に対して，グループ2として35通りの組合せを行う．グループ2が決まれば，グループ3は残りの児童となる．このように，すべてのグループ1を固定して，グループ2を列挙すれば，すべての学習グループの組合せを列挙できる．

次に，男女の違いを考慮する．1つのグループを編成する際に，所定の男女数でなければ実行可能解でないので，それ以後のグループ編成を打ち切る．児童番号の偶数を男子，奇数を女子で表すとする．そうすると，図4のグループ1の「1 2 3 5」は c_{kM}=1 と c_{kW}=3 であり，c_{kM}= c_{kW}=2 である条件を満足しないので，次のグループ1の「1 2 3 6」に進む．このように，男女の数を考慮すれば，それ以降の探索を打ち切って，探索時間を短縮できる．

しかし，この列挙法で，20人を超える学級について考えると，式(8)より組合せの数を計算すると $O(10^{12})$ 以上となるため，現在の計算機を用いても実用的な時間内にすべての組合せを列挙することは困難である．そこで，列挙できる規模の20人の学級をグループ分けする問題に，列挙法を適用する．

5. 分枝限定法

列挙法のときと同じ実際の例を用いて，分枝限定法のアルゴリズムを説明する．図4のグループ1を「1 2 3 4」と固定し，残りの児童のグループ編成を最適化する部分問題を考える．この部分問題の上界値とグループ1の目的

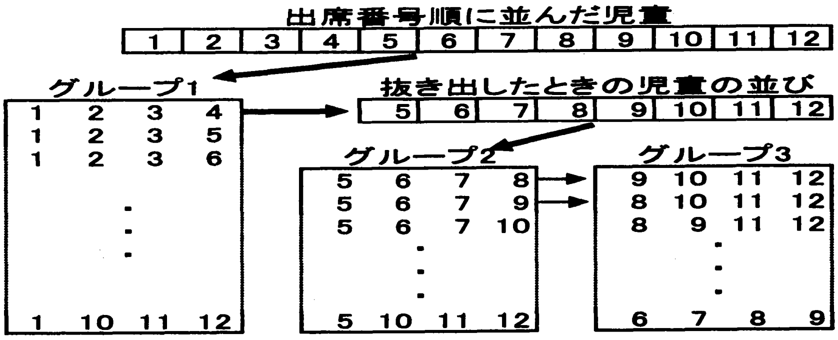

図4. 児童12人の列挙法による組合せ方法

関数値の和が, GA で求めた近似解の目的関数値に等しい場合, あるいは達しない場合は, その部分問題の列挙を打ち切ることができる. グループ1の児童の並びと抜き出した児童の並びで友達関係行列の行と列を入れ替える操作を行う[2]. この操作を行ったものとし, その友達関係行列を図 5 に示す. 枠外の数字は児童番号を表す. 図 5 の枠 I のグループを固定し, 右下の太枠のグループ化を部分問題と考える. 太枠をグループ化せず, 1グループとすれば, 枠 I , II , III, IV, およびVの選択強さの和は, 枠II ～ Vをさらにグループ化する部分問題の上界値を与える. 枠II ～ Vの選択強さ r_{ij}を大きい順に並べて, r_{ij}の大きい順に枠IIと枠Vに入れる. 残りを枠IIIと枠IVへ入れる. 友達関係行列は, $r_{ii}=0, i=1,2,\dots,n$ であるが, 自分自身を並びたい度合として回答したものとして, 行列の意味を緩和させる. また, 本問題において, 児童の並びに関係して, 友達関係行列の行と列を入れ替えて, 目的関数式(1)～(4)を求める. しかし, 要素である選択強さr_{ij}だけを移動したので, 制約条件式(6)と(7)を満足していないため, 実行可能解とはならない. しかし, 枠IIと枠Vの選択強さの和は, 枠II ～ Vをグループ化する問題の上界値を与える. 枠 I , IIおよびVの選択強さの和が, GA の近似解に達しない場合, それ以降のグループを列挙しても, GA で得られた目的関数の最大値以下の値しか得られないため, 列挙を打ち切ることができる. このように, GA で得られる目的関数の最大値を下界値として, 分枝限定法で得られる上界値と比較し探索を打ち切って, 無駄な部分問題を列挙しないようにする. また, 1 つのグループ内の男女の人数の条件を満たさないグループを編成する以降の列挙を行わないようにする.

6. 計算機実験

数値例として, 36 人の学級に友達調べを行なった実際の結果を用いて, 友達関係行列を作成した. これから学級における友達関係行列を作成した. この友達関係行列から 20 人分を取り出した. その友達関係行列を図 6 に示す. 枠外の数字は児童番号を表している. 児童 20 人を 5 グループに編成する問題を考える. 20 人の内訳は, 男子 10 人と女子 10 人とする.

図 6 の行列を用いて, 列挙法によって, グループ編成のすべての組合せ 2.55×10^9個を列挙し, 4 つの目的関数の厳密解を求めた. 解が求まるまでの所要時間は約 600 秒であった.

1 世代の個体の数 M=64, 探索する世代数を $n_g=1562500$ として, 目的関数 $z_1,\dots,z_4$をそれぞれ最大化するように GA を適用した. GA によって求めた各目的関数の 64 個の解候補の中で, パレート解近辺の一部の値について, 選択強さの和と選択強さの最小値の関係を図 7 に示し, 選択数の和と選択数の最小値の関係を図 8 に示す. 図 7 と図 8 において, パレート解を○印で示し, パレート解に記号 A, B, C をつけた. 記号に付いている数字は, その点で同じ解を構成する個体番号を表している. 列挙法によって求められた上界値に実線を入れている. GA によって, 厳密解が得られたことが, 図 7 と図 8 からわかる. パレート解から問題 P の解, その解から得られる目的関数 $z_1,\dots,z_4$の値, および目的関数の重み w_i, i=1,...,4 と目的関数の

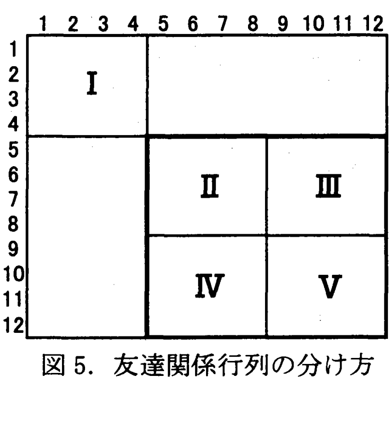

図 5. 友達関係行列の分け方

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	0	1	3	1	1	3	1	1	0	2	0	2	2	3	1	1	2	3	0	1
1	2	0	4	3	2	2	2	4	3	4	2	3	4	4	3	2	2	3	0	2
2	1	4	0	2	0	0	0	4	2	4	3	0	4	4	2	0	2	1	0	2
3	1	1	1	0	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
4	1	1	1	2	0	2	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	0	2
5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	2	0	1	3	1	1	1	1	3	0	1
6	1	2	1	4	1	2	0	1	2	4	0	3	4	0	1	1	1	1	0	1
7	2	3	2	3	2	2	3	0	4	3	2	3	4	2	3	2	2	3	0	1
8	1	4	3	4	2	2	1	4	0	4	1	2	4	1	3	2	2	4	0	1
9	1	4	4	3	0	4	0	2	3	0	0	3	4	1	4	1	2	4	0	4
10	0	1	1	1	2	0	0	1	1	1	0	2	1	0	3	4	1	3	0	1
11	3	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	0	2	2	2	1	1	1	0	1
12	1	4	4	2	3	4	2	1	3	2	1	2	0	4	3	1	1	4	0	1
13	2	3	3	2	2	3	2	4	2	4	1	2	4	0	3	2	1	0	0	3
14	2	4	4	3	3	4	2	3	2	4	1	1	4	4	0	3	2	4	0	1
15	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
16	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	4	0	0	1	0	3	0	4
17	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	0	0	1
18	1	3	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
19	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

図 6. 取り出した 20 人の友達関係行列

積和を表 3 に示す．20 人を 5 グループに分ける問題の近似最適解としては，表 3 から重みと目的関数の積和が，最も大きい C1 を解とする．

GA による解の探索を 11 学級について行った．クラス番号，列挙法により得た各目的関数の上界値，およびGA により求めた各目的関数の最大値を表 4 に示す．表 4 から 11 学級中 9 学級について，GA による解が，列挙法による厳密解と一致することがわかる．このことから，GA による解の探索は，有効であると考えられる．

1 例ではあるが，24 人を 6 グループに分ける問題に分枝限定法を適用した．その結果，GA による解と分枝限定法による厳密解と一致した．解が求まるまでの所要時間は約 20 時間であった．

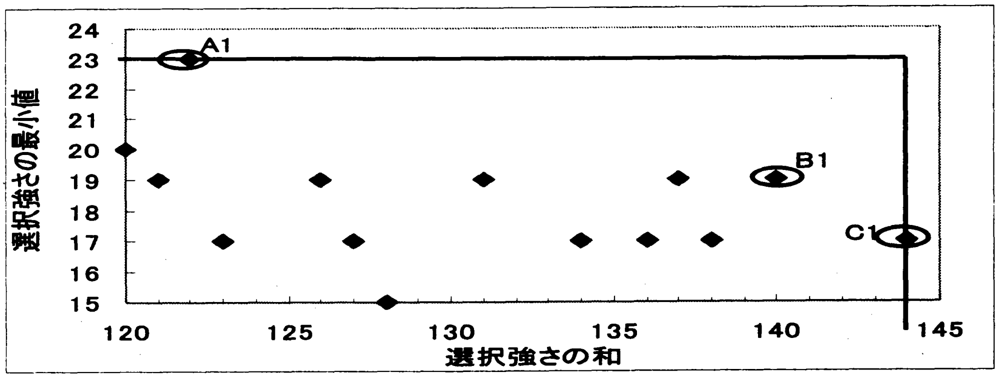

図 7．GA による解について選択強さの和とその最小値の関係

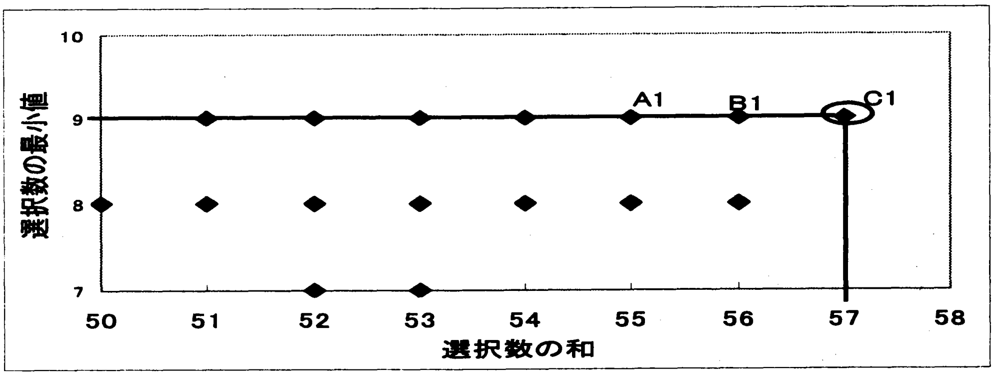

図 8．GA による解について選択数の和とその最小値の関係

表 3．GA のパレート解から得た解

記号	グループ編成					目的関数値				重みとの積和
	グループ1	グループ2	グループ3	グループ4	グループ5	z1	z2	z3	z4	
A1	1 7 10 12	2 3 14 19	4 8 9 17	5 6 13 20	11 15 16 18	122	23	54	9	78.0
B1	1 7 12 14	2 3 10 15	4 8 9 19	5 11 16 20	6 13 17 18	140	19	56	9	86.4
C1	1 12 14 19	2 3 10 15	4 7 8 9	5 11 16 20	6 13 17 18	144	17	57	9	88.1

表 4．列挙法の厳密解と GA による解の最大値の比較

クラス	列挙法による上界値				GAの最大値			
	z1	z2	z3	z4	z1	z2	z3	z4
1	155	28	58	10	155	28	58	10
2	157	27	60	12	157	27	60	12
3	165	31	60	12	165	31	60	12
4	165	31	60	12	165	31	60	12
5	<u>*224*</u>	41	72	13	<u>*223*</u>	41	72	13
6	187	33	57	9	187	33	57	9
7	145	25	52	9	145	25	52	9
8	161	28	59	11	161	28	59	11
9	157	27	60	12	157	27	60	12
10	146	27	57	11	146	27	57	11
11	137	<u>*23*</u>	57	9	137	<u>*22*</u>	57	9

厳密解法では，解くことが困難な規模である児童 36 人の実際の学級に GA を適用する．この学級で得られた友達関係行列を図 9 に示す．枠外の数字は児童番号を表している．36 人を 4 人ずつの 9 グループに分ける問題とする．GA により得た各目的関数の関係を図 10 と図 11 に示す．パレート解に記号 D, E, F, G を付ける．パレート解から問題の解，その解から得られる目的関数 $z_1,\ldots,z_4$ の値，および目的関数の重み w_i と目的関数の積和を表 5 に示す．この問題の近似最適解として，重みと目的関数の積和が，最も大きい E1 とする．

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1	0	2	1	3	2	1	0	1	2	2	1	3	1	2	2	1	2	1	3	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
2	2	0	4	1	4	2	1	2	4	3	3	4	1	4	2	2	3	4	3	1	0	1	1	2	1	0	1	2	1	2	1	2	0	1	1	2
3	1	3	0	2	0	1	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	3	2	1	2	0	1	2	0	2	2	1	1	2	1	2	0	1	2	2
4	1	0	2	0	2	1	1	2	3	3	2	3	1	1	2	2	3	2	2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
5	2	3	1	3	0	3	2	2	3	2	2	3	2	3	2	2	2	3	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
6	1	2	1	2	3	0	0	2	4	0	2	1	2	3	1	1	3	2	3	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	2	1
7	2	3	2	4	2	2	0	4	1	3	4	4	2	2	2	2	4	4	4	2	3	3	1	3	2	1	3	2	3	2	3	2	1	0	4	1
8	2	1	1	2	2	0	1	0	4	2	1	0	3	2	2	1	4	4	4	1	0	2	1	0	1	0	1	2	1	2	1	2	2	1	1	0
9	0	1	0	1	1	3	0	1	0	1	0	1	0	2	1	1	1	2	0	0	0	0	0	3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
10	2	3	0	4	3	3	1	4	3	0	3	2	1	4	2	4	3	4	1	0	1	2	1	2	0	1	2	0	0	2	2	1	2	0	1	2
11	1	3	4	2	1	0	1	1	0	2	0	4	3	0	4	2	4	0	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0	2	1
12	2	2	2	1	4	2	1	1	2	2	4	0	3	0	4	2	3	0	4	2	2	2	2	1	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2
13	0	1	1	2	0	1	0	3	1	0	2	1	0	0	3	2	2	1	4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
14	0	2	0	1	2	1	0	2	3	3	2	3	2	0	2	3	4	4	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	2	1	0	1	1	0	0
15	0	1	2	1	0	2	0	2	2	0	3	0	3	0	0	0	0	1	3	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
16	3	3	1	4	2	1	2	2	4	1	4	2	2	4	2	0	2	4	2	2	2	2	2	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	4	2	2
17	0	2	0	2	3	3	1	2	4	3	3	2	2	4	2	3	0	4	3	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
18	2	3	2	3	3	2	1	2	3	2	2	2	2	3	1	3	2	0	2	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2
19	1	0	2	2	2	3	0	3	2	1	1	2	3	2	3	1	3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
20	2	1	0	2	1	2	0	1	2	0	0	0	1	2	0	0	0	1	0	0	3	0	1	4	3	2	0	4	1	1	0	4	0	2	3	3
21	0	0	0	0	1	0	0	0	2	4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	4	4	4	0	0	0	0	0	0	3	0	2	0
22	1	2	2	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	0	0	0	3	0	3	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	4	3	3
23	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	1	0	4	3	1	3	2	2	1	2	3	2	1	2	1
24	0	1	0	1	0	2	0	1	2	1	2	1	2	0	1	2	0	1	2	3	2	1	3	0	2	4	3	0	2	3	1	0	3	4	1	4
25	1	2	2	2	1	1	1	2	3	1	2	1	2	2	1	2	1	2	3	3	4	2	3	4	0	3	1	0	0	0	3	4	1	4	4	1
26	0	0	1	1	2	2	0	0	2	0	2	2	1	2	1	2	0	2	1	2	4	3	3	4	4	0	2	3	4	4	2	3	3	4	3	3
27	2	0	1	2	2	1	1	3	3	1	2	3	2	3	2	2	1	3	1	1	1	2	3	4	1	3	0	3	2	3	1	2	3	3	3	1
28	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	3	3	2	0	0	0	1	1	0	2	2	2	0	0	0	1	0
29	4	3	3	4	4	3	3	4	3	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4
30	1	2	2	2	3	0	1	2	3	0	3	3	0	3	0	4	4	4	0	1	4	0	2	4	0	4	4	0	1	0	1	4	1	0	4	2
31	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	2	1	2	0	1	1	0	0	0	1	0	0	2	1	0	0	3	1	0	0	1	0	3	0	0
32	2	4	2	3	3	3	2	3	4	3	4	4	3	4	3	4	3	4	3	4	2	4	3	4	4	4	3	3	3	3	4	0	4	3	3	3
33	1	0	0	2	2	0	0	0	2	0	0	1	0	2	0	0	0	2	0	0	3	1	4	4	4	4	0	1	0	2	0	3	0	0	0	2
34	1	2	0	2	1	0	0	2	2	0	1	2	1	2	0	0	1	2	1	2	2	3	3	3	2	2	3	1	1	3	2	2	2	0	1	2
35	2	1	0	2	1	0	1	2	0	1	2	4	3	1	2	3	1	1	3	2	4	0	4	0	4	4	4	0	1	4	1	3	4	0	0	3
36	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	3	3	3	3	3	2	2	2	3	2	3	3	4	2	4	4	0

図 9. 36 人の友達関係行列

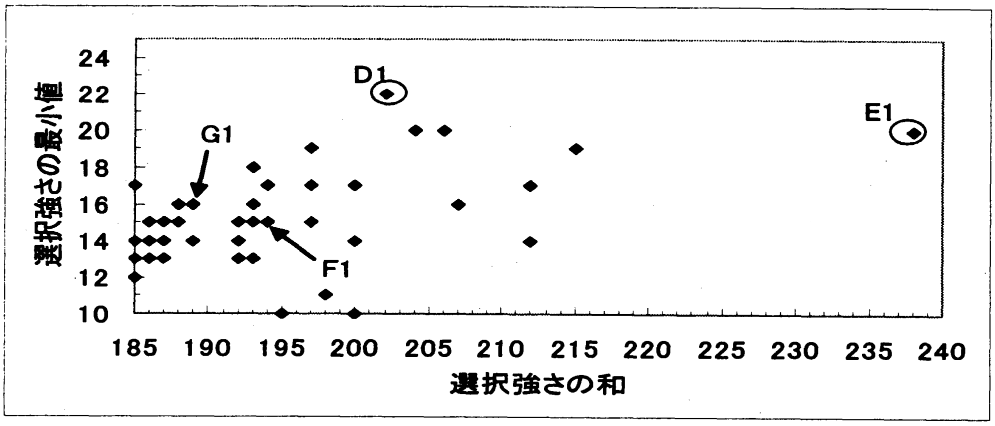

図 10. 36 人学級の GA による解について選択強さの和とその最小値の関係

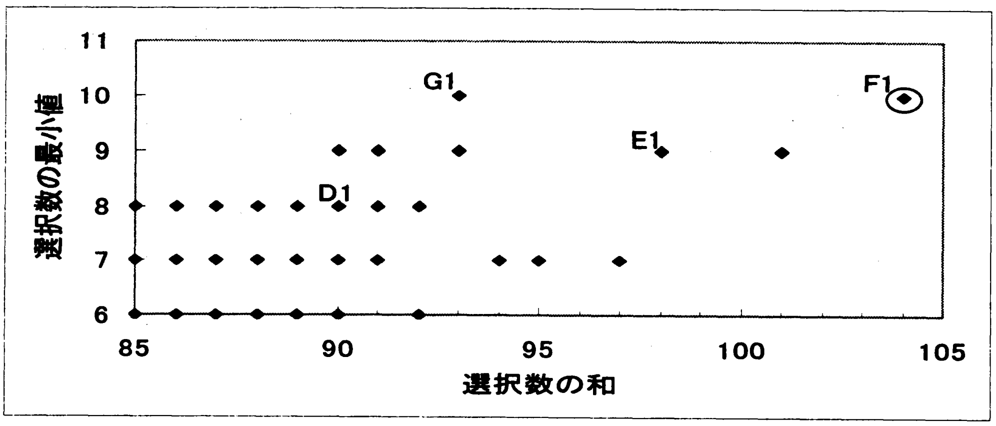

図 11. 36 人学級の GA による解について選択数の和とその最小値の関係

7. まとめ

学習グループを編成するために，実際の学級に対して，男女の人数が異なる場合($n_{kM} > n_{kW}$, $n_{kM} < n_{kW}$)，および学級の児童数がグループ数で割切れない場合($n \neq K \cdot c_k$)に対処できるGAの交叉方法を提案した．20人を5グループに分ける問題において，GA によって求めた目的関数値と列挙法による各目的関数の厳密解は，ほとんどの場合で，一致したので，GAによる解は，有効であると考えられる．

実際の36人の学級について，GAを用いて解を求め，学習グループを決定した．このように，GAによって解を求めて，学級担任に提示する．担任は，その解のままか一部修正して，学習グループを決める．

問題Pを厳密に解く規模を拡大するために，児童24人の学級を6グループに分ける1例に分枝限定法を適用した．この問題をGAによって解くと，分枝限定法で求められた厳密解に一致した．しかし，1例だけの実験のため，多くの問題について実験し，有効性を調べたい．また，できる限り実際の学級規模に近い問題を厳密解法で解いて，GAによる解の有効性を調べたい．

表5．GAによって得られた実際の学級のグループ編成

記号	グループ編成									目的関数値				重みとの積和
	グループ1	グループ2	グループ3	グループ4	グループ5	グループ6	グループ7	グループ8	グループ9	z1	z2	z3	z4	
D1	1 2 3 30	4 7 29 36	5 14 22 34	6 9 20 28	8 18 26 33	10 12 21 25	11 19 24 27	13 15 23 35	16 17 31 32	202	22	90	8	124.9
E1	1 4 23 29	2 3 22 36	5 10 21 33	6 9 24 26	7 8 20 28	11 12 25 35	13 15 19 32	14 17 31 34	16 18 27 30	238	20	98	9	144.1
F1	1 2 22 34	3 15 26 32	4 13 17 25	5 18 21 33	6 14 20 23	7 11 29 36	8 16 30 35	9 12 28 31	10 19 24 27	194	15	104	10	122.1
G1	1 5 20 25	2 15 22 24	3 11 21 26	4 14 29 32	6 12 19 28	7 18 33 36	8 13 31 34	9 10 23 27	16 17 30 35	189	16	93	10	117.6

文　献

[1] 伏見多美雄,福川忠昭,山口俊和:経営の多目的計画,(1987) 森北出版

[2] 岩崎彰典,宮地功,尾上誉幸:GA による学習グループの編成,電子情報通信学会技術研究報告,Vol.101,No.506(2001)pp.73-78

[3] 岩崎彰典,宮地功,尾上誉幸:学習グループ編成における GA による解と厳密解との比較,電子情報通信学会技術研究報告,Vol.102,No.330(2002)pp.47-52

[4] 河井芳文:ソシオメトリー入門(1985),みずうみ書房.

[5] 宮地功,岸誠一:新しいソシオメトリックテスト用紙と新しい指標の提案,日本教育工学会研究報告集,JET92-6(1992) pp.23-28.

[6] 宮地功,岸誠一,小孫康平:間隔尺度測定に基づくソシオメトリックステストの提案と分析システムの開発,教育情報研究, Vol.9, No.2(1993)pp.33-44.

[7] 宮地功:学習グループ構成問題,日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集(1995)pp.20-21.

[8] 宮地功:間隔尺度法の友達調べを用いた学習グループと座席配置による友達関係,第 11 回日本教育情報学会年会研究発表論文集(1995)pp.136-137.

[9] 宮地功:学習グループ構成問題のヒューリスティック解法,日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集(1996)pp.64-65.

[10] 宮地功：ファジィ理論を応用した学級の友達関係伝播図とまとまり度の提案－友達調べを用いて－,日本ファジィ学会誌,Vol.8,No.2(1996)pp.271-283

[11] 宮地功：友達調べにおける選択指標と選択理由の分析,日本教育工学会研究報告集，Vol.97, No.3(1997)pp.13-18.

[12] 宮地功,大倉貴：間隔尺度法友達調べによる学級運営,日本教育情報学会第 13 回年会研究発表論文集(1997)pp.104-107.

[13] 宮地功:ニューラルネットワークによる学習グループ構成問題の解法,第 13 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集(1997)pp.667-668.

[14] 宮地功：ＧＡによる学習グループ構成問題の解法,日本 OR 学会春季研究発表会アブストラク集(1997)pp.191-192.

[15] 坂和正敏,田中雅博:遺伝的アルゴリズム(1995)pp.1-113 朝倉書店.

[16] Steuer, R.E.:Multiple Criteria Optimization (1986) John Wiley & Sons.

[17] 玉置久:遺伝的アルゴリズムと多目的最適化, 北野宏明編「遺伝的アルゴリズム２」(1995)pp.71-87,産業図書.