数理解析研究所講究録 1317 巻 2003 年 60-70

張家山漢簡『算数書』について[1] I

『九章算術』方田章対応部分について

大阪産業大学・教養部　田村 誠 (Makoto Tamura)
College of General Education,
Osaka Sangyo University

1．『算数書』について

1983 年より 84 年初頭にかけて、湖北省江陵県張家山の三基の前漢墓より大量の竹簡が発見され、その内の一基から七種の書籍とともに『算数書』と表題される竹簡が出土した。その内容は長らく未公開であったが、2000 年よりその釈文等が以下の通り発表された。

〔10〕張家山漢簡竹簡整理小組「江陵張家山漢簡『算数書』釈文」(文物，2000 年 9 月)
〔13〕彭浩「張家山漢簡《算数書》註釈」(科学出版社，2001 年 7 月)
〔11〕張家山漢簡竹簡整理小組「張家山漢墓竹簡[247 号墓]」(2002 年 1 月)

内外の研究者は〔10〕によって初めてその内容を知ることができたのであるが、その釈文は〔13〕〔11〕で改められており、これは暫定版と言えそうである。〔13〕は発掘と研究に携わった彭浩氏による総合的な注釈書で、同一の釈文と注釈の抜粋が〔11〕の『算数書』の項に収められている。そして〔11〕こそが待望された、竹簡の写真版であった。

『算数書』の紹介や成立年代の考察については〔7〕にあるが、ここではそれ以降(〔13〕〔11〕で)発表されたことについて述べる[2]。『算数書』は幅 6〜7mm、長さ 30cm ほどの竹簡が、190 簡で構成されている。編縄の跡は上・中・下の 3 ヶ所で、上段の編縄の上に算題名、下段の編縄の下に校訂者名が書かれ、本文は殆ど上・下段の編縄の間に書かれている。算題は全部で 69 題 (表 1)。各算題は術や例題で構成されている。『九章算術』の術や例題と多くの共通点を持つ一方で、その題材は秦朝の県級政府の管理職責と密接な関連があり、おそらく秦代のものと思われる原本[3]から

---

[1] 張家山漢簡『算数書』研究会 (大川俊隆、岡山茂彦、小寺裕、角谷常子、田村三郎、田村誠、張替俊夫) における共同研究

[2] 〔13〕の緒論には『算数書』の全般的な解説がある。これの日本語訳として〔2〕〔3〕がある。

[3] 全く確信はないが、研究の中で原本は 3 種あるような印象を持った。

『九章算術』へ収斂していく通過点に『算数書』が位置しているようである。

表 1 :『算数書』算題一覧（算題番号は〔13〕〔11〕の配列に従って付けた）

1.相乗	2.分乗	3.乗	4.増減分	5.分当半者
6.分半者	7.約分	8.合分	9.径分	10.出金
11.共買材	12.狐出関	13.狐皮	14.負米	15.女織
16.并租	17.金価	18.舂粟	19.銅耗	20.伝馬
21.婦織	22.羽矢	23.漆銭	24.繒幅	25.息銭
26.飲漆	27.税田	28.程竹	29.医	30.石率
31.買塩	32.糸練	33.挈脂	34.取程	35.耗租
36.程禾	37.取枲程	38.誤券	39.租誤券	40.粺毀
41.耗	42.粟為米	43.粟求米	44.粟求米	45.米求粟
46.米粟并	47.粟米并	48.負炭	49.籚篖	50.羽矢
51.行	52.分銭	53.米出銭	54.除	55.鄆都
56.芻	57.施粟	58.囷蓋	59.圜亭	60.井材
61.以圜裁方	62.以方裁圜	63.圜材	64.啓広	65.啓縦
66.少広	67.大広	68.方田	69.里田	

2．『九章算術』方田章に対応する算題

『算数書』の研究においては、『九章算術』と比較してほぼ共通すると思われる算題から、『九章算術』の順序に従って暫定的な順序を定めた。〔9〕において我々は、『九章算術』方田章に対応する以下の算題 9 題について考察した（表 2)。

表 2 :『九章算術』と『算数書』の対比表[4]（方田章対応部分のみ）
（　）付きの算題は、直接ではないが関連があると考えられるもの

九章算術		算数書	内容
一．方田章		(64. 啓広)	
		(65. 啓縦)	
	1. 方田		
	2. 里田	69. 里田[5]	田積の単位の換算
	3. 約分	7. 約分	分数の約分、互除法

---

[4] 『九章算術』との比較では、〔12〕〔14〕によって内容にあたった。

[5] 『算数書』の里田題には、多位の積を 1 位の積の組合せに分解する便法があり、その点で『九章算術』の里田術とは差異がある。

	4. 合分	8. 合分	分数の加法と通分
	5. 減分	10. 出金	分数の減法と通分
	6. 課分		
	7. 平分		
	8. 経分	9. 径分	分数の整数による除算
	9. 乗分	1. 相乗	整数や分数の積
		2. 分乗	分数の乗法（術のみ）
		3. 乗	整数や分数の積（例題のみ）
	10. 大広田	67. 大広	帯分数同士の積
	11. 圭田		
	12. 〔邪田〕		
	13. 〔箕田〕		
	14. 〔円田〕		
	15. 〔宛田〕		
	16. 〔弧田〕		
	17. 〔環田〕		

3．成果と検討課題

ここに〔9〕で得られた幾つかの主な結果を述べる。釈文と訳文は〔9〕より引用した。また、本研究集会の会場において〔10〕の釈文に対する研究論文〔5〕〔4〕の存在を知ることができたが[6]、これらについても後で述べる。

3－1．「相乗」題の錯簡の検討（〔1〕〔9〕）

1 相乗

〔釈文〕

相乗。寸而乗寸＝也。└乗尺十分尺一也。└乗十尺一尺也。└乗百尺十尺也。└
乗千尺百尺也。└半分寸[7]乗尺廿分尺一也。　・楊[8]　1
└三分寸乗尺⊛卅（三十）分尺一也。└Ⓗ八分寸乗尺八十分尺一也。　2
一半乗一半也。└乗半四分一也。└三分而乗一。└三分一也。└乗半六分一也。
└乗三分九分一也。└四分而乗一也[9]　楊　3

---

[6] 〔10〕の釈文を元にした研究には他に〔8〕〔6〕があるが、試作性の高いものでありここでは紹介しない。

[7] 2文字分は見えない。文意から「分寸」と補うことができる。

[8] 「楊」は校訂者名である。

[9] 〔13〕によれば、「也」は衍字。

四分一也。乘半⊛卅（三十）分尺一也。 └Ⓗ四分寸乘尺卌（四十）分尺一也。
└五分寸乘尺五十分尺一也。六分寸乘尺六十分尺　4
一也。 **└七分[寸]乘尺𠦃（七十）⊛八分一也。** └Ⓗ乘三分十二分一也。 └乘四
分十六分一也。 └五分而乘一五分一也。 └乘半十分一也。　5
乘三分十五分一也。乘四分廿分一也。 └乘五分廿五分一也。乘分之術[10]曰、母乘
母爲法。子相乘爲實。　6[11]

〔和訳〕

相乗。1 寸に 1 寸を乗ずれば、1 平方寸である。1 寸に 1 尺を乗ずれば、10 分の 1 平方尺である。1 寸に 10 尺を乗ずれば、1 平方尺である。1 寸に 100 尺を乗ずれば、10 平方尺である。1 寸に 1000 尺を乗ずれば、100 平方尺である。半寸に 1 尺を乗ずれば、20 分の 1 平方尺である。3 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、30 分の 1 平方尺である。8 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、80 分の 1 平方尺である。半分に 1 を乗ずれば、2 分の 1 である。半分に半分を乗ずれば、4 分の 1 である。3 分の 1 に 1 を乗ずれば、3 分の 1 である。3 分の 1 に半分を乗ずれば、6 分の 1 である。3 分の 1 に 3 分の 1 を乗ずれば、9 分の 1 である。4 分の 1 に 1 を乗ずれば、4 分の 1 である。**4 分の 1 に半分を乗ずれば、30 分の 1 平方尺である。** 4 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、40 分の 1 平方尺である。5 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、50 分の 1 平方尺である。6 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、60 分の 1 平方尺である。**7 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、78 分の 1 である。** 3 分の 1 を乗ずれば、12 分の 1 である。4 分の 1 を乗ずれば、16 分の 1 である。5 分の 1 に 1 を乗ずれば、5 分の 1 である。半分を乗ずれば、10 分の 1 である。3 分の 1 を乗ずれば、15 分の 1 である。4 分の 1 を乗ずれば、20 分の 1 である。5 分の 1 を乗ずれば、25 分の 1 である。乗分の術に曰く、分母に分母を乗じたものを法とし、分子を互いに乗じたものを実とする。

太字部分の「4 分の 1 に半分を乗ずれば、30 分の 1 平方尺である。」や、下文の「7 分の 1 寸に 1 尺を乗ずれば、78 分の 1 である。」は明らかに誤りである。また、その下文の「3 分の 1 を乗ずれば、12 分の 1 である。4 分の 1 を乗ずれば、16 分の 1 である。」も、直前の「七分」を「四分」に読み替えなければ誤りである。これらの原因としては、〔13〕でも指摘されているように、原本から『算数書』へ書写する際の錯簡が疑わしい。

彭浩氏が〔13〕で示した並べ替えは、釈文を 3 ヶ所のⒽで切った間の 2 つを入れ替える、すなわち 4 簡の「四分寸乘尺卌（四十）分尺一也」から 5 簡の「七分乘尺𠦃（七

---

10 「乗分の術」とは分数の乗法のことである。
11 6 簡の背にこの書の名として「算数書」と書かれている。

十）八分一也」までを、2簡の「三分寸乘尺卅分尺一也」の後に入れるというものである。しかし、これでも並べ替え後の「七分乘尺丰（七十）八分一也」が計算上不都合であり、その上この前後の「寸」「尺」が入る文と合わない。このような不整合は他にもあって、4簡前半の「乘半卅（三十）分尺一也」には「尺」が付いているのに、その前後の文には「尺」が付いていない。つまり、彭浩氏の並べ替えがうまくいっているとは言い難いのである。

今、我々の案では、釈文を3ヶ所の㊟で切った間の2つを入れ替える。すなわち4簡の「卅（三十）分尺一也」から5簡の「七分乘尺丰（七十）」までを、2簡の「三分寸乘尺」の後に入れ、さらに2簡で後に続く「卅分尺一也」の冒頭の「卅」を取れば次のようになる。

相乘。寸而乘寸＝也。└乘尺十分尺一也。└乘十尺一尺也。└乘百尺十尺也。└乘千尺百尺也。└半分寸 乘尺廿分尺一也。　・楊　（1簡）1
└三分寸乘尺　（2簡前半）

卅（三十）分尺一也。└四分寸乘尺卌（四十）分尺一也。└五分寸乘尺五十分尺一也。六分寸乘尺六十分尺　（4簡後半）
一也。└七分乘尺丰（七十）　（5簡前半）

分尺一也。└八分寸乘尺八十分尺一也。　（2簡後半）
一半乘一半也。└乘半四分一也。└三分而乘一。└三分一也。└乘半六分一也。└乘三分九分一也。└四分而乘一也　楊　（3簡）
四分一也。乘半　（4簡前半）

八分一也。└乘三分十二分一也。└乘四分十六分一也。└五分而乘一五分一也。└乘半十分一也。　（5簡後半）
乘三分十五分一也。乘四分廿分一也。└乘五分廿五分一也。乘分之術曰、母乘母為法。子相乘為實。　（6簡）

このように並べ替えると

1．冒頭より2簡末の「八十分尺一也」までの文が、「寸」「尺」を含んだ面積計算であるのに対して、3簡冒頭の「一半乘一半也」以下の文が、「寸」「尺」を含まない一般的計算であると分別できる。

2．これによって、前半の部分も「三分寸」以下、「四分寸」「五分寸」「六分寸」「七分寸」「八分寸」と整合的にならんでいく。

3．後半部分についても下表のようになって、極めて整合的となる。

表３：「相乗」後半部分の整合性

	一	半	1／3	1／4	1／5
一半	半				
三分而	1／3	1／6			
四分而	1／4	1／8	1／12	1／16	
五分而	1／5	1／10	1／15	1／20	1／25

ここで〔5〕〔4〕における校正と比較すると、その並べ替えは我々のものと全く同じであった。〔5〕ではその理由に上述の１が挙げられている。〔4〕においても同じ並べ替えがされているが、それは〔5〕に倣ったようでもある。

なお、錯簡が発生した状況としては、簡本が写した原本が一簡約 50 字（算題名や校訂者名を除く）であり、原本の第２簡（『算数書』の４簡の「卅（三十）分尺一也」から５簡の「七分乗尺卄（七十)」まで）が後置された可能性が考えられる。

３－２．「大広」題の不明部分の推定

67 大広

〔釈文〕

大廣。廣七歩卌（四十）九分歩之七、從（縱）九歩十四分歩之一、爲田六十四歩有（又）三百卌（四十）三分歩之二百卄（七十）三。大廣朮（術）曰、直（置）廣從（縱）而各以其分母　183

乘其上全歩[12]、令分子從之[13]、令相乘也爲實。└有（又）各令分母相乘爲法。如法得一歩。不盈歩、以法命之。　184

〔和訳〕

大広。横７歩 49 分の７歩、縦９歩 14 分の１歩では、田は 64 と 343 分の 273 平方歩である。大広の術に曰く、横と縦を置いて各々その分母をその上の整数部分に乗じ、分子をこれに加え、乗じたものを実とする。また、それぞれの分母を乗じたものを法とする。法ごとに１平方歩を得る[14]。１平方歩に満たないものは、法を分母として分数とする。

原簡から読みとれる部分は

「廣七歩卌（四十）九分歩之□、從（縱）□歩□□分歩之□、爲田六十四歩有（又）三百卌（四十）三分歩之二百卄（七十）三」

---

12 「全」とは整数部分の意である。したがって「全歩」とは歩数の整数部分のこと。

13 ここでは帯分数を仮分数に変換する方法を説明している。「令分子從之」とは、分子に「之」（整数部分に分母をかけたもの）を加えるということである

14 実（分子）の値は法（分母）の値ごとに１平方歩と数えるということ。

であった。ここで枠囲み文字は 10 字かそれ以下の不明部分で、そこに埋めた文字は文脈から推測したものである。また、「田」の字はかすかに見えるようである。

まず、面積の分母 343＝49×7 であるから、「縦」の分母は 7 の倍数である。また、「縦」は既約分数であるとしても良いであろう。そこで、この文を帯分数を用いた式で表すと、

$$\left(7\,\frac{x}{49}\right)\times\left(y\,\frac{z}{7\times m}\right)=\left(100\times w+64\right)\frac{273}{343}$$

$$0<x<49\,,\quad 0<z<7\times m$$

のように表せる。右辺の分母はmで約分されているので、仮分数にしたときの「広」の分子はmの倍数である。したがって、

$$7\times 49+x=343+x=s\times m$$

とおける。また仮分数にした「縦」の分子 $7my+z$ を t とおいておく。ここで

$$s\times t=\left(100\times w+64\right)\times 343+273=34300w+22225$$

である。

さて、右辺がmでは約分されているが、7 では約分されていないことを考えると、mは 7 より約分の簡単な数であろう。7.約分で、「除くに足らざる者は、半にすべし。母を半にすればまた子を半にす。」との記述があるが、これは問題を簡単化する便法であった。したがってm=2 では約分できるとしてよい。さらにこれを繰り返して、2 の累乗でも約分できるとして良いであろう[15]。

「爲」の後は「田」がかすかに見えるのでw=0 とすると[16]、

右辺の分子＝ $22225=5\times 5\times 7\times 127$

$343<sm<392$

であるから、sとして、右辺の分子の約数で 392 より小さいものを考えると、sは 1, 5, 7, 25, 35, 127, 175 のいずれかである。これらを上の不等式にあてはめると、

$s=1$のとき、$343<m<392$

$s=5$のとき、$68<m<79$

$s=7$のとき、$49<m<56$

$s=25$のとき、$m=14\,,\ 15$

$s=35$のとき、$m=10\,,\ 11$

$s=127$のとき、$m=3$

---

15 この他に、1 位の数のみで判断できるという理由で 10 や 5 なども試したが、上述の式と 10 字以内という条件の両方を適切に満たすものはなかった。

16 これについても「田」の代わりに「百」や「千」などでも試したが、上注と同様であった。

$s = 175$ のとき、$m = 2$

となる。この中でmが 2 の累乗で見つかるものを探すと、それはs=175, m=2 のみである。このときt=22225／175=127 であり、

$$\frac{175 \times 2}{49} \times \frac{127}{7 \times 2} = 64\,\frac{273}{343}$$

すなわち、

$$7\,\frac{7}{49} \times 9\,\frac{1}{14} = 64\,\frac{273}{343}$$

を得る。

この結果を「□、従（縦）□歩□□分歩之□」にあてはめると以下のようになる。

七、従（縦）九歩十四分歩之一　　（10 字）

10 字以内という文字数の条件も満たしており、我々はこれが原文であると結論付けた。

ここで〔5〕〔4〕で示された説について述べておきたい。これら 2 編が参照した釈文〔10〕は〔13〕〔11〕のものと比べて、不明部分が 17 字とされた点を除いて大きな差はない。しかし、我々はこれら 2 編のいずれの説も満足なものではないと言わざるを得ない。その理由は、両者ともに「縦」の分母を 7 と断定してしまっていることにある。すなわち、(面積の分母 343) ＝ (広の分母 49)×7 であるので (縦の分母) ＝ 7 であるとして推論を進めてしまっているのである。これは、我々の立てた式

$$\left(7\,\frac{x}{49}\right) \times \left(y\,\frac{z}{7 \times m}\right) = \left(100 \times w + 64\right)\frac{273}{343}$$

における、「縦」の分母の因数mの可能性を見落としているということである。結果的に、釈読できている「廣七歩」を、〔5〕では「廣三歩」、〔4〕では「廣十二歩」と読み替える無理を犯している。よって、我々は不明部分に対する両者の説が誤りであると判断した。

3－3．誤釈の訂正

$\boxed{9}$ 径分

〔釈文〕

徑分。徑分以一人命其實。故曰、五人分三有（又）半少半[17]。各受卅分之廿三。其朮（術）曰、下有少半、以一爲六、以半爲一[三]、以少半爲二。　26

---

[17] 「少半」は 3 分の 1 の意

并之爲廿三、即値（置[18]）人數、因而六之以命其實。└有（又）曰、朮（術）曰、下有半、因而倍之。下有三分、因而三之。下有四分、因而四之。　27

〔和訳〕
径分。径分とは1人が得る数を求める術である。ゆえに曰く、5人で3および2分の1と3分の1を分ける。このとき各々は30分の23を受け取る。その術に曰く、下に3分の1（と半分）があるならば、1にあたるものを6として、半分にあたるものは3として、3分の1にあたるものは2とせよ。これを合わせて23とし、人数を置いてこれを6倍してその実を割る。また曰く、術に曰く、下に半分があるならば人数を倍にする。下に3分があるならば人数を3倍し、下に4分があるならば人数を4倍する。

〔10〕〔13〕〔11〕では「即値（置）人數」のところで、「人」を「一」と誤釈している。ここは「一」ではなく「人」とした方が意はよく通じる。このことは〔5〕でも指摘されている（〔4〕では指摘されていない）。我々の研究では、さらに写真版で「人」と釈することができたことをもって結論付けた。また、〔13〕では下文の「因而六之以命其實」の後に「以人数為法、実如法而一」という欠文があると指摘するが、欠文は補わなくても意は十分に通じる。

4．その他

4－1．分母を「下」と表すこと

8.合分には「下[有] 三分」との表現があるが、文意から「下」とは分母を指している。張家山２４７号墓の副葬品の中には算籌と思われるものが出土しており、分母としてこれを下側に置いて表していた可能性が指摘できよう。

4－2．分数の表現

分数にする（割る）という表現として次の２種類が見られた。

（1）「実如法而一」型

これは「法(分母)を 1 とすると実(分子)はいくつからなっているか」ということ、即ち「実を法で割る」ということであるが、7.約分で互除法の説明をしていることからも、文字通り「割」り算をしていたとは考えにくく、実際には分子、分母それぞれから法を「除く（減法）」ことで計算していたと思われる。このような表現には、

7.約分「子母各如法而一」

8.合分「實如法成一」「實如法而一」

---

18 「値」は「置」と同字。

15.女織「如法一寸」

17.金価「實如法得一錢」

25.息銭「實如得一錢」

27.税田「令如法一歩」

37.取枲程「實如法得十一歩」

などがある。注目すべきは 37.取枲程で、ここでは法が 1 歩ではなく 11 歩にあたるとされている。

（2）「以法命之」型

『九章算術』方田章合分術の白尚恕の注に「「法」に満たざる者」とは、被除数が除数に満たないものを指し、被除数が除数より小さいとき、実を分子とし法を分母として一分数となす。この分数が「法を以って之に命ず」のこと。「命」とは命名のこと。「以法命之」とは、法を標準としてこの分数に命名することに他ならない。」とある。『算数書』における「命」の用例には次のようなものがある。

9.径分「以一人命其實」

15.女織「不盈寸者、以法命分」

（彭浩注によれば「分」とは分母のことである。）

33.挐脂「不盈、以法命分」

67.大広「不盈歩、以法命之」

注目すべきは 9.径分で、これは「一人あたり「其実」を割り当てられる」という意味で使われている。このために単に（1）は割ること、(2）は分数にすることというようには捉えにくいものになっている。

これらの型それぞれには表現上どの程度の幅があるのか、またこれらはどの程度の使い分けがされてきたのか、これからの研究課題である。

参考文献

〔1〕大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』研究会」の発足にあたって」（大阪産業大学論集　人文科学編 107 号，2002 年 6 月）

〔2〕大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』註釈」緒論（訳）（上）」（大阪産業大学論集　人文科学編 107 号，2002 年 6 月）

〔3〕大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』註釈」緒論（訳）（下）」（大阪産業大学論集　人文科学編 108 号，2002 年 10 月）

〔4〕郭書春「算数書校勘」（中国科技史料 22 巻 3 期，2001 年 9 月）

〔5〕郭世栄「《算数書》勘誤」（内蒙古師大学報　自然科学（漢文）版　30 巻（3)，2001 年 9 月）

〔6〕城地茂「『算数書』日本語訳」(和算研究所紀要 No.4, 2002 年 3 月)
〔7〕城地茂「『算数書』の成立年代について」(数理研講究録 1257「数学史の研究」, 2002 年 4 月)
〔8〕蘇意雯 他「『算数書』校勘」(HPM 通訊 3－12, 2000 年 11 月)
〔9〕田村誠「張家山漢簡『算数書』訳注稿 (1)」(大阪産業大学論集　人文科学編 108 号, 2002 年 10 月)
〔10〕張家山漢簡竹簡整理小組「江陵張家山漢簡『算数書』釈文」(文物, 2000 年 9 月)
〔11〕張家山漢簡竹簡整理小組「張家山漢墓竹簡[247 号墓]」(2002 年 1 月)
〔12〕白尚恕「九章算術注釈」(北京科学出版社, 1983 年)
〔13〕彭浩「張家山漢簡《算数書》註釈」(科学出版社, 2001 年 7 月)
〔14〕薮内清編「科学の名著 2, 中国天文学・数学集」(朝日出版社, 1980 年 11 月)