数理解析研究所講究録 1367 巻 2004 年 103-109

Quiver の表現と monodromy 保存変形

熊本大学理学部　原岡喜重（Yoshishige Haraoka）
Faculty of Science, Kumamoto University

このノートでは，ある Fuchs 型方程式について，physical rigidity の視点からの考察を行う．rigid とは変形不可能ということなので，話は自然に微分方程式の変形（monodromy 保存変形）につながっていく．具体的な変形の計算を実行するため，quiver の表現を利用する可能性を探っていく．

I_k で k 次単位行列，O_k で $k\times k$-零行列を表す．

1. Rigid 局所系と切断の積分表示

X を複素射影直線 $\mathbf{CP}^1$ から有限個の点を除いた多様体とする．X 上の局所系 $\mathcal{F}$ が physically rigid であるとは，正確な定義は [Katz] を参照してもらうことにして（cf. [H1]），ラフに言えば，local monodromy を保つ変形は自明なものに限ることを言う．さらに Fuchs 型方程式において，その monodromy 表現が physically rigid な局所系を定めるとき，その方程式のことも rigid であると言うことにしよう．この意味の rigid は，accessory parameter を持たないということに相当する．

$A_1, A_2, \ldots, A_p$ を $n\times n$-行列とし，$t_1, t_2, \ldots, t_p \in \mathbf{C}$ とする．Fuchsian system

(1)
$$\frac{dY}{dx}=\left(\sum_{j=1}^{p}\frac{A_j}{x-t_j}\right)Y$$

が rigid であるかどうかは，次の方法で簡単に判定できる．まず $A_{p+1}=-(A_1+A_2+\cdots+A_p)$ とおく．A_{p+1} は無限遠点 ∞ における residue 行列である．$j=1,2,\ldots,p+1$ に対し，c_j を $\exp(2\pi i A_j)$ の中心化群の次元とするとき，(1) の rigidity 指数 ι が次で定義される．

(2)
$$\iota=(2-(p+1))n^2+\sum_{j=1}^{p+1}c_j$$

(1) が既約であれば $\iota\le 2$ が成り立つが，$\iota=2$ となるときが rigid である．一般に $2-\iota$ が (1) の含む accessory parameter の個数を表す．

[H2] および [HY] で我々は，rigid な Fuchsian system には解の Euler 型積分表示があることを示した．そこで与えた手順に従って積分表示を構成してみると，解が特異点の位置 t_j にどのように依存するのかが見て取れる．するとその解は，x のみ 1 変数の関数と見るより，$x, t_1, t_2, \ldots, t_p$ の $(p+1)$ 変数関数と見る方が自然に思える．このように考えると，rigid な方程式には，(積分表示を通して) 自らを多変数化する力が内在していると言える．そこで，このようにして得られる多変数関数にはどのような特徴があるかを調べてみることにした．

このノートで扱う rigid な方程式は，次の system である．

(3)
$$(xI_5-T)\frac{dY}{dx}=AY$$

ここで

$$T=\begin{pmatrix} t_1 & & \\ & t_2I_2 & \\ & & t_3I_2\end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 & -1 & 1 & 1 \\ a_{21} & b_1 & 0 & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & 0 & b_2 & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & c_1 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & c_2 \end{pmatrix},$$

$$a_{21} = \frac{(\rho_1-b_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_2)}{b_2-b_1} \quad a_{24} = \frac{(\rho_1-b_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_2)}{b_2-b_1} \quad a_{25} = \frac{(\rho_1-b_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_1)}{b_2-b_1}$$
$$a_{31} = \frac{(\rho_1-b_2)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_2)}{b_1-b_2} \quad a_{34} = \frac{(\rho_1-b_2)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_2)}{b_1-b_2} \quad a_{35} = \frac{(\rho_1-b_2)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_1)}{b_1-b_2}$$
$$a_{41} = \frac{(\rho_1-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_1)}{c_1-c_2} \quad a_{42} = \frac{(\rho_1-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_1)}{c_2-c_1} \quad a_{43} = \frac{(\rho_1-c_1)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_1)}{c_2-c_1}$$
$$a_{51} = \frac{(\rho_1-c_2)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_2)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_2)}{c_2-c_1} \quad a_{52} = \frac{(\rho_1-c_2)(\rho_1+\rho_2-b_2-c_2)}{c_1-c_2} \quad a_{53} = \frac{(\rho_1-c_2)(\rho_1+\rho_2-b_1-c_2)}{c_1-c_2}$$

ただしパラメターの間には次の関係式が成り立っている.

$$a + b_1 + b_2 + c_1 + c_2 = 3\rho_1 + 2\rho_2.$$

(3) は Okubo 型の方程式として与えられているが,

$$A_1 = \begin{pmatrix} I_1 & \\ & O_4 \end{pmatrix} \times A, \quad A_2 = \begin{pmatrix} O_1 & & \\ & I_2 & \\ & & O_2 \end{pmatrix} \times A, \quad A_3 = \begin{pmatrix} O_3 & \\ & I_2 \end{pmatrix} \times A$$

とおくことで, Fuchsian system

$$\frac{dY}{dx} = \left(\frac{A_1}{x-t_1} + \frac{A_2}{x-t_2} + \frac{A_3}{x-t_3} \right) Y$$

に書き換えることができ,

$$A_1 \sim \begin{pmatrix} a & \\ & O_4 \end{pmatrix}, \quad A_2 \sim \begin{pmatrix} b_1 & & \\ & b_2 & \\ & & O_3 \end{pmatrix}, \quad A_3 \sim \begin{pmatrix} c_1 & & \\ & c_2 & \\ & & O_3 \end{pmatrix}, \quad A \sim \begin{pmatrix} \rho_1 I_3 & \\ & \rho_2 I_2 \end{pmatrix}$$

から rigidity 指数を計算すると

$$\iota = (2-4) \times 5^2 + (1^2 + 4^2) + (1^2 + 1^2 + 3^2) + (1^2 + 1^2 + 3^2) + (2^2 + 3^2) = 2$$

となることが分かるので, (3) が rigid であることが確かめられる.

(3) の解は, 次のような積分表示を持つ ([H2, Prop. 5.9]).

$$Y(x) = \begin{pmatrix} \displaystyle\int_\Delta \frac{\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)\ell}\, d\sigma \wedge d\tau \\ \displaystyle a_{24}\frac{t_3-t_1}{t_3-t_2} \int_\Delta \frac{\Phi}{\tau(1-\tau)\ell}\, d\sigma \wedge d\tau \\ \displaystyle a_{35}\frac{t_2-t_1}{t_2-t_3} \int_\Delta \frac{\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)\sigma}\, d\sigma \wedge d\tau \\ \displaystyle a_{42}\frac{t_2-t_1}{t_2-t_3} \int_\Delta \frac{\Phi}{\tau\sigma\ell}\, d\sigma \wedge d\tau \\ \displaystyle -a_{53}\frac{t_2-t_1}{t_2-t_3} \int_\Delta \frac{\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)}\, d\sigma \wedge d\tau \end{pmatrix},$$

ここで

$$\Phi = \left(1 - \frac{t_3 - x}{t_3 - t_2}\tau\right)^{\rho_1} \tau^{-\rho_2}(1-\tau)^{b_1-\rho_1}(1-\sigma-\tau)^{\rho_1+\rho_2-b_1-c_1}$$
$$\times\, \sigma^{b_2+c_1-\rho_1-\rho_2}\left(1 - \frac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2}\sigma\right)^{\rho_1+\rho_2-b_2-c_2}$$

であり，表示の都合上 $1 - \dfrac{t_1 - t_3}{t_1 - t_2}\sigma = \ell$ とおいた．この積分表示を見ると，変数の x と特異点の t_1, t_2, t_3 は同じような形で入っているので，これを x, t_1, t_2, t_3 の 4 変数関数と見るのが自然と思われる．さらに多変数関数としての性質を調べるために，正規化を行って本質的な変数を取り出すことにする．x に関する 1 次分数変換により，∞ を込めた 4 つの特異点のうちの 3 つを任意に指定することができるので，ここでは $t_1 \to 0,\quad t_2 \to 1,\quad \infty \to \infty$ という風に指定してみよう．この変換による t_3 の行き先を t で表すことにする．するとつまり，

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 1, \quad t_3 = t \tag{4}$$

を代入したものを考えることになる．正規化 (4) を行った積分表示の形を書いておこう．

$$Y(x) = \begin{pmatrix} \displaystyle\int_\Delta \frac{\bar\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)(1-t\sigma)}\, d\sigma\wedge d\tau \\ \displaystyle a_{24}\frac{t}{t-1}\int_\Delta \frac{\bar\Phi}{\tau(1-\tau)(1-t\sigma)}\, d\sigma\wedge d\tau \\ \displaystyle a_{35}\frac{1}{1-t}\int_\Delta \frac{\bar\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)\sigma}\, d\sigma\wedge d\tau \\ \displaystyle a_{42}\frac{1}{1-t}\int_\Delta \frac{\bar\Phi}{\tau\sigma(1-t\sigma)}\, d\sigma\wedge d\tau \\ \displaystyle -a_{53}\frac{1}{1-t}\int_\Delta \frac{\bar\Phi}{\tau(1-\sigma-\tau)}\, d\sigma\wedge d\tau \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$\bar\Phi = \left(1 - \frac{t-x}{t-1}\tau\right)^{\rho_1} \tau^{-\rho_2}(1-\tau)^{b_1-\rho_1}(1-\sigma-\tau)^{\rho_1+\rho_2-b_1-c_1}\sigma^{b_2+c_1-\rho_1-\rho_2}\,(1-t\sigma)^{\rho_1+\rho_2-b_2-c_2}$$

(5) で与えた $Y(x)$ は，x, t の 2 変数関数と見ることができる．t への依存性を調べるため，$Y(x)$ の t についての微分方程式を求めてみることにする．コホモロジーの計算を行うことにより，(5) の Y は次の微分方程式を満たすことが分かる．

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \left(\frac{B_1}{t} + \frac{B_2}{t-1} + \frac{B_3}{t-x}\right) Y \tag{6}$$

$$
(7)\qquad
\begin{aligned}
B_1 &= \begin{pmatrix} \rho_1+\rho_2-a-b_2 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & b_1-b_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{41} & 0 & 0 & \rho_1+\rho_2-b_2-c_1 & 0 \\ -a_{51} & 0 & 0 & 0 & \rho_1+\rho_2-b_2-c_2 \end{pmatrix}, \\
B_2 &= \begin{pmatrix} a-\rho_1-\rho_2-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_1-1 & 0 & -a_{24} & -a_{25} \\ 0 & 0 & -b_2-1 & -a_{34} & -a_{35} \\ 0 & -a_{42} & -a_{43} & -c_1-1 & 0 \\ 0 & -a_{52} & -a_{53} & 0 & -c_2-1 \end{pmatrix}, \\
B_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & c_1 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & c_2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

(6) の monodromy は，積分表示 (5) を利用して計算することができる．その結果，(6) はパラメター $b_1, b_2, c_1, c_2, \rho_1, \rho_2$ が generic の場合（いくつかの非整数条件を満たす場合）に既約であることが分かった．

さて方程式 (6) の係数 B_j については，

$$
(8)\qquad
\begin{aligned}
B_1 &\sim \begin{pmatrix} 0I_2 & & \\ & (b_1-b_2)I_2 & \\ & & \rho_2-b_2 \end{pmatrix}, \\
B_2 &\sim \begin{pmatrix} (-\rho_1-1)I_2 & & \\ & -\rho_2-1 & \\ & & (a-\rho_1-\rho_2-1)I_2 \end{pmatrix}, \\
B_3 &\sim \begin{pmatrix} 0I_3 & & \\ & c_1 & \\ & & c_2 \end{pmatrix}, \\
B_1+B_2+B_3 &\sim \begin{pmatrix} (-b_2-1)I_3 & & \\ & \rho_1+\rho_2-b_2-c_1-1 & \\ & & \rho_1+\rho_2-b_2-c_2-1 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

が成り立っているので，(6) の rigidity 指数は

$$
\iota = (2-4)\times 5^2 + (2^2+2^2+1^2) + (2^2+2^2+1^2) + (3^2+1^2+1^2) + (3^2+1^2+1^2) = -10
$$

となり，rigid ではなく，12 個の accessory parameters を含むことが分かった．

2．微分方程式の変形

微分方程式 (3) に正規化 (4) を行ったものを $(\bar{3})$ で表す．また (6) の $Y(x)$ は，x, t の関数と見るので，$Y(x,t)$ と表すことにする．すると $Y(x,t)$ は，2 つの微分方程式 $(\bar{3})$, (6) を両方満たすということになる．ここで $A_3 = B_3$ に注意すると，$(\bar{3})$ と (6) は Pfaff 系

$$
(9)\qquad dY = \left(A_1\frac{dx}{x} + A_2\frac{d(x-1)}{x-1} + B_1\frac{dt}{t} + B_2\frac{d(t-1)}{t-1} + A_3\frac{d(x-t)}{x-t} \right) Y
$$

にまとめることができる.

多変数関数 $Y(x,t)$ を調べるときには，Pfaff 系 (9) を基礎に据えて考えるというのが自然であろうが，rigidity に関する考察においては，それぞれの常微分方程式 $(\bar{3})$, (6) を考えるのが良いようである．おそらく rigidity とか微分方程式の変形理論というのは，常微分的な概念なのであろう．(蛇足：微分 Galois 理論も常微分的な概念と思われる.) ではどのように考えていけばよいのだろうか.

方程式 $(\bar{3})$ においては x が独立変数，t が特異点の位置を表す変数であり，また方程式 (6) においては，t が独立変数，x が特異点の位置を表す変数である．2 つの方程式 $(\bar{3})$, (6) が両立するということは，x を独立変数と見る立場からいえば，方程式 $(\bar{3})$ の t を変形パラメターとする monodromy 保存変形が可能ということであり，また t を独立変数と見ると，方程式 (6) の x を変形パラメターとする monodromy 保存変形が可能ということである．どちらの立場においても，$(\bar{3})$, (6) 両方を満たす関数 $Y(x,t)$ は monodromy 保存解ということになる．正確に言うと，積分表示 (5) における積分領域 Δ を対応する homology 群から階数分（つまり 5 個）線形独立であるように取りそろえ，それらを用いて得られる 5 つの Y を並べてできる基本解系を $\mathcal{Y}(x,t)$ とするとき，$\mathcal{Y}(x,t)$ が monodromy 保存解ということである.

$\mathcal{Y}(x,t)$ が monodromy 保存解になるということは，$\mathcal{Y}(x,t)$ に関する回路行列が変形パラメターに依らないということであるが，それは $\mathcal{Y}(x,t)$ の形から直接知ることができる．というのは，積分表示を用いた回路行列の計算の手順を思い出せば，特異点の位置（変形パラメター）の局所的な変動は，被積分関数の特異点集合の位相幾何学的な配置を変化させないため，計算結果に影響を及ぼさないからである.

さて，方程式 $(\bar{3})$ は rigid であったので，変形は自明なものしかない．そもそも変形を受ける accessory parameter が存在しないのである．なおこのことは，$(\bar{3})$ が (6) と両立するということに抵触するものではない．一方 t を独立変数と見て，方程式 (6) の変形という立場から考えると，(6) は 12 個ある accessory parameters がある特殊値をとったため，$(\bar{3})$ と両立することになって，monodromy 保存が実現できている状態と思うことができる．この観点を少し詳しく説明しよう.

(6) の係数 B_1, B_2, B_3 は具体的に (7) で与えられた行列で，それらの Jordan 標準形については (8) の通りになっているのだが，一旦 (7) を忘れて，(8) を満たす行列の組 (B_1, B_2, B_3) を考える．そのような組は，B_1, B_2, B_3 に対して一斉に同じ行列により相似変換を行うという任意性を除けば，12 次元分ある．これが accessory parameters が 12 個ということである．12 個の accessory parametes は，monodromy 保存解が存在するという条件を課すと，変形パラメター x の関数として，変形方程式と呼ばれるある微分方程式を満たす．accessory paremeters が変形方程式のある解となった状態が，(7) の (B_1, B_2, B_3) であるということになる.

しかしこの解釈からは，どれが accessory parameters で，(7) はその値が何になった場合なのか，ということは見えない．そこで，(8) を満たす組 (B_1, B_2, B_3) の一般形を具体的に与えることができれば，(7) がそれのどのような特別な場合なのかが見えることになろう．このように Jordan 標準形を指定した行列の組の存在を考える問題を（加法的）Deligne-Simpson 問題（DSP）という．Kostov [Kos] は DSP に取り組み，存在のための必要十分条件を得ている．その議論の中では，陰関数の定理を用いて存在を示している．ところがいまの我々の目的からすると，具体的な解（行列の組）の形を知りたいので，陰関数の定理で構成された解は直接は役に立たないと思われる.

accessory parameters を顕在化させる方法はいくつか考えられる．よく行われるのは，system (6) を単独高階の形に書き直すことである．これがうまく行けば，見掛けの特異点も込めて accessory parameters がどれであるかが瞭然と分かる．しかしいまの場合たった 5 階ではあるが，計算はものすごく複雑になり，やや手計算の限界を超えているように思われる.

もう 1 つの方法は，(B_1, B_2, B_3) に対して一斉に行う相似変換をうまく取って，正規化を行うやり方である．Okubo 型はそのような正規化の 1 つで非常に巧妙なものだが，いまの場合は Okubo 型には書けない．Okubo 型と類似の形に持ち込むことも試みているが，これもものすごい計算になる.

ともかく力を尽くして，これらの方法を実行するということは必要であろうが，結果がその後の考察に使える形で手に入るかは疑問である．さらにたった 5 階でも大変だとすると，一般の場合への展望が持てそうにない.

そこで，quiver の表現がうまく使えないだろうかという発想に至った．Crawley-Boevey [C] は，実際に quiver の表現を用いて，DSP の解を構成している．次節で，quiver の表現について簡単に触れたあと，[C] の結果を紹介し，それを利用する可能性について考察する．

3. Quiver の表現

quiver とは，有限グラフ Γ の各辺に向きをつけて，辺を矢印にとりかえたものである．向きの集合を Ω で表し，quiver を (Γ, Ω) で表す．quiver の表現とは，Γ の各頂点に有限次元線形空間を対応させ，Γ の各辺には，矢印の根のところにある頂点に対応する線形空間から，矢印の先端のところにある頂点に対応する線形空間への線形写像を対応させたものである．各頂点に対応する線形空間の次元を集めてできるベクトルを，その表現の次元という．

quiver の表現に対しては，自然に同型および indecomposable の概念が定義される．quiver の表現というときには，表現の同型類を指すことが多い．

有限グラフ Γ において，頂点の個数を n とする．Γ には root system $\Delta(\Gamma) \subset \mathbf{Z}^n$ が定義され，$\Delta(\Gamma)$ は real root と imaginary root とに分かれる．それぞれの集合を $\Delta^{\mathrm{re}}(\Gamma)$, $\Delta^{\mathrm{im}}(\Gamma)$ と表すと，

$$\Delta(\Gamma) = \Delta^{\mathrm{re}}(\Gamma) \cup \Delta^{\mathrm{im}}(\Gamma), \quad \Delta^{\mathrm{re}}(\Gamma) \cap \Delta^{\mathrm{im}}(\Gamma) = \emptyset$$

さらに $\mathbf{Z}^n_{\geq 0}$ に属する root を positive root と呼び，その集合を $\Delta_+(\Gamma)$ で表す．$\Delta^{\mathrm{re}}_+(\Gamma) := \Delta^{\mathrm{re}}(\Gamma) \cap \Delta_+(\Gamma)$ とおく．

quiver の表現に関しては，次の定理が基本的である．表現における線形空間はすべて代数閉体上で考える．

定理 (Kac [Kac, §1.10]) quiver (Γ, Ω) の表現に関して次が成り立つ．

(1) 次元 $\alpha \in \mathbf{Z}^n_{\geq 0} \setminus \{0\}$ の indecomposable 表現が存在する $\iff$ $\alpha \in \Delta_+(\Gamma)$

(2) 次元 $\alpha \in \mathbf{Z}^n_{\geq 0} \setminus \{0\}$ の indecomposable 表現がただ一つ存在する $\iff$ $\alpha \in \Delta^{\mathrm{re}}_+(\Gamma)$

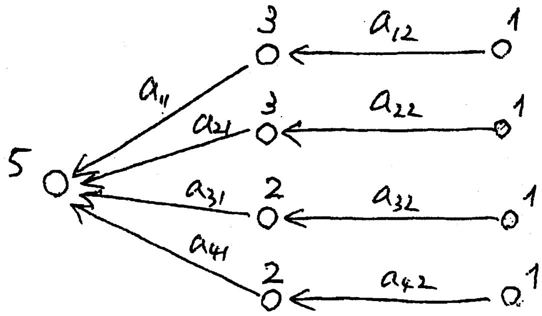
quiver の表現とは，結局線形写像の集まりのことだから，行列の組の存在を問う DSP と近い関係にあることが容易に想像されるであろう．この関係を具体的に実現し，quiver の表現を用いて DSP を解いたのが [C] である．

[C] で用いられるのは，quiver の表現そのものとは若干異なる，deformed preprjective algebra の表現というものである．一般的な記述は論文にゆずり，ここではそこに示された手順に従って，(8) に対応する DSP の解の構成を試みてみよう．

まず $B_4 = -(B_1 + B_2 + B_3)$ とおく．(8) により，各 B_j はみな対角化可能で，B_j の spectral type（固有値の重複度を表す分割）$s(B_j)$ はそれぞれ

$$s(B_1) = s(B_2) = (2,2,1), \quad s(B_3) = s(B_4) = (3,1,1)$$

となっている．この状況に応じて，次の quiver を用いる．



各頂点に与えた数字は，表現における線形空間の次元を表す．各 (i,j) に対し，a_{ij}^* を a_{ij} と反対向きの線形写像とする．このとき，(B_1,B_2,B_3,B_4) が (8) を満たすということが，次のような条件として記述される．

$$\sum_{i=1}^{4} a_{i1}a_{i1}^* = -(b_2-\rho_1-1)\mathbf{1}_5$$

$$\begin{cases} a_{12}a_{12}^* - a_{11}^*a_{11} = (b_2-b_1)\mathbf{1}_3 \\ a_{22}a_{22}^* - a_{21}^*a_{21} = (\rho_2-a-1)\mathbf{1}_3 \\ a_{32}a_{32}^* - a_{31}^*a_{31} = (-c_1)\mathbf{1}_2 \\ a_{42}a_{42}^* - a_{41}^*a_{41} = (\rho_1+\rho_2-c_1)\mathbf{1}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a_{12}^*a_{12} = (b_1-\rho_2)\mathbf{1}_1 \\ -a_{22}^*a_{22} = (a-\rho_1)\mathbf{1}_1 \\ -a_{32}^*a_{32} = (c_1-c_2)\mathbf{1}_1 \\ -a_{42}^*a_{42} = (c_1-c_2)\mathbf{1}_1 \end{cases}$$

ここで $\mathbf{1}_k$ は k 次元線形空間の恒等変換を表す．これを満たす a_{ij}, a_{ij}^* に対し，(B_1,B_2,B_3,B_4) は次により定められる．

$$\begin{aligned} B_1 &= a_{11}a_{11}^* \\ B_2 &= a_{21}a_{21}^* - (\rho_1+1)I_5 \\ B_3 &= a_{31}a_{31}^* \\ B_4 &= a_{41}a_{41}^* + b_2I_5 \end{aligned}$$

この方法は，(B_1,B_2,B_3,B_4) の構成を a_{ij}, a_{ij}^* の構成に持ち込むもので，後者の構成については，不変式・素数による還元その他，この分野特有の手法に依るようである．しかしとにかく，DSP が別の構成問題に言い換えられたのである．この言い換えが monodromy 保存変形と相性がいいかどうかは全く分からないが，quiver の表現論のもつ普遍性（汎用性）は魅力である．この言い換えにおいて，(7) という状態をうまく記述することができないか，考察を進める価値は十分あると考えられる．

References

[C] W. Crawley-Boevey, "On matrices in prescribed conjugacy classes with no common invariant subspaces and sum zero", Duke Math. J. **118** (2003), 339-352.

[H1] Y. Haraoka, "Integral local systems", RIMS Kokyuroku **1296** (2002), 1-8.

[H2] Y. Haraoka, "Integral representations of solutions of differential equations free from accessory parameters", Adv. Math. **169** (2002), 187-240.

[HY] Y. Haraoka and T. Yokoyama, "Construction of rigid local systems and integral representations of their sections", preprint.

[Kac] V. G. Kac, "Root systems, representations of quivers and invariant theory", Lect. Notes in Math. **996**, Springer, Berlin, 1983, pp. 74-108.

[Katz] N. M. Katz, "Rigid Local Systems", Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1996.

[Kos] V. P. Kostov, "On the Deligne-Simpson problem", Tr. Mat. Inst. Steklova **238** (2002), 158-195.