

## 平面クエット乱流の縦渦の発達機構

総研大 渡部威 (Takeshi Watanabe)

京都大 木田重雄 (Shigeo Kida)

### 1 はじめに

壁領域の乱流力学において中心的な役割を演ずるのは平均操作では消えて現れない縦渦(流れ方向渦)と呼ばれる主流方向に伸びた管状の旋回渦である。壁近傍で活発に起きている乱流エネルギーや音の生成、熱や物質の混合、あるいは摩擦抵抗の増大などはこの縦渦の役割が大きい [1][2]。よって壁乱流の力学機構の理解には、この縦渦の動力学の考察が欠かせない。縦渦を含む壁乱流の3次元構造を理解するのにコンピュータグラフィックスを用いた可視化が有効であることは認識されているが、従来からの可視化法は渦構造の定義の主観的なものがほとんどであり、その動力学をきちんと議論することができなかった。そこで本論文では客観性を重視して著者の一人によって提案された低圧力渦法を用いて壁乱流における縦渦を可視化することを試みる。さらにその動力学を調べるために一本の縦渦に注目し、その発達過程について調べる。

### 2 直接数値計算

互いに反対方向に一定の速さ  $U$  で運動する2つの平行平板間の流れを調べる。支配方程式は非圧縮性流体に対する連続の式、

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

と Navier-Stokes 方程式、

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2)$$

である。ここで  $\mathbf{v}$ ,  $P$ ,  $\rho$  はそれぞれ速度、圧力、密度で、 $\nu$  は動粘性係数を表す。これらの方程式を図1に示す直方体領域で数値的に解く。平板の運動方向に  $x$  軸、平板に垂直に  $y$  軸、そしてこれらに垂直に  $z$  軸をとる。平板間距離を  $2h$  とし、流れは  $x$  軸方向に周期  $6h$ 、 $z$  軸方向に周期  $4h$  で周期的とする。速度場を  $x$  軸方向と  $z$  軸方向にはフーリエ級数で、 $y$  軸方向にはチェビシェフ多項式で展開し、展開係数の時間発展を2次精度のアダムス・バッシュホース法とクランク・ニコルソン法を組み合わせる。計算領域の  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向にそれぞれ128, 33, 64個の格子点を取り、時間刻みを  $\Delta t=0.006$ 、レイノルズ数  $Re=Uh/\nu$  を400に設定する。

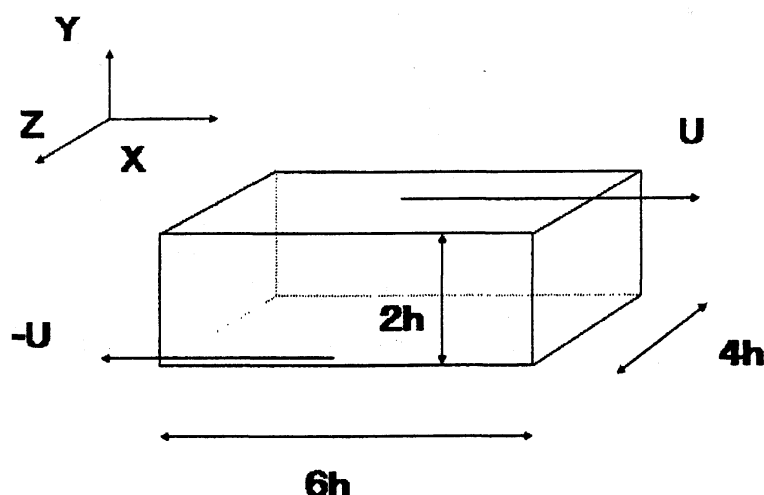


図 1: 平面ジェット乱流の計算領域。

### 3 縦渦の可視化

前節で述べた直接数値計算によって得られる流れ場の渦構造を低圧力渦法によって解析する。低圧力渦とは、圧力ヘシアン第3固有ベクトルに垂直な2次元面内での圧力の極小線を結ぶ線を軸とし、かつそのまわりで旋回条件を満たすものである [3] [4]。この低圧力渦法を用いて得られた渦軸と流れ方向 ( $x$  軸方向) に垂直な任意断面における圧力の分布を図 2(a) に示す。黒色の渦軸は時計回りの渦度、灰色の渦軸は反時計回りの渦度をもつ。断面の濃灰領域は低圧力部を表しており、渦軸が定義通りに低圧力部を貫いていることがわかる。図 2(b) は渦軸と圧力ラプラシアン等の等値面を重ねて描いたもので、渦軸が圧力ラプラシアンの等値面の中心部を貫いていることがわかる。

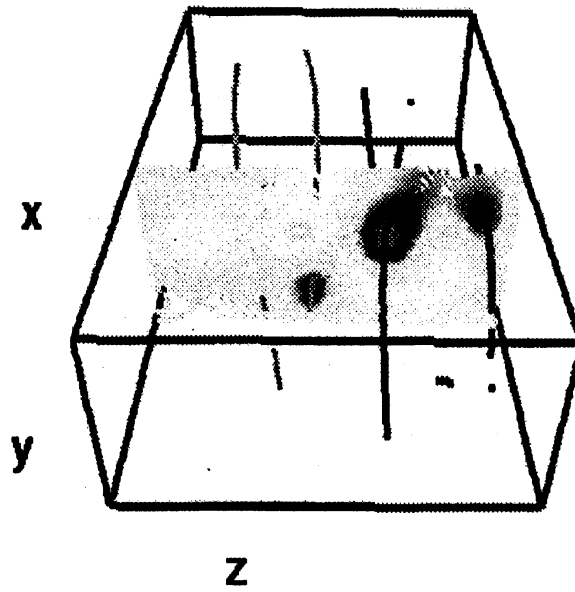
本論文ではこの乱流場から任意の一本の渦軸を選択し、それが発生・発達を経て分裂する直前までの追跡を行なう。図 3 にその渦軸 (矢印で示す) の時間発展の様子を時間間隔 3.3 ごとに示す。左図は計算領域を真上 ( $y$  の正の側) から見たもの、右図は側面 ( $z$  の正の側) から見たものである。(e) はこの渦軸が分裂する直前のもので、2つの矢印で示す渦軸は流れが  $x$  軸方向に周期的であるため実際は一本の渦軸であることに注意する。

## 4 縦渦の解析

### 4.1 渦度と伸長率

低圧力渦法で得られる渦軸は複数の節点を結んで構成されている。各節点の座標およびその点における速度、圧力、渦度等のデータが保存されているので、注目する渦軸に付随する様々な物理量を求めることができる。たとえば渦軸に沿う任意の隣接する節点で構成

(a)



(b)

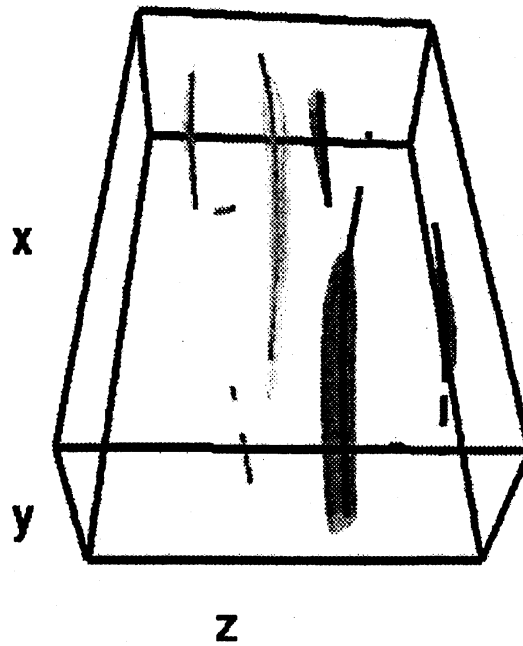


図 2: 平面クエット乱流の縦渦。直方体の上下面は平板で、それぞれ速さ  $U$  で紙面奥向きと手前向きに運動している。黒色と灰色の曲線はそれぞれ時計回りと反時計回りの渦軸を表す。(a) 渦軸と流れ方向に垂直な任意断面における圧力の分布。断面の濃灰領域は低圧力部である。(b) 渦軸と圧力ラプラシアン ( $\nabla^2 P=0.2$ ) の等値面。等値面の濃灰領域は時計回りの渦度、薄灰領域は反時計回りの渦度をもっている。

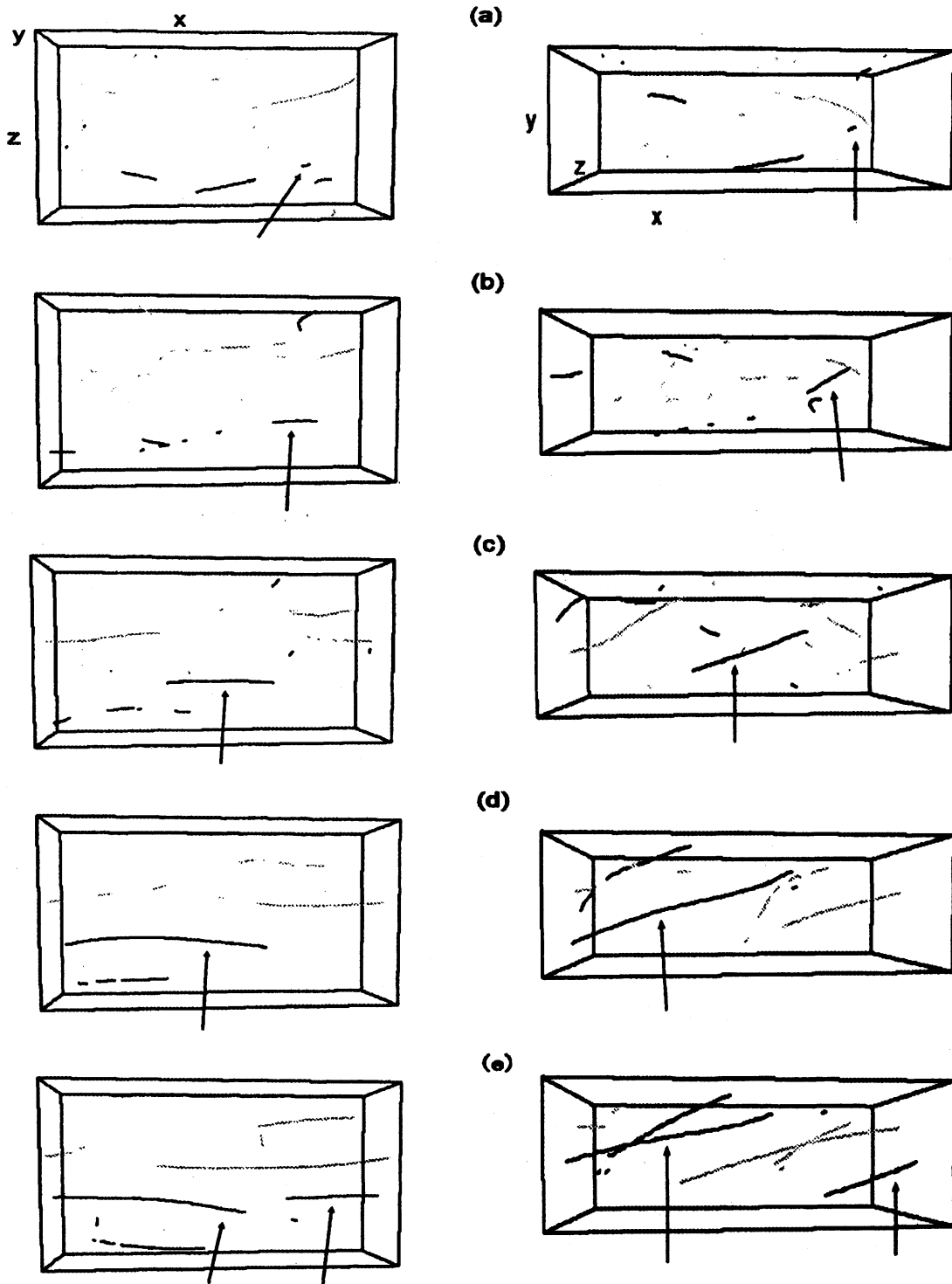


図 3: 渦軸の時間発展。矢印は注目している渦軸を示す。(a) $t = 19.0$ , (b) $22.3$ , (c) $25.6$ , (d) $29.0$ , (e) $32.3$ 。

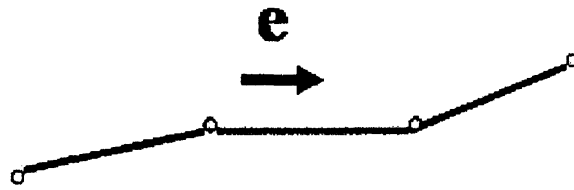


図 4: 渦軸の構成

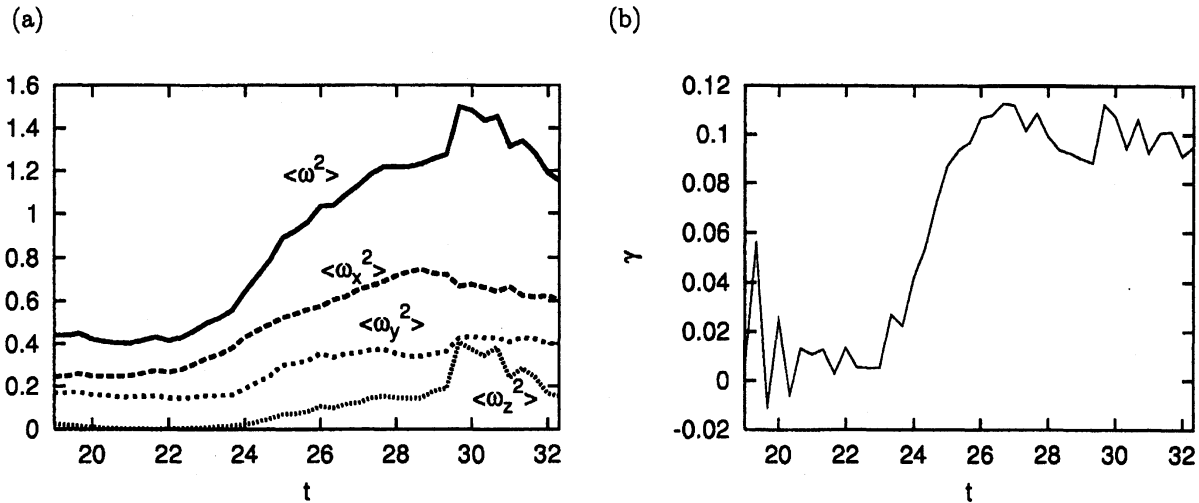


図 5: 図 3 に矢印で示された渦軸の時間発展。(a)  $\langle \omega^2 \rangle$ 、 $\langle \omega_x^2 \rangle$ 、 $\langle \omega_y^2 \rangle$ 、 $\langle \omega_z^2 \rangle$  の時間発展。(b) 伸長率  $\gamma$ 。

される軸 (以後、構成軸とよぶ) の伸長率は、

$$\text{伸長率} = \frac{\delta v \cdot e}{\delta r \cdot e} \tag{3}$$

と表される。ここに  $e$  は構成軸に沿う単位ベクトル、 $\delta v$  は 2 つの節点における速度ベクトルの差、 $\delta r$  は位置ベクトルの差である。(図 4 参照)

さて、前節で選んだ一本の渦軸に注目し、発生 ( $t=19.0$ ) から分裂直前 ( $t=32.3$ ) までの時間発展について調べる。図 5(a) に、各時刻における渦度の絶対値の自乗平均と渦度の各成分の自乗平均を示す。渦度強度が時間と共に増大して、縦渦が形成され強くなっている。図 5(b) は注目する渦軸の伸長率の時間発展を示す。伸長率は渦度強度と同様、時間と共に増大しており、渦軸の伸長が渦度強度増大の主要原因であることを示唆している。

#### 4.2 平均流による引き伸ばし

それでは一体何が縦渦を引き伸ばしているのでしょうか。まず縦渦が平均流によって流され引き伸ばされる効果が考えられる (図 6(a) 参照)。いま、構成軸が  $x$  軸方向から  $z$  軸方向に水平方向角  $\alpha$  だけ傾き、 $(x, z)$  平面から鉛直方向に角  $\beta$  だけ傾いているとする (図 6(b))

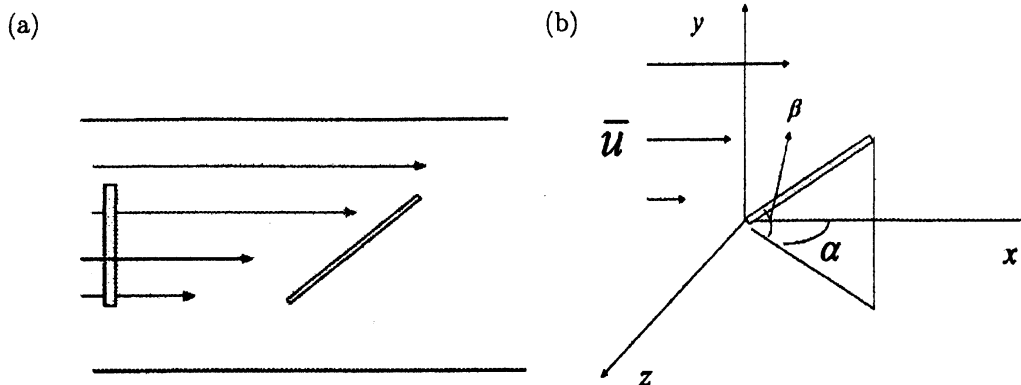


図 6: (a) 平均流による渦の引き伸ばし。(b) 水平方向角  $\alpha$  と鉛直方向角  $\beta$ 。

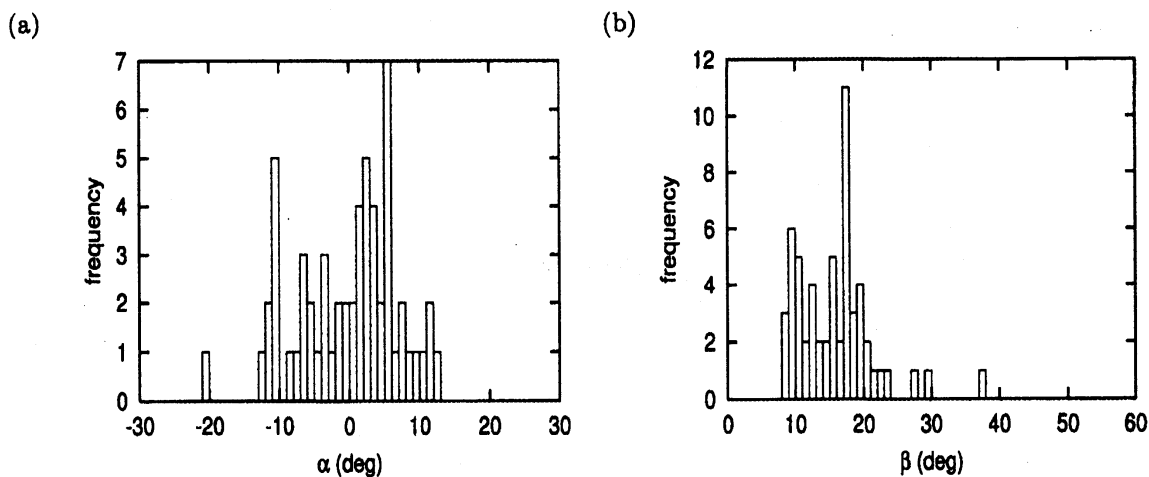


図 7: (a)  $\alpha$  の度数分布図。(b)  $\beta$  の度数分布図。  $t=29.0$ 。

参照)。このとき、平均流による構成軸の伸長率は

$$\text{伸長率 (平均流)} = \frac{\delta \bar{u} \cos \alpha \cos \beta}{\delta r} \quad (4)$$

で与えられる。ここで  $\delta \bar{u}$  は構成軸の両端での流れ方向平均速度の差で、 $\delta r$  は構成軸の長さである。

図 7 に  $t=29.0$  における  $\alpha$  と  $\beta$  の度数分布を示す。各構成軸の  $\alpha$  は  $-20^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$  に分布し、また  $\beta$  は  $20^\circ$  付近に一番多く分布している。この  $\alpha$ 、 $\beta$  と流れ方向の平均速度分布を式 (4) に代入すると各構成軸の平均流による伸長率 ( $\gamma_m$ ) が求められる。また式 (3) から構成軸自身の伸長率 ( $\gamma$ ) も求めることができ、これらの分布はそれぞれ図 8(a)(b) のようになる。図 8(b) の  $\gamma_m$  の分布図より、大部分の構成軸の伸長率はゼロ付近に集中しており平均流の影響をほとんど受けないが、ごく一部の構成軸は平均流によって大きく引き伸ばされることがわかる。ところが、図 8(a) の  $\gamma$  の分布図からは構成軸自身の伸長率は  $0.15$  付近の値をとる。一体この差異は何に起因するのであろうか。

図 9 に  $t=29.0$  において  $y$  = 一定の面で空間平均した流れ方向平均速度分布と、図 3 に矢

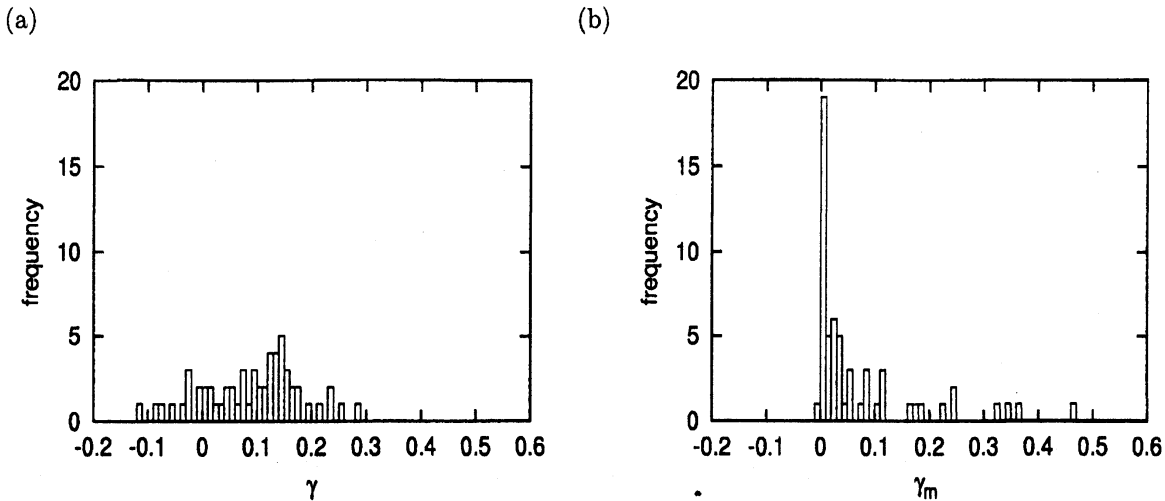


図 8: (a) 構成軸自身の伸長率  $\gamma$  の度数分布図。(b) 平均流による伸長率  $\gamma_m$ 。伸長率の平均値はそれぞれ 0.074 と 0.091 である。  $t=29.0$ 。

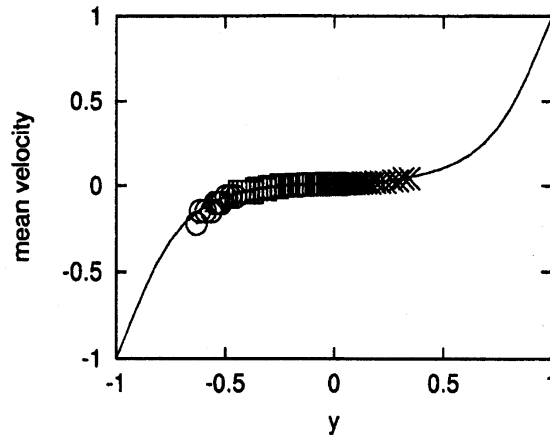


図 9: 流れ方向平均速度分布 (実線) と構成軸の位置関係。構成軸は  $y$  座標の位置により 3 つのグループ、 $\circ$  群 ( $y \leq -0.4375$ )、 $\square$  群 ( $-0.4375 \leq y \leq 0$ )、 $\times$  群 ( $y \geq 0$ ) に分けてある。  $t=29.0$ 。

印で示した渦の各構成軸の  $y$  座標の位置を示す。これらの構成軸は  $y$  座標の位置により 3 つのグループ、 $\circ$  群 ( $y \leq -0.4375$ )、 $\square$  群 ( $-0.4375 \leq y \leq 0$ )、 $\times$  群 ( $y \geq 0$ ) に分けてある。 $\square$  群と  $\times$  群に属する構成軸は、流れ方向平均速度の鉛直方向変化がほとんどゼロの場所に存在している。式 (4) を考慮すると、これが図 8(b) の  $\gamma_m$  のピークがゼロ付近に存在している原因であると推論される。また、 $\circ$  群は流れ方向平均速度が急峻な場所に存在しており、これは図 8(b) で少数の構成軸が大きい  $\gamma_m$  の値をとることに対応していると考えられる。

図 10 は各構成軸の  $\gamma$  と  $\gamma_m$  を同時にプロットしたものである。対角線上では構成軸自身の伸長率と平均流による伸長率が等しい。実際、 $\square$  群と  $\times$  群の構成軸の  $\gamma_m$  はゼロ付近に集中する。一方、少数の  $\circ$  群は大きい  $\gamma_m$  の値をとっており、上述の推論の正しいことがわかる。また  $\circ$  群の構成軸のいくつかは、対角線上にあることから平均流により引き伸ば

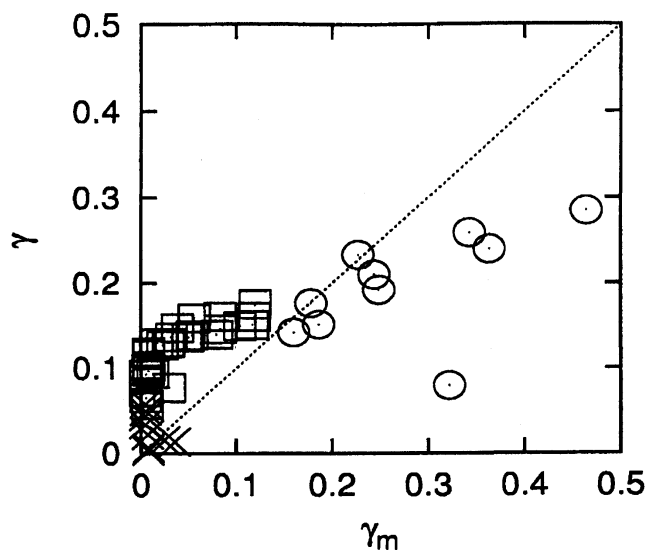


図 10: 各構成軸の伸長率  $\gamma$  と平均流による伸長率  $\gamma_m$  の比較。○群 ( $y \leq -0.4375$ )、□群 ( $-0.4375 \leq y \leq 0$ )、×群 ( $y \geq 0$ )。  $t=29.0$ 。

されているといえる。これに対して、□群の構成軸については対角線上方に数多く分布しており、平均流による引き伸ばしの影響がほとんどないことがわかる。

#### 4.3 流れ方向渦の引き伸ばし

では何が□群の構成軸を引き伸ばすのか。今までは平均流が縦渦の伸長に与える影響について調べてきたが、今度は流れ方向速度の流れ方向変化を考慮してみる。図 11 に  $\partial u / \partial x$  の分布を示す。矢印が注目している渦軸で、流れ方向に垂直な 3 つの任意断面の濃灰領域は  $\partial u / \partial x$  が正の領域を示す。留意すべきことはこの領域を渦軸が貫いていることである。これは渦軸が流れ方向に引き伸ばされていることを意味する。さらに、図 12 に示すように、この  $\partial u / \partial x$  の正の領域が  $(x, z)$  面に平行ではなく、渦軸と同じ方向に向いている。この図では  $\partial u / \partial x = 0.15$  の等値面を描いているが、渦軸を包むこの等値面の位置はちょうど上述した□群の構成軸付近に存在している。これより、平均流による引き伸ばしの影響が少ない□群の構成軸は、主として  $\partial u / \partial x$  によって引き伸ばされて渦度強度が増大すると考えられる。

以上では  $t=29.0$  の渦軸解析を示したが、他の時刻においても縦渦がある程度発達し構成軸が十分多い場合に同様の結果を得ることができた(図 3 の (c) 以降)。図 3 の (a) では構成軸は 2 つのみであり、その時構成軸は□群領域に存在している。そして、主に  $\partial u / \partial x$  により伸ばされ次第に × 領域と ○ 領域に達し、○ 領域の構成軸は平均流によりさらに引き伸ばされると考えられる。



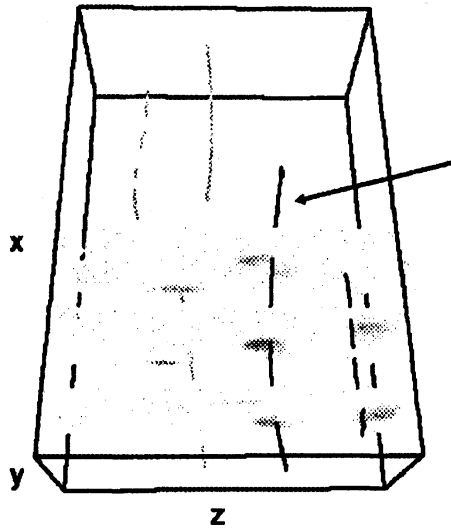


図 11: 渦軸と流れ方向に垂直な断面における  $\partial u/\partial x$  の分布。断面の濃灰領域は  $\partial u/\partial x$  が正の領域を示す。  
 $t=29.0$ 。

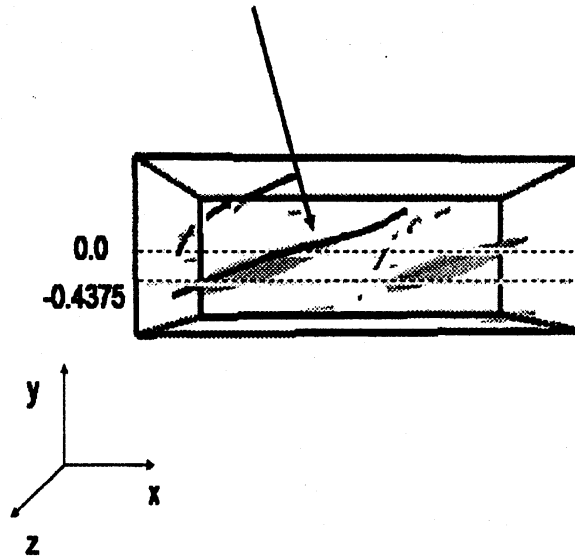


図 12: 渦軸と  $\partial u/\partial x$  の等値面。2本の点線は□群の境目の  $y$  座標を示す。 $t=29.0$ 。

## 5 結語

上述の  $\partial u/\partial x$  の生成については、低速ストリークがそれ自身の不安定性により波状構造になったとき、流れ方向に速度勾配ができ  $\partial u/\partial x$  が発生することを Schoppa & Hussain(2002) が指摘している [5]。今回注目した縦渦の生成から発達過程においてもストリークは波状構造をしている。これは成長したストリークが流れ方向に沿って湾曲し、スパン方向に傾き、流れが3次元化すると縦渦が生成されるという再生成サイクルの一過程に対応すると思われる。そして縦渦の再生成にはストリークによる  $\partial u/\partial x$  の形成が重要な要素の一つになっている。

本論文では、平面ジェット乱流中に存在する縦渦を低圧力渦を用いて同定し可視化した。また得られた渦軸を追跡することにより縦渦の生成・発達過程での定量的な解析を行った。その結果、縦渦の発達過程で渦度・伸長率が共に増大していることを確認した。さらに、縦渦の発達過程の伸長には、主として平均流によって引き伸ばされる場合と  $\partial u/\partial x$  による場合があることを示した。

## 参考文献

- [1] Kim, H. T., Kline, S. J. and Reynolds, W. C. 1971 The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.* **50**, 133-160.
- [2] Cantwell, B. J., Coles, D. and Dimotakis, P. 1978 Structure and entrainment in the plane of symmetry of a turbulent spot, *J. Fluid Mech.* **87**, 641-672.
- [3] Miura, H. and Kida, S. 1997 Identification of Turbular Vortices in Turbulence, *J. Phys. Soc. Japan.* **66** 1331-1334.
- [4] Kida, S. and Miura, H. 1998 Swirl Condition on a Low-Pressure Vortices, *J. Phys. Soc. Japan.* **67** 2166-2169.
- [5] Schoppa, W. and Hussain, F. 2002 Coherent structure generation in near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.* **453**, 57-108.