

レイノルズ数 400-1300 の乱流速度場内の渦管構造の実験的研究

気象研究所 毛利英明 (Hideaki Mouri)*

Meteorological Research Institute

1. はじめに

渦管は乱流の基本的な微細構造です。その存在は気泡による低圧部の可視化実験からレイノルズ数 $Re_\lambda \leq 2000$ の範囲で確認されています[1-4]。また各種パラメータの値が直接数値計算により $Re_\lambda \leq 200$ の範囲で得られています[5-8]。半径はコルモゴロフ長 η 程度。全長は積分長 L 程度。旋回速度はコルモゴロフ速度 u_K あるいは流速揺らぎ u' 程度。寿命はエネルギー保有渦の回転時間 L/u' 程度です。

しかしながら、これらの渦管パラメータが普遍的なものかどうかは不明です。高レイノルズ数での挙動が不明だからです。現在のところ $Re_\lambda = 200$ を超えるような直接数値計算は困難です[9]。可視化実験においても十分な情報は得られません[4]。そこで高レイノルズ数乱流の速度場を実験的に調べることにしました。乱流の速度場は小スケールにおいて間欠的です。渦管が存在する場所で速度変動が大きくなることが原因と考えられています[2, 10-15]。

実験では粗面境界層乱流を対象としました。高レイノルズ数を容易に達成できるからです。今回の実験での最高レイノルズ数は $Re_\lambda = 1255$ で、従来の殆どの乱流速度場における渦管に関する実験的研究でのレイノルズ数を大きく上回ります[10]。境界層乱流は一般に非等方ですが粗面上では比較的等方な状況が実現されます。

速度の時系列から渦管の典型的な速度プロファイルを抽出し、半径や旋回速度の大きさを評価します。また渦管の間隔の統計から渦管の空間分布を調べます。最後にこれらのレイノルズ数依存性を調べることにします。

2. 実験

気象研究所の大型風洞を用いて実験を行いました。測定部は長さ 18 m, 幅 3 m, 高さ 2 m。測定部の床面全体に粗度として煉瓦を置きました(図 1)。煉瓦の寸法は流れ方向に 6 cm, ス

* 〒305-0052 つくば市長峰 1-1 (hmouri@mri-jma.go.jp).

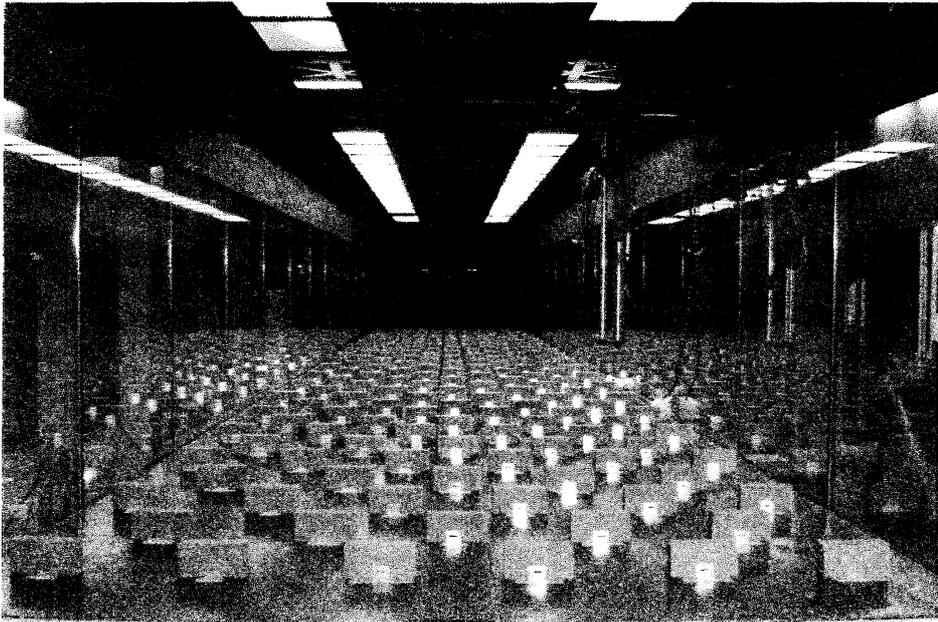


図1. 気象研究所大型風洞.

パン方向に 21 cm, 鉛直方向に 11 cm. 煉瓦の間隔は 0.5 m. 測定部の入り口での流入速度 U_{in} を 4, 8, 12, 16, 20 m/sec に設定しました.

流れ方向速度 $U+u$ とスパン方向速度 v の時系列を X 型熱線風速計を用いて取得しました. 熱線の有効長は 1.25 mm. 熱線の間隔は 1 mm. テイラー仮説により, 平均流に沿った速度場の 1 次元断面が得られます. とくに測線に垂直なスパン方向速度は, 渦管に伴うような回転的な流れの検出に有効です[11-15].

測定部の風上端から 12.5 m の場所で測定を行いました. この場所で境界層は十分に発達していました. 99% 厚さ(平均流速 U がその最大値の 99% となる高さ)は約 0.8 m. 排除厚さは約 0.2 m [16]. これらの値は流入速度 U_{in} に依存しません. 境界層全体に対するレイノルズ数が十分に高いことが原因と思われます. 全ての測定において流れ場の大局的な構造は同じであったと期待できます.

測定位置の床面からの高さは 0.25-0.35 m で, 対数層内にあります. スパン方向速度 v の 1 点確率分布に関する偏平度(flatness) がガウス分布における値 3 を取るように決めました. 床面に近すぎると粗度の影響を受け偏平度は 3 よりも小さくなります. 床面から遠すぎると外側の層流との境界の変動の影響を受け偏平度は 3 よりも大きくなります. 偏平度が 3 となるような中間的な高さでは, 一様等方乱流の場合と同じく, 様々な大きさ・強さの渦が乱雑かつ独立に空間を充たしていると考えられます[17].

U_{in}	U	u'	v'	u_K	L_v	λ	η	Re_λ	r_0/η	v_0/v'	$P_0(\lambda)$
m/s	m/s	m/s	m/s	m/s	cm	cm	cm				λ^{-1}
4	3.1	0.55	0.46	0.044	7.65	1.35	0.033	430	6.0	0.53	0.45
8	5.8	1.15	0.96	0.074	7.32	0.99	0.020	655	6.3	0.49	0.54
12	8.8	1.71	1.42	0.096	7.10	0.89	0.015	861	7.1	0.48	0.51
16	11.1	2.38	2.01	0.122	6.97	0.79	0.012	1054	7.0	0.47	0.52
20	13.8	2.94	2.52	0.140	7.06	0.74	0.011	1255	7.4	0.47	0.55

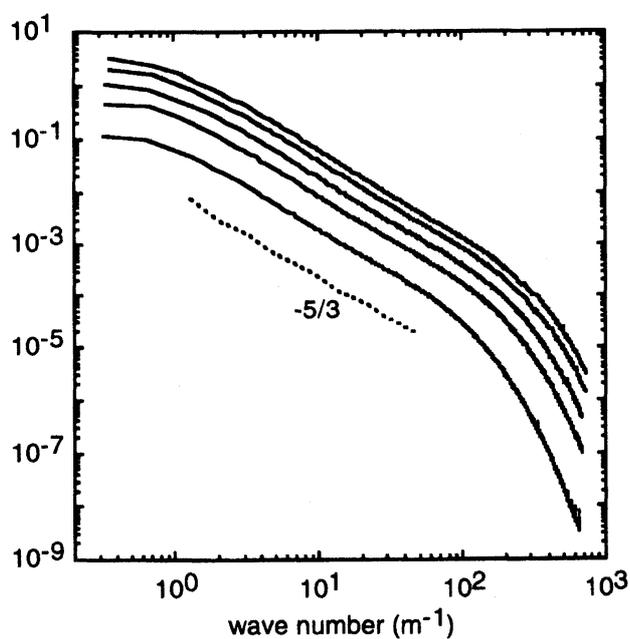
energy spectrum ($m^3 s^{-2}$)

図2. スパン方向速度のエネルギー・スペクトル. 上側の曲線ほどレイノルズ数が高い.

データ集録には分解能 16-bit の A/D コンバータを用いました. サンプル周波数は, 流入速度 $U_{in} = 4, 8, 12, 16, 20$ m/sec に対して 8, 16, 24, 32, 40 kHz. データ長は流入速度 $U_{in} = 4, 8, 12$ m/sec に対して 2×10^7 点. 流入速度 $U_{in} = 16, 20$ m/sec に対して 8×10^7 点. なおデータ集録前に 24 dB/octave のアナログフィルタを用いてサンプル周波数の 1/2 以上の周波数を持つ成分を除去しています.

表に乱流の統計諸量を示します. 流れ方向とスパン方向の流速揺らぎの比 u'/v' は, 等方乱流での値 1 と大きく異なりません. 境界層乱流は非等方ですが, その非等方性は粗度の存

在により減少しています[18]. レイノルズ数 Re_λ は 430 から 1255. 図2にスパン方向速度 v に関するエネルギー・スペクトルを示します. 広い慣性領域が見てとれます. 今回の粗面境界層乱流は大スケールでも等方に近い訳ですが, 渦管が重要であるような小スケールでは十分に等方になっていると考えられます.

3. 渦管の速度プロファイル

条件付き平均を用いて渦管の典型的なスパン方向速度プロファイルを抽出します. 抽出条件はサンプリング間隔 δx に対する2点間速度差の絶対値 $|v(x+\delta x)-v(x)|$ が或る閾値を超えること. 閾値は絶対値が上位1%にあるような速度差が含まれるように設定します. 速度差が負となる場合には, 平均の際に速度信号の正負を入れ替えます. 結果を図3に示します(実線).

採用した閾値は恣意的なものですが, 渦管を良く検出すると期待されます. 図4に速度差の絶対値 $|v(x+\delta x)-v(x)|$ の確率密度分布を示します(実線). 上位1%に含まれるもの(矢印)は確率密度分布の裾を構成し, この裾は同じ標準偏差を持つガウス分布(点線)の裾に比べ十分に大きな振幅を持っています[19].

比較のためバーガス渦の速度プロファイルを図3に示します(点線). バーガス渦は渦管の代表的なモデルで, その旋回流速 u_θ は半径 r の関数として

$$u_\theta \propto \frac{2v_m}{ar} \left[1 - \exp\left(-\frac{ar^2}{4v_m}\right) \right], \quad (a > 0; v_m \text{ は分子動粘性係数})$$

バーガス渦の軸が測線に対し垂直に熱線を通過すると仮定しました. 乱流中の渦管では, 測線との角度や熱線との距離は様々な筈ですが, ここで仮定したような渦管が最も速度変動に寄与します[10, 13-15]. バーガス渦は $r = r_0 = 2.24\sqrt{v_m/a}$ で最大旋回流速 v_0 をとります. この r_0 をバーガス渦の半径と看做すことにします. パラメータ r_0 と v_0 の値は速度プロファイルのピーク付近を再現するように最小二乗法で求めました(表参照).

観測された速度プロファイルはバーガス渦の速度プロファイルと良く整合します. 渦管は確かに高レイノルズ数の乱流内に存在し間欠性に寄与しています. 渦管の半径 r_0 はコルモゴロフ長 η の数倍程度. 最大旋回流速 v_0 はコルモゴロフ速度 u_K の数倍あるいは流速揺らぎ v' の半分程度. 詳しく見ると観測された速度プロファイルはバーガス渦の速度プロファイルに比べ裾が広がっていますが, これは測線に対し傾いた渦管の寄与と考えられます.

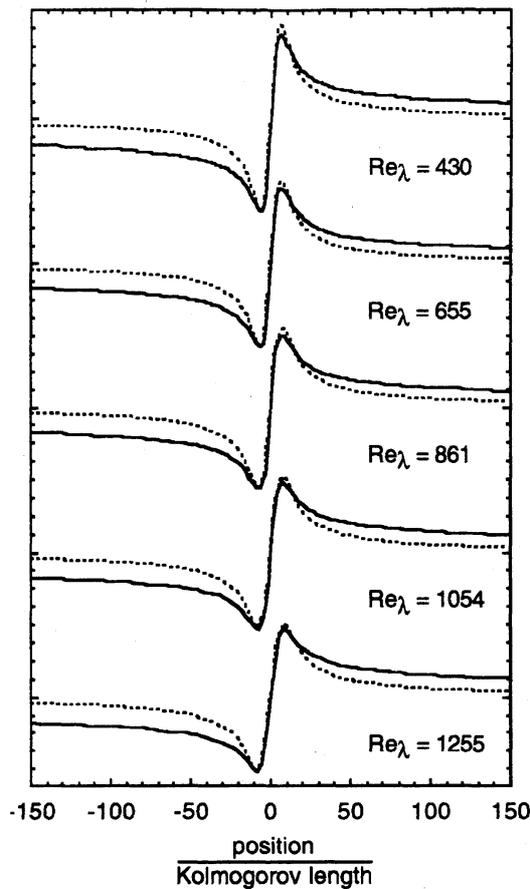


図3. 渦管のspan方向速度プロファイル(実線). 縦軸は流速揺らぎ v' で規格化(1目盛は $v'/10$). 横軸はコルモゴロフ長 η で規格化. 点線はバーガス渦のプロファイル.

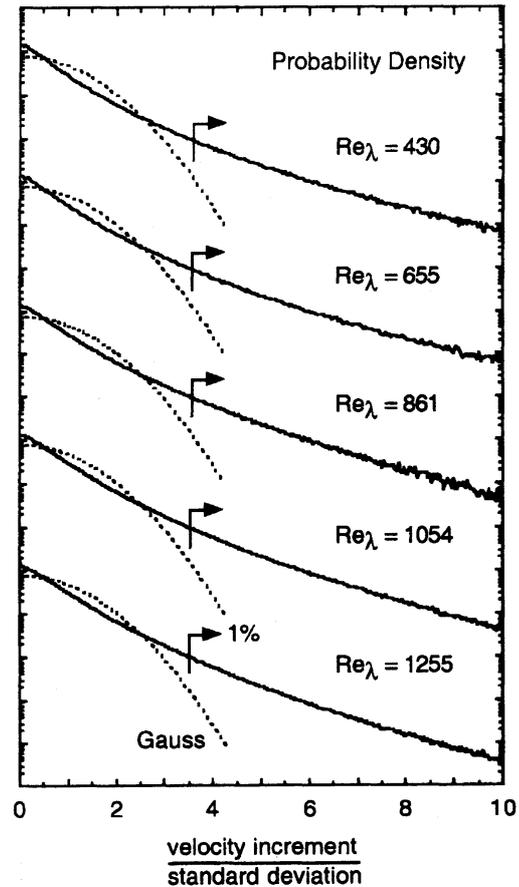


図4. 速度差の絶対値 $|v(x+\delta x)-v(x)|$ の確率密度分布(実線). δx はサンプリング間隔. 横軸は速度差の標準偏差で規格化. 矢印は上位1%の範囲を示す. 点線はガウス分布.

4. 渦管の空間分布

渦管の空間分布を, 渦管の間隔つまり2点間速度差の絶対値が大きな値をとる場所の間隔の確率密度 P_0 を用いて調べます. 前節と同じく, 絶対値が上位1%にあるような速度差を対象とします. 確率密度の分布を図5に示します(実線). 横軸はテイラー長 λ で規格化しました. 渦管の間隔がコルモゴロフ長 η 程度から(span方向速度の)積分長 L_v 程度まで広範囲に及んでいるためです.

確率密度 P_0 の分布は指数関数的な裾を持っています(点線). 間隔が指数分布に従うことは個々の事象が乱雑かつ独立であることを意味します[20]. つまり渦管は大スケールで乱雑

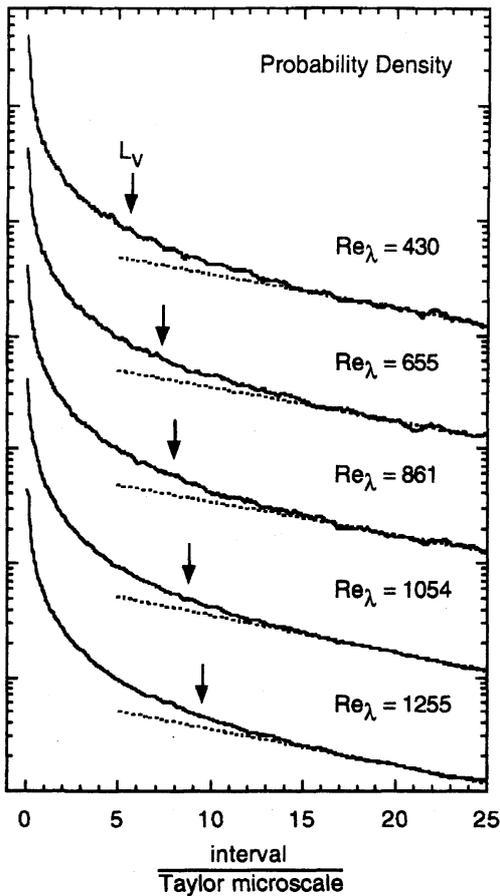


図5. 渦管の間隔の確率密度分布(実線). 個々の分布は指数関数的な裾(点線)の振幅により規格化. 矢印はスパン方向速度の積分長 L_v を示す.

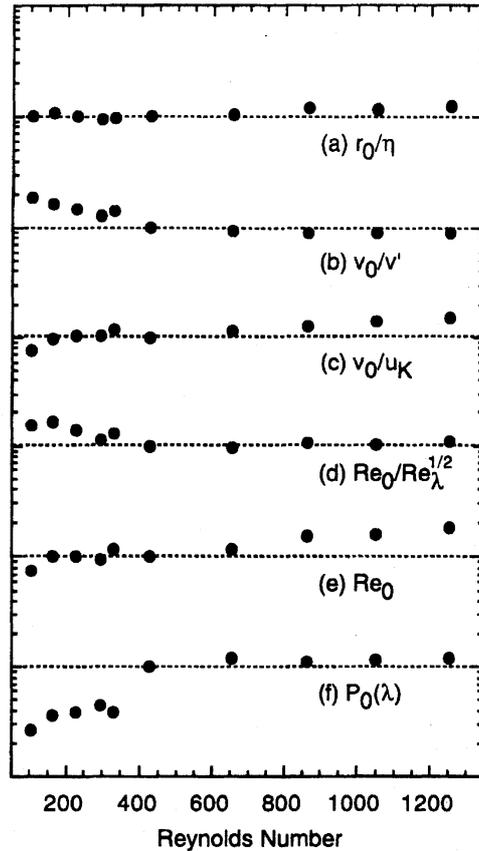


図6. 渦管パラメータのレイノルズ数 Re_λ への依存性. (a) r_0/η . (b) ν_0/ν' . (c) ν_0/u_K . (d) $Re_0/\sqrt{Re_\lambda} = (\nu_0 r_0/\nu_m)/\sqrt{Re_\lambda}$. (e) Re_0 . (f) $P_0(\lambda)$. 各パラメータの値は $Re_\lambda = 430$ における値で規格化.

かつ独立に分布しています. 積分長 L_v (矢印) 程度よりも小さい間隔では, 確率密度は指数分布のものに比べ大きくなっています. つまり渦管は小スケールで集団化しています. 一様等方乱流の直接数値計算で強い渦管がエネルギー保有渦の周辺に集中していることが見い出されています[6]. 類似の現象が粗面境界層乱流でも起きていると考えられます.

テイラー長 λ における確率密度 $P_0(\lambda)$ を表に示します. これより小さい間隔では確率密度の評価値は信頼できなくなります. 非常に強い渦管のある場所では同時に複数の2点間速度差が閾値よりも大きな値をとる可能性があるためです.

5. レイノルズ数依存性

渦管を特徴づけるパラメータのレイノルズ数 Re_λ への依存性を調べます。以前に取得したレイノルズ数 $Re_\lambda = 105\text{--}329$ の格子乱流のデータ[14]も併せて用います。これらのデータは今回のデータと同じ手順で再解析しました。結果を図6に示します。各パラメータの値はレイノルズ数430の粗面境界層乱流における値で規格化しています。

図6(a)に示すように、レイノルズ数 Re_λ の全範囲にわたり、渦管半径 r_0 はコルモゴロフ長 η に比例。今回得られた中で最も顕著はスケーリング則です。

図6(b)に示すように、レイノルズ数 Re_λ が400以上では、最大旋回速度 v_0 は流速揺らぎ v' に比例。レイノルズ数が400以下で比例しないことから、このスケーリング則は高レイノルズ数で達成されると考えられます。流速揺らぎは大スケールに関わる物理量ですが、渦管はエネルギー保有渦の周辺で生成されている可能性があり[2, 3, 6]、このような領域では渦管半径程度の小スケールでの速度変動が流速揺らぎ程度の大きさになり得ます。

図6(c)に示すように、レイノルズ数 Re_λ が400以下では、最大旋回速度 v_0 はコルモゴロフ速度 u_K に比例。しかしレイノルズ数が400以上では、このスケーリング則は流速揺らぎに関するスケーリング則ほど顕著ではありません。

半径 r_0 がコルモゴロフ長 η に比例し、最大旋回速度 v_0 が流速揺らぎ v' に比例する場合、渦管の循環に関するレイノルズ数 $r_0 v_0 / v_m$ は乱流レイノルズ数の平方根 $\sqrt{Re_\lambda}$ に比例します(図6(d))。乱流レイノルズ数が上昇すると循環に関するレイノルズ数が上昇し渦管は不安定になります。しかし一般に高レイノルズ数の乱流ほど間欠的であるという観測事実から、このような状況においても渦管は観測されるのに十分な寿命を持つと期待されます。

ここで得られた最大旋回速度 v_0 と循環レイノルズ数 $r_0 v_0 / v_m$ に関するスケーリング則は渦管一般では成立していない可能性があります。今回の解析では2点間速度差の絶対値に閾値を課すことにより旋回速度の大きな渦管を選びだしたからです。一様等方乱流の直接数値計算においても、圧力の極小点を用いて渦管を同定すると最大旋回速度の平均はコルモゴロフ速度 u_K に比例し[7]、渦度の大きさが或る閾値を超える点を用いて渦管を同定すると最大旋回速度の平均は流速揺らぎ v' に比例します[6]。

図6(f)に示すように、レイノルズ数 Re_λ の上昇に伴い、渦管の間隔がテイラー長 λ であるような確率密度 $P_0(\lambda)$ は上昇。つまり渦管の集団化は顕著になります。レイノルズ数が400以上では確率密度は変化しません。つまり渦管の集団化傾向は一定になります。レイノルズ数が400以下の格子乱流のデータ点と400以上の粗面境界層乱流のデータ点は滑らかに接続しませんが、渦管の空間分布が流れ場の大局的な構造の影響を受けているためと考えられます。

6. まとめ

レイノルズ数 $Re_\lambda = 430-1255$ の粗面境界層乱流においてスパン方向速度の時系列データを取得し、乱流の基本構造である渦管の高レイノルズ数での振舞を調べました。

条件付き平均により渦管の典型的なスパン方向速度プロファイルを抽出しました。速度プロファイルはバーガス渦の速度プロファイルで良く近似できます。半径 r_0 はコルモゴロフ長 η に比例。最大回転速度 v_0 は流速揺らぎ v' に比例。循環レイノルズ数 $r_0 v_0 / v_m$ は乱流レイノルズ数の平方根 $\sqrt{Re_\lambda}$ に比例していました。

渦管間隔の統計から、渦管の空間分布を調べました。積分長 L_ν よりも大きいスケールで渦管は乱雑かつ独立に分布しています。小さいスケールで渦管は集団化しています。テイラー長 λ における集団化の程度はレイノルズ数 Re_λ に依らず一定でした。

これらの性質は高レイノルズ数乱流の渦管において普遍的に成立していると期待されます。確証のためにはレイノルズ数がさらに高い乱流での実験が重要。また同一のレイノルズ数で異なる大局的構造の流れ場（格子乱流、境界層乱流、噴流、...）での渦管の比較も重要です。

今回の解析では2点間速度差の絶対値に閾値を課し回転速度の大きな強い渦管を選びました。結果は強い渦管に重きを置いたものになっています。しかし強い渦管は間欠性に特に重要ですから有用な結果であると考えています。

謝辞

研究会で有益な議論・コメントをして頂いた皆様に感謝いたします。本研究の一部は科研費 (B2) 14340138 により行われました。

参考文献

- [1] S. Douady, Y. Couder, & M.E. Brachet, *Phys. Rev. Lett.* 67, 983 (1991).
- [2] O. Cadot, S. Douady, & Y. Couder, *Phys. Fluids* 7, 630 (1995).
- [3] E. Villermaux, B. Sixou, & Y. Gagne, *Phys. Fluids* 7, 2008 (1995).
- [4] A. La Porta, G.A. Voth, F. Moisy, & E. Bodenschatz, *Phys. Fluids* 12, 1485 (2000).
- [5] A. Vincent & M. Meneguzzi, *J. Fluid Mech.* 225, 1 (1991); 258, 245 (1994).
- [6] J. Jimenez, A.A. Wray, P.G. Saffman, & R.S. Rogallo, *J. Fluid Mech.* 65 (1993); J. Jimenez & A.A. Wray, *J. Fluid Mech.* 373, 255 (1998).

- [7] H. Miura & S. Kida, J. Phys. Soc. Jpn. 66, 1331 (1997); S. Kida & H. Miura, J. Phys. Soc. Jpn. 69, 3466 (2000); T. Makihara, S. Kida, and H. Miura, J. Phys. Soc. Jpn. 71, 1622 (2002).
- [8] M. Tanahashi, T. Miyauchi, & J. Ikeda, in IUTAM Symposium on Simulation and Identification of Organized Structures in Flows, edited by J.N. Sorensen, E.J. Hopfinger, & N. Aubry (Kluwer, Dordrecht, 1999), p. 131.
- [9] 例外的に $Re_\lambda = 429$ が Y. Y. Kaneda, T. Ishihara, M. Yokokama, K. Itakura, & A. Uno, Phys. Fluids 15, L21 (2003)により達成されています。数値計算の最大波数を通常の $2/\eta$ から $1/\eta$ に下げれば、より高いレイノルズ数を得ることが出来ますが、このような低分解能の数値計算は渦管の研究には適していません。
- [10] F. Belin, J. Maurer, P. Tabeling, & H. Willaime, J. Phys. II 6, 573 (1996). 低温ヘリウムを用いた $Re_\lambda = 151-5040$ の実験から、 $Re_\lambda = 700$ 周辺を境にして渦管の性質が大きく変化することを報告しています。このような変化は我々の実験では確認されませんでした。
- [11] A. Noullez, G. Wallace, W. Lempert, R.B. Miles, & U. Frisch, J. Fluid Mech. 339, 287 (1997).
- [12] R. Camussi & G. Guj, Phys. Fluids 11, 423 (1999).
- [13] H. Mouri, M. Takaoka, & H. Kubotani, Phys. Lett. A 261, 82 (1999).
- [14] H. Mouri, A. Hori, & Y. Kawashima, Phys. Lett. A 276, 115 (2000); Phys. Rev. E 67, 016305 (2003).
- [15] H. Mouri & M. Takaoka, Phys. Rev. E 65, 027302 (2002).
- [16] 通常99%厚さと排除厚さは平均流速の最大値ではなく流入速度を用いて定義されますが、気象研究所風洞には天井の高さを調節して流れ方向の圧力勾配を零にする機能が無いため、境界層内の高い場所での平均流速が流入速度を超えてしまいます。このため今回の定義を採用しました。
- [17] H. Mouri, M. Takaoka, A. Hori, & Y. Kawashima, Phys. Rev. E 68, 036311 (2003).
- [18] P.-A. Krogstad and R. A. Antonia, J. Fluid Mech. 277, 1 (1994).
- [19] 図4の確率分布関数の形はレイノルズ数 Re_λ に殆ど依存していません。エネルギー保有渦のスケールとサンプリング間隔の実寸が各々殆ど変化していないからです。
- [20] W. Feller, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, 3rd ed. (Wiley, New York, 1968), Vol. 1, Chap. 17.6.