

## 浅水系における非定常なジェット流からの重力波放射 —パラメータスイープ実験—

名古屋大学大学院・工学研究科 杉本 憲彦 (Norihiko Sugimoto)  
Graduate School of Engineering,  
Nagoya University

京都大学大学院・理学研究科 石岡 圭一 (Keiichi Ishioka)  
Graduate School of Science,  
Kyoto University

### 概要

$f$  平面浅水系において、帯状強制のあるジェットの非定常運動に伴う重力波放射をロスビー数 ( $Ro$ ; 移流項とコリオリ項の比), フルード数 ( $Fr$ ; 流速と重力波の位相速度の比) ではられる幅広いパラメータ領域で調べた. 重力波フラックスの  $Fr$  依存性では,  $Ro$  が大きい (地球回転の効果が小さい) 領域で, 古典的な渦からの音波放射理論で予測される  $Fr$  のべき則が成り立つ一方で,  $Ro$  の小さい (地球回転の効果が大きい) 領域でこのべき則は成り立たない. また,  $Ro$  依存性では,  $Ro$  の大きい領域で重力波フラックスは一定であるのに対して,  $Ro$  の小さい領域で急激に減少した. その一方で, これらの  $Ro$  の中間の領域では, 重力波フラックスは極大値を持った. 重力波ソースとその振動数スペクトルの解析により,  $Ro$  の小さな場合の  $Fr$  のべき則の破れは,  $Fr$  の増加に伴う変形半径の減少と慣性振動数のカットオフ効果によることが示された. すなわち, 渦の相互作用が抑制され, 渦が安定化することにより, ジェットの非定常運動の振動数が減少するためである. また,  $Ro$  小さい領域での重力波フラックスの急激な減少は慣性振動数のカットオフに,  $Ro$  の中間領域での極大は, 地球回転の効果を含むソース項が卓越する一方で, 慣性振動数のカットオフが未だ影響しないためであることが示された.

### 1. はじめに

重力波は中層大気の大循環を駆動する点 (Holton *et al.*, 1995) で重要で, その励起源や励起機構は今日的な研究対象である. 観測による研究では, 極夜ジェット (Yoshiki and Sato, 2000) や, 亜熱帯ジェット (Kitamura and Hirota, 1989), 台風 (Pfister *et al.*, 1993) 等の強い回転成分流からの重力波放射の可能性が報告されているが, その放射過程は未だ解明されていない.

一方で, 初期に非バランス状態を仮定し, そこからの重力波放射を議論する古典的な地衡流調節過程 (Rossby, 1938) は, これら現実大気の継続的な重力波放射過程の説明には不適切である. なぜなら, これらの重力波は, むしろほぼバランスした流れの非定常運動に伴って放射されると考えられるためである (Ford *et al.*, 2000). また, 大気大循環モデル等の数値モデルを用いて, ジェットからの重力波放射を調べた研究 (O'Sullivan and Dunkerton, 1995 等) があるが, これらのモデルは複雑な物理過程を多く含み, 現象の本質を解明するのには向いていない.

我々はこれまで, バランスした渦モードとバランスしない重力波モードを含むもっとも簡略化した系である  $f$  平面浅水系を用いた数値実験により, 強制散逸のあるジェット流の非定常運動に伴う継続的な重力波放射を調べてきた (Sugimoto *et al.*, 2005a).  $f$  平面浅水系の特徴は回転の効果を無視する

と、音響学における圧縮性流体の方程式と等価な点にある。それゆえ、 $f$  平面浅水系における重力波は音響学における音波と対応づけられる。渦からの音波理論では、小さなマッハ数  $M$  ( $M = U/C_a$ ;  $U$  は流速で、 $C_a$  は音波の位相速度) での、音波放射の強さに  $M$  のべき依存性が成り立つことがよく知られている (Lighthill, 1952)。そこで本研究では、ジェットからの継続的な重力波放射について、 $M$  と物理的に等価な  $Fr$  ( $Fr = U/C_g$ ;  $U$  は流速で、 $C_g$  は重力波の位相速度) 依存性を調べる。また同時に、地球回転の効果 ( $Ro$  依存性) が重力波放射に及ぼす影響にも着目し、 $Ro$ ,  $Fr$  の広範なパラメータ領域で、ジェットからの重力波放射を調べる。

## 2. 基礎方程式系と実験設定

本研究で用いる基礎方程式系は、強制散逸のある  $f$  平面浅水方程式系である。 $f$  をコリオリパラメータとして、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} - \underbrace{\alpha(u - \bar{u})}_{\text{forcing}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} - \underbrace{\alpha(v - 0)}_{\text{forcing}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial (h - \bar{h}_b)}{\partial x} + v \frac{\partial (h - \bar{h}_b)}{\partial y} + (h - \bar{h}_b) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (3)$$

ここで、従属変数  $u$  と  $v$  は経度方向 ( $x$ ) と緯度方向 ( $y$ ) の速度成分で、 $h$  は水位である。 $\bar{u}$  と  $\bar{h}_b$  は以下で定義する基本場の帯状なジェットに伴う流速と底面地形である。また、外部パラメータ  $g$  は重力加速度であり、緩和時間  $\alpha$  のかかる項は、ジェットを維持する強制の効果で、ジェットの近傍にのみ加えた。

基本場は次の式で与えられる順圧不安定な帯状ジェット (Hartmann, 1983) である。

$$\bar{u}(y) = U_0 \operatorname{sech} \left\{ \frac{2y}{B} \right\}. \quad (4)$$

ここで、 $U_0$ ,  $B$  はそれぞれ、ジェットの強さ、幅を与えるパラメータである。また本研究では、底面地形を導入し、平均水深  $H_0$  をジェットの南北で一定にした。このジェットのパラメータによって、無次元化パラメータ  $Ro$  (ロスビー数) と  $Fr$  (フルード数) を以下で定義した。

$$Ro \equiv \frac{U_0}{fB}, \quad Fr \equiv \frac{U_0}{\sqrt{gH_0}}. \quad (5)$$

本研究では  $U_0$  と  $B$  を固定したため、 $Ro$  は  $f$  を決め、 $Fr$  は  $1/\sqrt{gH_0}$  を決めるパラメータになる。図 1 に  $Ro = 100$ ,  $Fr = 0.3$  における基本場の緯度構造の一例を示す。ポテンシャル渦度の緯度変化  $d\bar{q}(y)/dy$  ( $\bar{q} = (\bar{\zeta} + f)/H_0$ ; ここで、 $\bar{\zeta} = -\partial\bar{u}/\partial y$  は渦度) がジェット領域で符号を変えるため、このジェットの基本場は順圧不安定の必要条件を満たしている。

数値実験の領域は、 $x$  方向に周期  $2\pi$ ,  $y$  方向に無限領域を設定した。無限領域の計算は、関係式  $y = 2r \tan(\theta/2)$  によって、 $\theta \in (-\pi, \pi)$  を  $y \in (-\infty, \infty)$  に写像することによって行う (Ishioka, 2006)。ここで、 $r$  は  $x$  方向と  $y$  方向のグリッド間隔の比を決めるスケールパラメータである。この変換によって、ジェット領域のグリッド間隔を密にとる一方で、重力波の伝播域のグリッド数の節約が可能

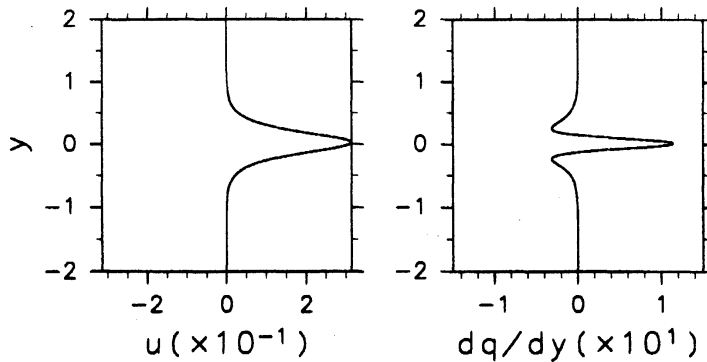


図1:  $Ro = 100$ ,  $Fr = 0.3$ における帯状な基本場の緯度構造の拡大図: (左)  $\bar{u}(y)$ , (右)  $d\bar{q}(y)/dy$ .

になる. 非線形数値実験では, 浅水方程式をスペクトル変換法 (Ishioka, 2002) によって解いた. 分解能を  $x$  方向切断波数  $K = 21$ ,  $y$  方向切断波数  $L = 336$  ( $64 \times 1024$  grids) に設定し, 遠方でスポンジの働きをする擬高階粘性を入れて, 4次精度のルンゲクッタ法で時間積分した.

### 3. ライトヒル方程式, 重力波フラックスの見積もりとそのべき則

底面地形を導入した強制散逸  $f$  平面浅水系におけるライトヒル方程式は以下になる.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - c_0^2 \nabla^2 \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij} - F_1 - F_2. \quad (6)$$

ここで,  $x_1 = x, x_2 = y$  で  $c_0 = \sqrt{gH_0}$  は最も速い重力波の位相速度を表す. 左辺は重力波の伝播を表し, 右辺は重力波のソースを表す. また,  $T_{ij}$  は以下のように書ける.

$$T_{ij} = \frac{\partial(hu_i u_j)}{\partial t} + \frac{f}{2} (\epsilon_{ik} h u_j u_k + \epsilon_{jk} h u_i u_k) + \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial t} (h - H_0)^2 \delta_{ij}. \quad (7)$$

ここで,  $\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = -1, \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$  で  $u_1 = u, u_2 = v$  である.  $F_1, F_2$  はそれぞれ強制と底面地形によるソース項である.

次に, (6) を  $x$  平均した1次元のクラインゴルドン方程式の解を考える.  $\partial^2 \overline{T_{22}}(y, t) / \partial y^2$  及び  $\overline{F}(y, t) = \overline{F_1} + \overline{F_2}$  を  $x$  方向に平均したソース項でとして, ソース域から離れた場所での  $x$  方向に平均した  $\partial \overline{h}(y, t) / \partial t$  は以下の形に書ける.

$$\frac{\partial \overline{h}(y, t)}{\partial t} = \frac{1}{2c_0} \int_{t_0}^t dt' \int_{y_-}^{y_+} dy' J_0 \left( f \sqrt{(t-t')^2 - \left( \frac{y-y'}{c_0} \right)^2} \right) \left[ \frac{\partial^2 \overline{T_{22}}(y', t')}{\partial y'^2} - \overline{F}(y', t') \right]. \quad (8)$$

ここで,  $y_{\pm} = y \pm c_0(t-t')$  である. (8) を  $y$  方向に一度積分し, 次の方程式を得る.

$$\frac{\partial \overline{h}(y, t)}{\partial t} = \frac{1}{2c_0} \int_{t_0}^t dt' \left[ \frac{\partial \overline{T_{22}}(y_+, t')}{\partial y} + \overline{F}'(y_+, t') - \frac{\partial \overline{T_{22}}(y_-, t')}{\partial y} - \overline{F}'(y_-, t') \right] + D. \quad (9)$$

ここで,  $\overline{F}'(y, t')$  は強制と底面地形によるソース項を  $x$  方向に平均して  $y$  方向に一度積分したものの和で,  $D$  は分散性の効果を表す項である. もし, ジェット近傍のソースが与えられれば, (9) より, ジェット領域から離れた場所での重力波を計算することができる.

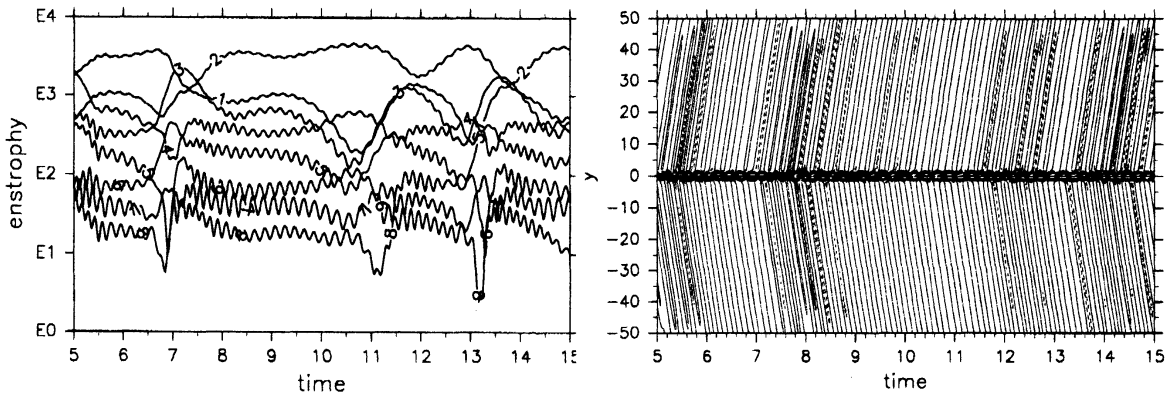


図2: (左) エンストロフィーの各波数成分 (1-8) の時間変化, (右)  $\partial\bar{h}/\partial t$  の  $t$ - $y$  断面図. コンター間隔は 1 で, 正の値とゼロ値は実線, 負の値は破線である.

さらに, (6) を  $x$  平均した 1 次元クラインゴルドン方程式について, 重力波放射のスケールを見積もる (Ford, 1994). ここで, 強制と底面地形のソース項からの寄与は小さいので, 以下の議論では省略した. 時間方向に波型解を仮定して  $\overline{T_{22}}(y) \sim \omega \overline{u^2}(y) H_0$  を考慮すると,  $\bar{h}(y, t) \sim H_0 (U_0/c_0)^2 (B(\omega^2 - f^2)^{1/2}/c_0)$  が得られる. ここで,  $U_0, B, H_0$  をそれぞれジェット領域の速さ, 長さ, 深さの特徴的なスケールとした. 浅水系では, ポテンシャル渦度のない領域で, 擬エネルギー及びそのフラックスは以下で表せる.

$$A_e = \frac{1}{2}h(u'^2 + v'^2) + \bar{u}u'h + \frac{1}{2}gh'^2, \quad (10)$$

$$F_e = \mathbf{u}A_e + H_0\mathbf{u}_0 \cdot \mathbf{u}'\mathbf{u}' - \frac{1}{2}H_0u'^2\mathbf{u}_0 + \frac{1}{2}gh'^2\mathbf{u} + gH_0h'\mathbf{u}'. \quad (11)$$

ここで,  $(u, v, h) = (\bar{u}, 0, H_0) + (u', v', h')$  で,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'$ ,  $\mathbf{u}_0 = (\bar{u}, 0)$ ,  $\mathbf{u}' = (u', v')$  である. よって, 擬エネルギーフラックスのスケールは,  $h'$  のスケーリングを用いて, 遠方では以下でスケールされる.

$$F_e \sim \frac{\omega B^2 U_0^3 Fr(\omega^2 - f^2)^{1/2}}{g}. \quad (12)$$

ここで,  $U_0, B$  を固定していることを考慮すると, この式は  $\omega$  が一定で  $f$  が無視できる極限では, 重力波フラックスが  $Fr$  の 1 次のべき則に従うことを示している. 一方  $\omega B \sim U_0$  が成り立ち,  $H_0$  を固定した場合は,  $F_e$  は  $U_0$  の 6 乗に比例することになり, 音響学における音波放射の  $M$  の 6 乗則に対応する.

#### 4. 結果

まず,  $Ro = 100, Fr = 0.3, \alpha = 12$  における時間発展の結果を示す. 図2はエンストロフィーの各  $x$  方向波数成分の時間変化と  $x$  方向に平均した  $\partial\bar{h}/\partial t$  の  $t$ - $y$  断面図である. 不安定擾乱の発達の効果と強制によるジェットを維持する効果によって, エンストロフィーがカオス的に変化し, このジェットの非定常運動に伴ってジェット領域 ( $y = 0$ ) の近傍から継続的に重力波が放射されていることがわかる.

図3は  $\partial\bar{h}/\partial t$  の時間変化をジェットから離れた各緯度  $y$  について示したものと, (9) から分散関係を省いて理論的に計算したものである. 重力波はジェット領域から最も早い重力波の位相速度 ("gr" の

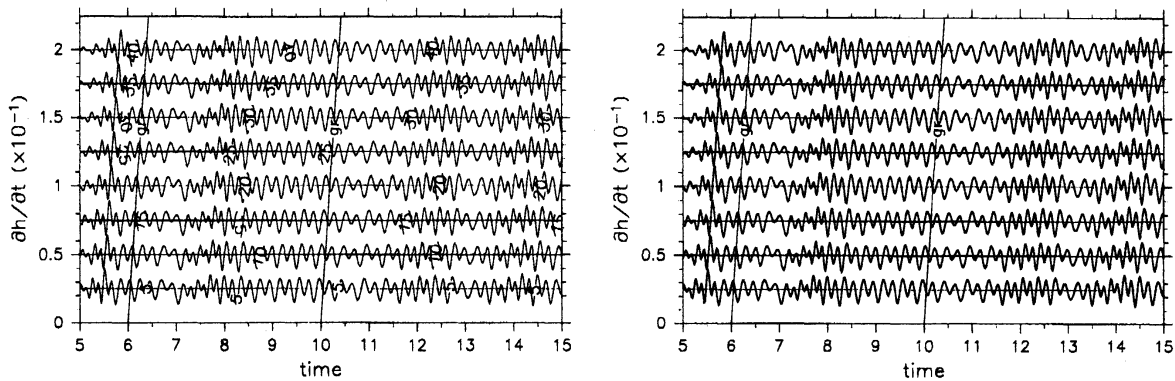


図3: (左) 各緯度  $y$  での  $\partial \bar{h} / \partial t$  と (右) (9) からジェット領域の全ソースを用いて計算したもの。各線はそれぞれ  $y = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$  である。ここで各線のゼロ線は緯度毎に  $d = 0.05y$  だけずらしてある。"gr" はもっとも早い重力波の位相速度を表す。

黒線) にそって放射されている。無限遠方に境界を持つモデルを用いたために、重力波の反射等がなく、遠方場の帯状な重力波は帯状平均したライトヒル方程式の解からほぼ完璧な精度で求まっている。すなわち、重力波はこの図の領域 ( $0 \leq y \leq 40$ ) ではほとんど数値粘性や強制の影響を受けずに伝播しており、この領域で重力波放射の特徴について精度のよい解析が可能であることがわかる。

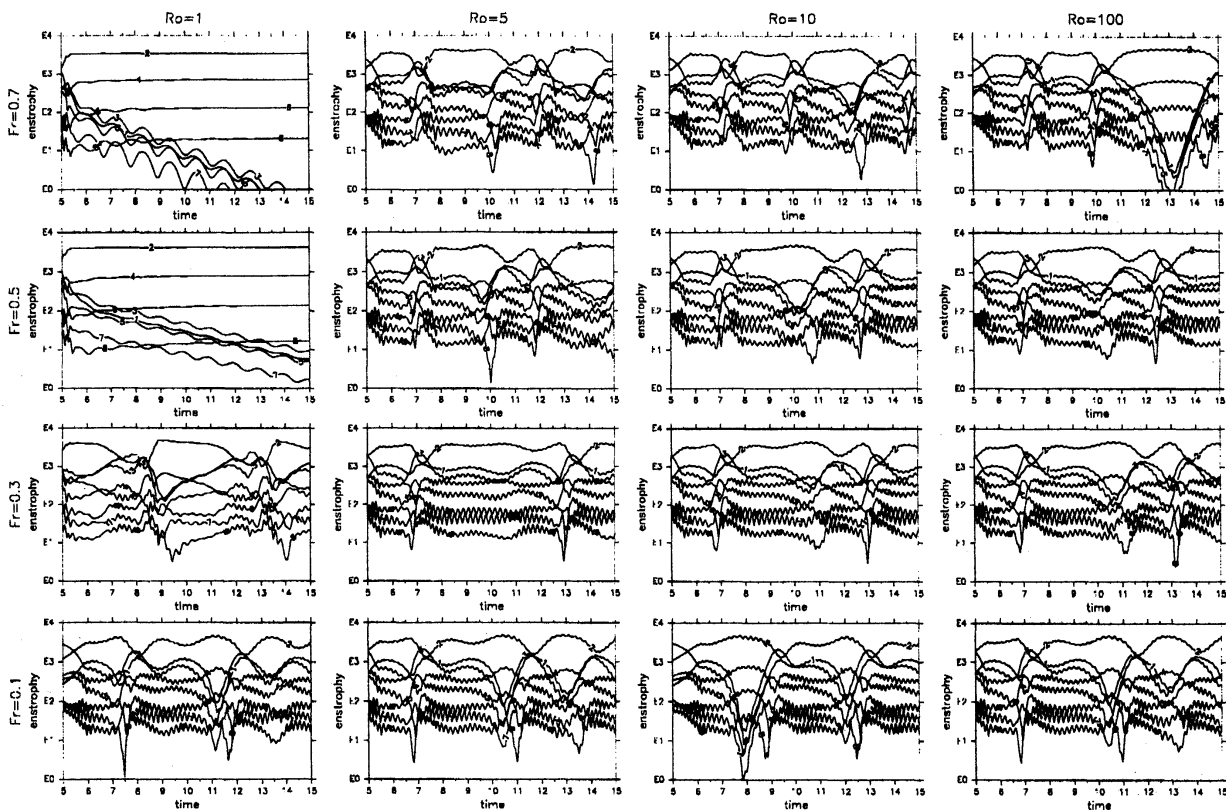


図4: エンストロフィーの  $x$  方向の各波数成分 ( $k = 1 - 8$ ) の時間発展 ( $5.0 \leq t \leq 15.0$ ) の  $Ro$ - $Fr$  パラメータ依存性。縦に  $Fr (= 0.1, 0.3, 0.5, 0.7)$ , 横に  $Ro (= 1, 5, 10, 100)$  を示す。

図4はエンストロフィーの各  $x$  方向波数成分の時間発展の  $Ro$ - $Fr$  パラメータ依存性を示したものである。  $Ro = 1$  で  $Fr$  が大きな場合 (0.5, 0.7) を除いた全パラメータ領域で、図2と定性的に同じジェット非定常運動が見られる。すなわち、 $Ro$  や  $Fr$  の変化に対応した  $f$  や  $H_0$  の変化は流れ場に影響を与えないことがわかる。  $Ro = 1$  の大きな  $Fr (= 0.5, 0.7)$  では、変形半径 ( $\sqrt{gH_0}/f = RoL/Fr$ ) の減少のために、ジェットの非線形相互作用が起こりにくくなり、流れが定常化していると考えられる。

図5は非線形段階での  $\partial\bar{h}/\partial t$  の  $t$ - $y$  図の  $Ro$ - $Fr$  パラメータ依存性を示したものである。  $Ro = 5, 10, 100$  では、図4で示したジェットの非定常運動に伴って、ジェット領域 ( $y = 0$ ) から継続的に重力波が放射されている。重力波の位相速度は  $\sqrt{gH_0} = u_0/Fr$  で与えられるため、大きな  $Fr$  の方が水深が浅く位相速度は遅い。図4で見たように、ジェット領域の非定常運動の振動数は  $Fr$  変化に関してほぼ一定であるため、小さな  $Fr$  の重力波の方が同じ1周期のジェットの振動の間により遠くまで伝播する。このため、小さな  $Fr$  の重力波の南北波長は長くなり、重力波の波長は  $Fr^{-1}$  に比例することになる。コンターで見ると、大きな  $Fr$  で  $\partial\bar{h}/\partial t$  が大きくなっている。一方  $Ro = 1$  では、ジェットの非定常運動のない大きな  $Fr (= 0.5, 0.7)$  で重力波が放射されないばかりか、ジェットが非定常運動する  $Fr = 0.1, 0.3$  でも重力波はほとんど放射されない ( $Fr = 0.1$  にみえる変動は重力波ではなく、ジェットの非定常運動に伴うバランスしたモードで、位相速度も重力波と異なっていることに注意)。

図6は  $Ro = 10$ (左) 及び  $Ro = 100$ (右) での重力波フラックスの  $Fr$  依存性である。  $y = 40$  で帯状

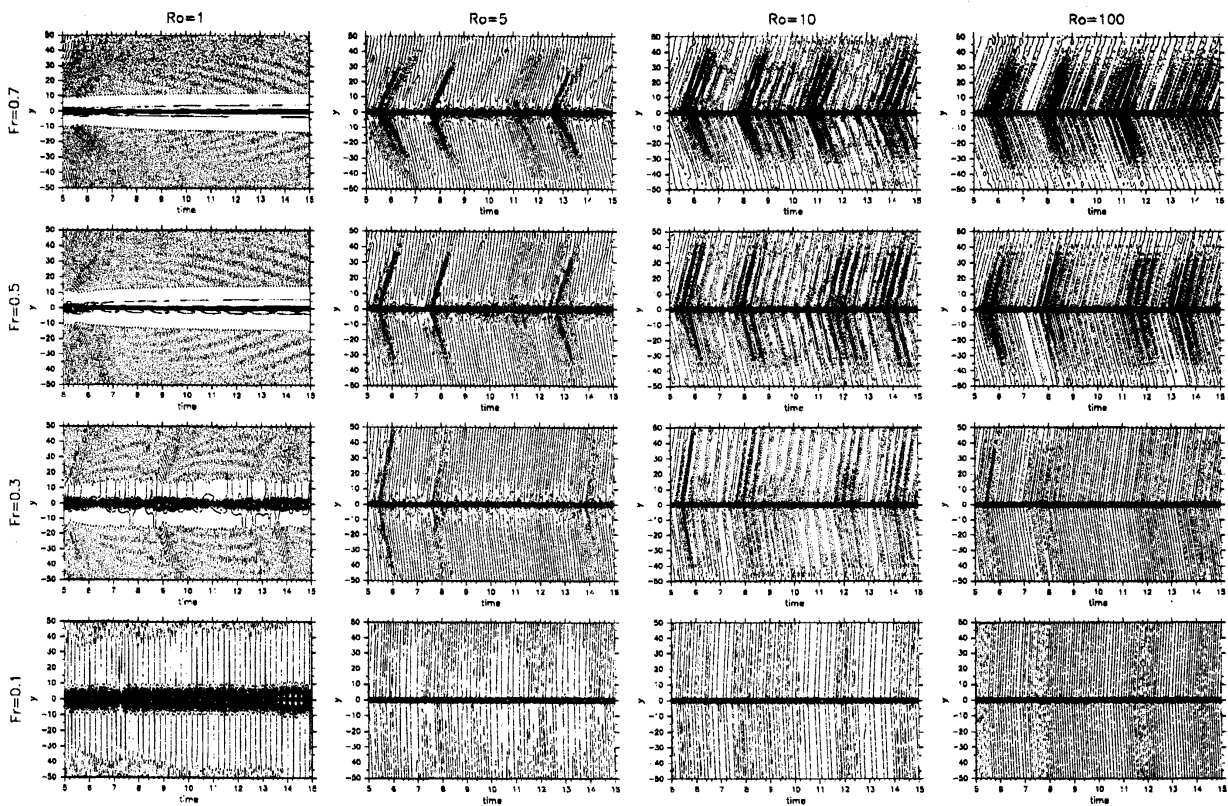


図5:  $\partial\bar{h}/\partial t$  の  $t$ - $y$  断面図 ( $5.0 \leq t \leq 15.0$ ,  $-50 \leq y \leq 50$ ) の  $Ro$ - $Fr$  パラメータ依存性。縦に  $Fr (= 0.1, 0.3, 0.5, 0.7)$ , 横に  $Ro (= 1, 5, 10, 100)$  を示す。コンター間隔は図2と同じである。

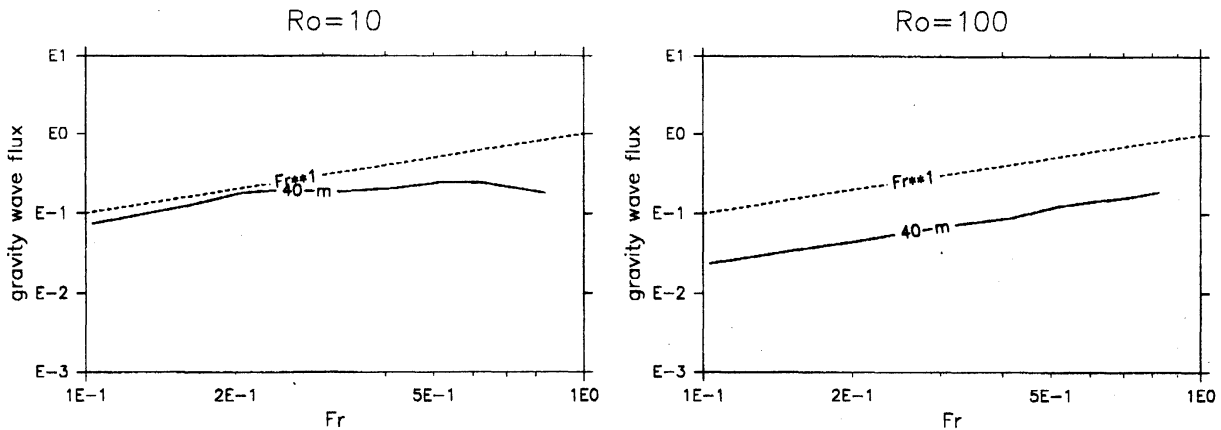


図6：(左) $Ro = 10$ と(右) $Ro = 100$ での重力波フラックスの $Fr$ 依存性.

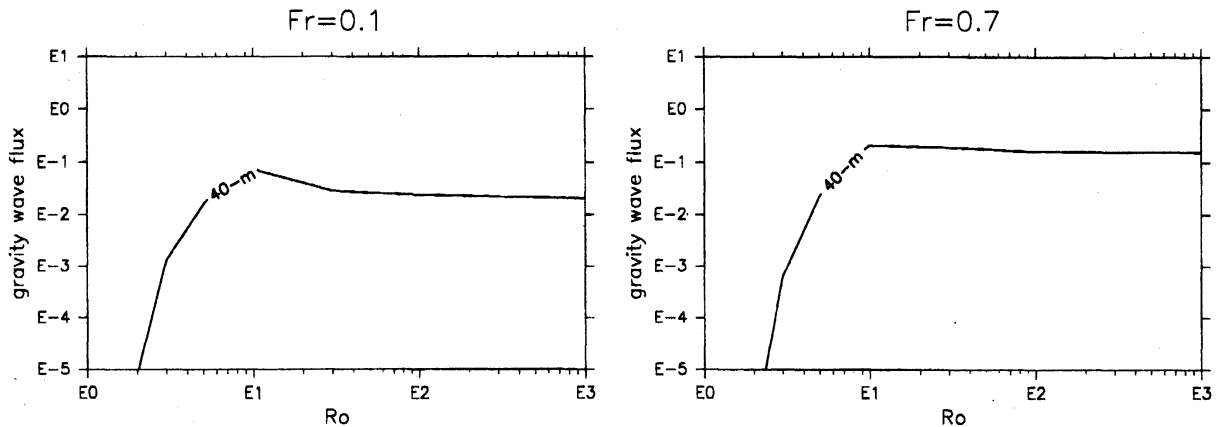


図7：(左) $Fr = 0.1$ と(右) $Fr = 0.7$ での重力波フラックスの $Ro$ 依存性.

平均した重力波フラックスについて、 $5.0 \leq t \leq 15.0$ の時間平均値を示す。地球回転の効果が無視できる大きい $Ro (= 100)$ では、(12)の $Fr$ のべき則が成り立つ一方で、それほど大きくない $Ro (= 10)$ ではこのべき則に従っていない。

図7は $Fr = 0.1$ と $Fr = 0.7$ での重力波フラックスの $Ro$ 依存性を示したものである。 $Ro$ の大きい領域( $Ro \geq 30$ )では、重力波フラックスは両 $Fr$ でほぼ一定であるのに対して、 $Ro$ の小さい領域( $Ro \leq 10$ )では重力波フラックスは急激に減少する。また $Fr = 0.1$ での、この中間の $Ro = 10$ 付近では、重力波フラックスは極大値を持つ。 $Ro$ の減少は地球回転の効果が強まることに対応し、これが重力波放射を強めるセンスに働くという結果は興味深い。

上記の重力波フラックスのパラメータ依存性は、古典的な渦からの音波放射理論では説明されない特徴を含む。そこで重力波ソースを解析し、これらのパラメータ依存性について調べる。ソースから遠方の帯状な重力波の計算では、(6)の右辺のソースの中の強制や底面地形に起因する項の寄与は小さく、 $\overline{T_{22}}$ の項が効いていた(図には示さない)。そこで、ジェット領域における $\overline{T_{22}}$ の積算量 $\int_{-B_j}^{B_j} \overline{T_{22}} dy$

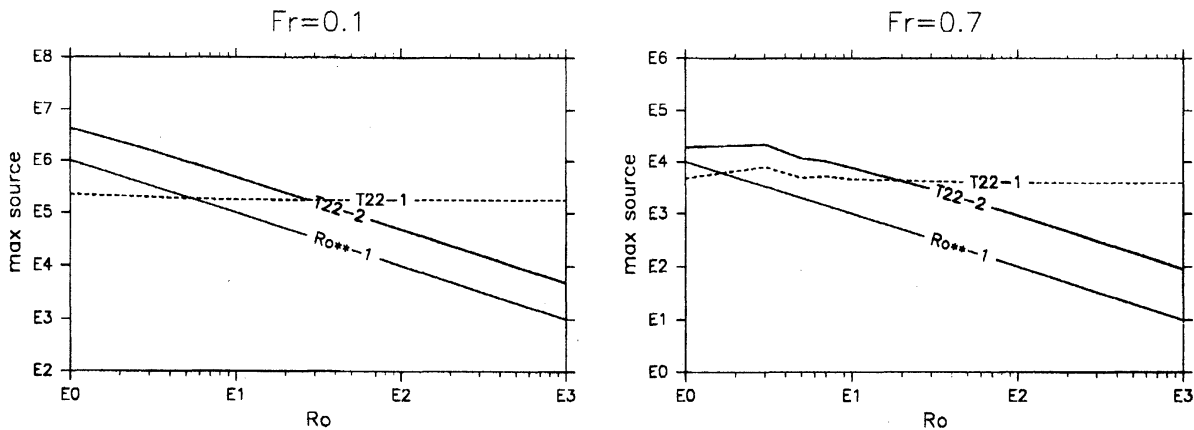


図8: (左)  $Fr = 0.1$  と (右)  $Fr = 0.7$  での重力波ソースの  $Ro$  依存性. ソースの積算について時間方向 ( $5.0 \leq t \leq 15.0$ ) の最大値を取っている. 破線と実線はそれぞれ (13) の  $T_{22}^{(1)}$ ,  $T_{22}^{(2)}$  を表す.

について, 以下の各項にわけて調べる. ここで,  $B_j (= 8)$  はジェット領域の幅である.

$$\overline{T_{22}} = \underbrace{\frac{\partial(hv^2)}{\partial t}}_{T_{22}^{(1)}} - \underbrace{fhu v}_{T_{22}^{(2)}} + \underbrace{\frac{g}{2} \frac{\partial h^2}{\partial t}}_{T_{22}^{(3)}} \quad (13)$$

図8は  $Fr = 0.1$  と  $Fr = 0.7$  における重力波ソースの  $Ro$  依存性を示したものである.  $T_{22}^{(3)}$  の項はいつでも小さいので図には示さない. (13) の  $T_{22}^{(1)}$  (破線) は  $Ro$  変化に対してほぼ一定な一方で,  $T_{22}^{(2)}$  (実線) は  $Ro^{-1}$  に比例する. (13) の  $T_{22}^{(1)}$  が一定であるのは,  $U_0$  と  $H_0$  が一定で, ジェットの非定常運動がほぼ同じであるためである. 一方, (13) の  $T_{22}^{(2)}$  が  $Ro^{-1}$  に比例するのは,  $f \sim Ro^{-1}$  であるためである. これより, このソースの主要な項の変化が,  $Fr = 0.1$  の  $Ro = 10$  での極大を説明する可能性が示唆される. しかしながら, (13) の  $T_{22}^{(2)}$  は  $Ro$  の減少に伴って増加し続けるため, 重力波フラックスは  $Ro$  の減少に伴い増加し続けようである. 以下では, なぜ  $Ro = 10$  で極大になり, それより小さい  $Ro$  では重力波フラックスが減少するのかについて調べる.

図9は  $Fr = 0.1$  での (13) の各ソースをジェット領域で積算し, これを時間方向にスペクトル解析したものの  $Ro$  依存性を示したものである. スペクトル解析は  $5.0 \leq t \leq 15.0$  の区間で 50000 点のサンプリングを行った時系列データについて, 両端の  $1/10$  のデータにコサイン窓をかけて行った. また, 図の "cut-off" で示される慣性振動数  $f/2\pi$  は, (12) より重力波が伝播できる閾値の振動数で, これより高振動数成分の重力波のみしか伝播できないことを意味する. (13) の  $T_{22}^{(1)}$  (破線) は  $Ro$  変化に関わらず, ほぼ一定の大きさのピークをほぼ同じ振動数 ( $\nu_j^{(1)} \sim 5$ ) でとるのに対して, (13) の  $T_{22}^{(2)}$  (実線) のピークは  $Ro$  の減少とともに大きくなる. この項のピークの振動数もほぼ一定 ( $\nu_j^{(2)} \sim 2.5$ ) であるが, この振動数は  $T_{22}^{(1)}$  のピークの振動数に比べて小さい ( $\nu_j^{(2)} < \nu_j^{(1)}$ ).  $Ro$  の減少に伴って, 重力波放射の閾値である慣性振動数  $f/2\pi$  は変化するため,  $2.5 \leq f/2\pi$  すなわち  $Ro \leq 6.36$  では  $Ro$  の減少に伴って (13) の  $T_{22}^{(2)}$  の項が大きくなってそれ以上の重力波は放射されず,  $Ro \leq 3.18$  では (13) の  $T_{22}^{(1)}$  の項による重力波も放射されなくなる. これより,  $Ro$  が小さな領域での重力波フラックスの急激な減少 (図7; 左図参照) は, 慣性振動数の増加によるカットオフ効果に起因し,  $Ro = 10$  付近での極



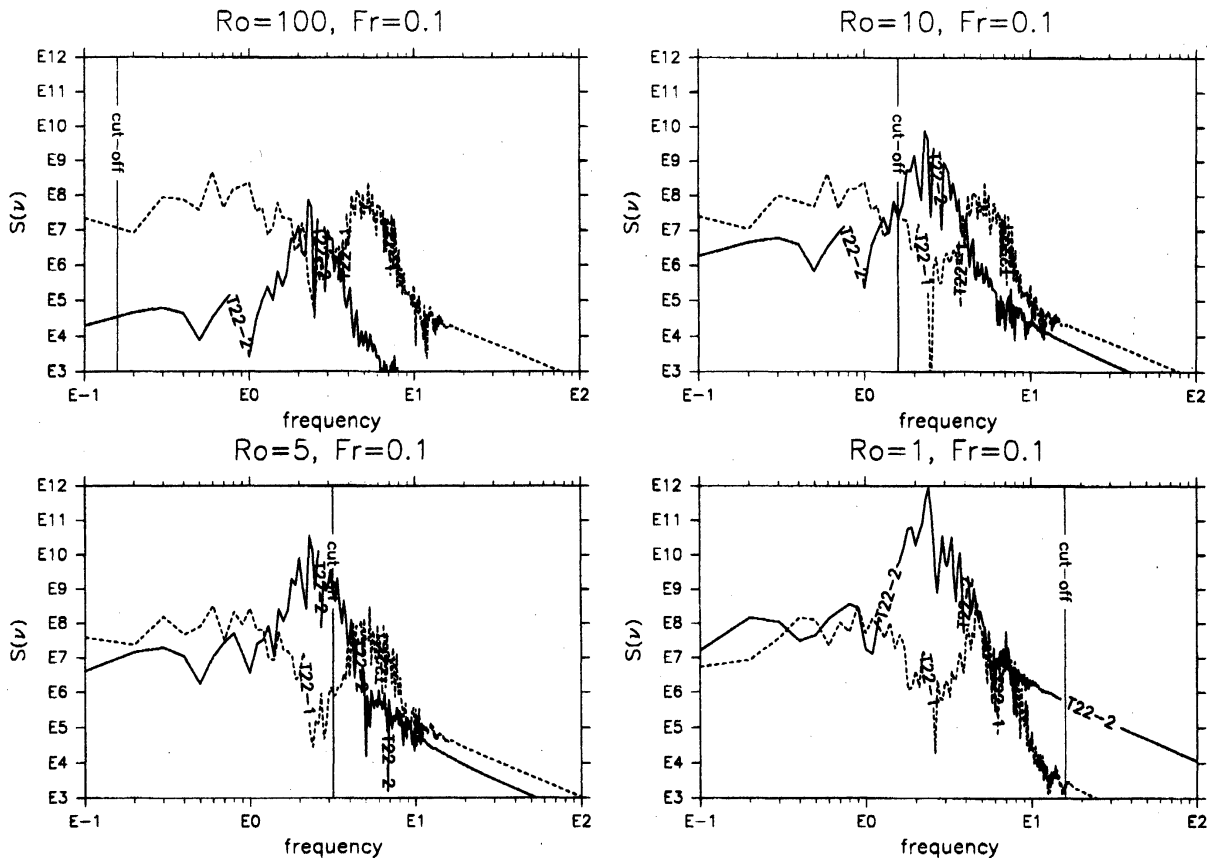


図9:  $Fr = 0.1$ でのソースの積算の振動数スペクトルの  $Ro$  依存性. (左上) $Ro = 100$ , (右上) $Ro = 10$ , (左下) $Ro = 5$ , (右下) $Ro = 1$ である. 各線の意味は図7と同様で, "cut-off" で示される黒線は慣性振動数  $f/2\pi$  である.

大は, 図8でみたソースの主要項の変化とカットオフの中間の領域であることに起因することがわかる. 一方,  $Fr = 0.7$ で  $Ro$ の極大が存在しない(図7; 右図参照)のは,  $Ro = 10$ での  $Fr$ のべき則の破れ(図6; 左図参照)と関わっていると考えられる. 以下では, このべき則の破れについて調べる.

$Ro = 10$ での  $Fr$ のべき則の破れは, ソースのパラメータ依存性からは説明できない(図には示さない). そこで,  $Ro = 10$ (左)と  $Ro = 100$ (右)について, 図9と同様にソースの振動数スペクトルの  $Fr$ 依存性を  $Fr = 0.1$ (実線)と  $Fr = 0.7$ (破線)について調べた(図10). ここで, ソースの  $Fr$ 依存性を考慮し, その大きさは揃えている. どちらの  $Ro$ の場合でも  $Fr$ の増加に伴って, 変形半径が減少するため, 渦の相互作用が抑制され, ジェットの非定常運動の振動数が減少している. しかしながら,  $Ro = 10$ では, 慣性振動数のカットオフのために, 低振動数成分からの重力波放射はない. このため, 高振動数成分の変形半径の変化による影響が特に大きく現れ, 重力波フラックスのべき則が崩壊したと考えられる.

## 5. 議論

本研究では, 強制散逸のある  $f$  平面浅水系において, ジェットの非定常運動に伴う重力波放射を広範なパラメータ領域での非線形数値実験によって調べた. Ford (1994) は強制のない系を用いて, 渦列

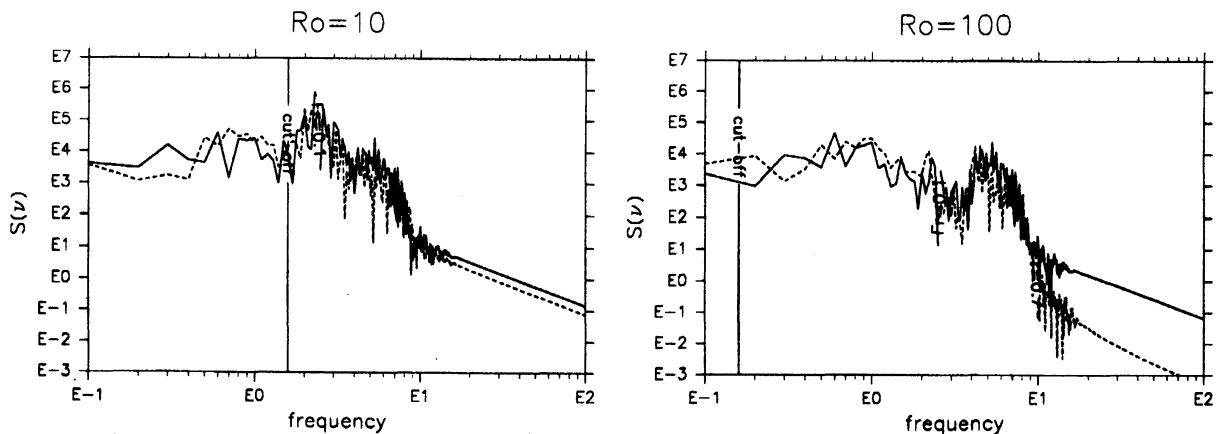


図 10 : (左)  $Ro = 10$  と (右)  $Ro = 100$  でのソースの積算の振動数スペクトルの  $Fr$  依存性. 実線と破線はそれぞれ  $Fr = 0.1$  と  $Fr = 0.7$  を示す.

の初期の不安定過程での重力波放射を調べ、小さな  $Fr$  では重力波フラックスは  $Fr$  のべき則に従うという結果を得ている。これに対して本研究では、強制散逸のある系を用いて継続的な重力波放射過程を調べた。その結果、地球回転の効果がほとんど無視できる  $Ro$  の大きい領域では、渦からの音波放射理論の類推で得られるべき則の予測と一致して、重力波フラックスは確かに  $Fr$  のべき則に従って増加することがわかった (図 6; 右図参照)。しかしながら、地球回転の効果が無視できないパラメータ領域では、重力波放射の特徴は渦からの音波放射理論とは様々な点で異なっていた。

まず、 $Fr$  変化では重力波フラックスは単純なべき則には従わない (図 6; 左図参照)。これは  $Fr$  が大きくなると変形半径が減少し、渦が相互作用しにくくなるため、ジェットの変形運動の振動数が減少することに起因する (図 10; 左図参照)。伝播可能な重力波の振動数を越えるジェットの変形運動の振動数が得られなくなると、大きな  $Fr$  では逆に重力波振幅は減少する。これは変形半径がより小さい、 $Ro$  が小さい場合ほど顕著で、変形半径があまりに小さくなるとジェットの変形運動自体も起こらなくなる (図 4 参照)。また、大きな  $Fr$  でのジェットの変形運動の振動数の減少は、より直接的に (12) で  $\omega$  の減少につながり、これからも重力波フラックスの減少が引き起こされる。

$Ro$  変化はもっと興味深い。ジェットの変形運動が同じ振動数であっても、 $Ro$  の減少に伴って  $f$  が増加することで伝播可能な重力波の振動数の閾値はしだいに大きくなっていく。このため、慣性振動数  $f/2\pi$  がジェットの変形運動の振動数を越えるとき、重力波フラックスは急激に減少することになる (図 7 参照)。一方で、 $f$  の増加に伴い、重力波のソースの中で  $f$  に関わる項の大きさは増大する (図 8 参照)。このため、ソースの増加は効くが、 $f/2\pi$  によるカットオフはまだ効かない中間の  $Ro$  領域では重力波フラックスは極大を持つことになる (図 8; 左図, 図 9 参照)。このような  $Ro$  領域では、地球回転の効果が逆に重力波放射を促進する方向に働くことになる。重力波フラックスが極大を持つ  $Ro \sim 10$  は地衡流バランスと旋衡風バランスのそれぞれのレジームのちょうど境界に位置する (Sugimoto *et al.*, 2005b)。このバランスの違いが、振動数の異なる他のソース項の卓越に帰結すると考えられる。本研究で用いた  $f$  平面浅水系は、現実大気現象に適用するには極めて簡略化された系であるが、地球回転の効果が重力波放射を促進することが現実大気でも起こっているとすれば、大変

興味深い現象である。

本研究では、 $Ro$  の小さい極限における重力波フラックスの急激な減少については詳しく調べていない。バランス力学の妥当性を検討するためには、これらの極限での重力波フラックスの減少の定量的な評価 (Vanneste and Yavneh, 2004) が必要である。小さな  $Ro$  にあっても、ジェットの高振動数成分のテールから慣性振動数のカットオフにかからない重力波が放射されるであろう。次の重要な課題の1つは、ジェットの非定常運動の高振動数成分の大きさの評価から、 $Ro$  の小さい極限での重力波フラックスのパラメータ依存性を調べることである。

## 6. おわりに

渦からの音波放射のマッハ数  $M$  に関するべき則が、地球回転の効果がある  $f$  平面浅水系でどのように変化するかを調べるために、ジェットの非定常運動に伴う重力波放射を  $Ro$ ,  $Fr$  ではられる幅広いパラメータ領域での非線形数値実験によって調べた。本研究では、領域を  $y$  方向に無限領域に設定した、不等間隔の格子点をもつ新たなモデルを用い、計算コストの大幅な削減と非常に高精度の計算の両方を実現した。まず流れ場では、幅広いパラメータ領域で定性的に同じジェットの非定常運動が起こることがわかった (図4参照)。このため、 $Fr$  の増加に伴い重力波の位相速度が減少し、ジェットの非定常運動の1周期の間に重力波の伝播する距離が短くなることによって、重力波の南北波長は  $Fr^{-1}$  に比例して短くなった (図5参照)。また、重力波フラックスの  $Ro$ - $Fr$  パラメータ依存性では、地球回転の効果が無視できる  $Ro$  の大きい領域では、重力波フラックスは古典的な渦からの音波放射理論の類推によって予測される  $Fr$  のべき則に従った (図6; 右図参照)。しかしながら、地球回転の効果が無視できない  $Ro$  領域では、このべき則は成り立たない (図6; 左図参照)。  $Fr$  の増加に伴い変形半径が減少し、渦の相互作用が起こりにくくなるために、渦の非定常運動の振動数が減少するためである (図10参照)。さらに小さな  $Ro$  になると、 $Ro$  の減少に伴って  $f$  が大きくなり、慣性振動数  $f/2\pi$  がジェットの非定常運動の振動数を越えるため、重力波は非伝播性になり、そのフラックスは急激に減少した (図7参照)。しかしながら、これらの中間の  $Ro$  では、 $Ro$  の大きい領域よりも重力波フラックスが大きい極大をもつパラメータ領域が存在した。ソースを詳しく解析することによって、この重力波フラックスの極大のパラメータ領域は、 $f$  の増加に伴って新たなソース項が主要な項になる一方で、重力波が伝播可能である中間の  $Ro$  領域にあることがわかった (図8, 図9参照)。このことは地球回転の効果がむしろ重力波放射を促進するセンスに効くこともあるということを意味する。

## 謝辞

本研究は21世紀COEプロジェクト「活地球圏の変動解明」(京都大学)および「計算科学フロンティア」(名古屋大学)の援助を得て行いました。非線形実験に用いた数値モデルは石岡圭一先生の作成したライブラリ (ISPACK) を用いて作成しました。数値実験は京都大学大型計算機センター、名古屋大学情報連携基盤センターのHPC2500および京都大学生存圏研究所共同利用プロジェクトとして電波科学計算機実験装置 (KDK) を用いて行いました。作図には地球流体電脳ライブラリを用いました。ここに記して謝意を表します。

## 参考文献

- Ford, R. 1994. Gravity wave radiation from vortex trains in rotating shallow water. *J. Fluid Mech.*, **281**, 81–118.
- Ford, R., McIntyre, W. E. and Norton, W. A. 2000. Balance and the slow quasimanifold: some explicit results. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 1236–1254.
- Hartmann, D. L. 1983. Barotropic instability of the polar night jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 817–835.
- Holton, J. R., Haynes, P. H., McIntyre, M. E., Douglass, A. R., Road, R. B., and Pfister, L. 1995. Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, **33**, 403–439.
- Ishioka, K. 2002. ispack-0.61, <http://www.gfd-dennou.org/arch/ispack/>, GFD Dennou Club.
- Ishioka, K. 2006. Spectral methods for unbounded domains. (in preparation).
- Kitamura, Y. and Hirota, I. 1989. Small-scale disturbances in the lower stratosphere revealed by daily rawin sonde observations. *J. Meteor. Soc. Japan*, **67**, 817–831.
- Lighthill, M. J. 1952. On the Sound generated aerodynamically, I. *Proc. Roy. Soc. London*, **211A**, 564–587.
- O'Sullivan, D. and Dunkerton, T. J. 1995. Generation of inertia-gravity waves in a simulated life cycle of baroclinic instability. *J. Atmos. Sci.*, **52**, 3695–3716.
- Pfister, L. W., Chan, K. R., Bui, T. P., Bowen, S., Legg, M., Gary, B., Kelly, K., Proffitt, M., and Starr, W. 1993. Gravity waves generated by a tropical cyclone during the step tropical field program: a case study. *J. Geophys. Res.*, **98**, 8611–8638.
- Rossby, C. G. 1938. On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. II. *J. Mar. Res.*, **1**, 239–263.
- Sugimoto, N., Ishioka, K. and Yoden, S. 2005a. Gravity wave radiation from unsteady rotational flow in an  $f$ -plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (in revision).
- Sugimoto, N., Ishioka, K. and Yoden, S. 2005b. Balance regimes for the stability of a jet in an  $f$ -plane shallow water system. *Fluid. Dyn. Res.*, (in revision).
- Vanneste, J. and Yavneh, I. 2004. Exponentially small inertia-gravity waves and the breakdown of quasigeostrophic balance. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 211–223.
- Yoshiki, M. and Sato, K. 2000. A statistical study of gravity waves in the polar regions based on operational radiosonde data. *J. Geophys. Res.*, **105**, 17995–18011.