

## Rumor Transmission Models

東京大学・数理解析研究科 河内 一樹 (Kazuki Kawachi) \*  
Graduate School of Mathematical Sciences,  
The University of Tokyo

### 概要

RIMS 研究集会, 第2回「生物数学の理論とその応用」において 2005 年 11 月 24 日に講演した, [4] に含まれている内容を紹介する. 背景やモデルの相図などが中心である.

流言が人間集団の中を伝播する現象を, 感染症モデルと同様にモデリングし, 数値シミュレーションを行い, また大域的挙動に関して厳密な解析を行った. 結果, 人間集団に人の出入りがないか一定の出入りがあるか, また流言が不変か一定の率で変化するかによらず, 流言が同規模で繰り返し流行する現象は見られず, 終局的には一定の状態に収束することがわかった.

### 1 導入—流言とは何か?—

以下では流言と呼ばれる社会現象を社会学的に記述し, その伝播を数理モデルで記述する研究の歴史に触れる.

最初に, 流言とは何かを説明する. 以下の記述はもっぱら [3] によった.

流言には様々なものが存在する. 「病原性大腸菌 O-157 の感染源はカイワレ」というように天変地異や集団的災害が話題になる流言もあれば, 漫画『ドラえもん』の最終回に関する流言のように, 子供たちが伝播の担い手となることもある. また「ピアスの白い糸」に代表される, 一般に都市伝説, 現代伝説と呼ばれるものも存在する. しかし, 共通して言えるのは, コミュニケーションの連鎖のなかで短期間に大量に発生した, ほぼ同一内容の言説である, という点であり, このように記述される社会現象を以下では流言と呼ぶことにする.

同じような社会現象と思われる噂 (hearsay) は, 規模の小さいものを指す. 例えば 2 者が 1 回だけコミュニケーションすることで, 噂は成立する. 一方, 流言 (rumour) は伝播範囲が広いものを指す. また, 流行語, ゴシップ, ニュースなど, 短期間で広範囲に広まって収束したり, 昔話, 伝説, ジンクス, 神話など, 時間を経て語り継がれたりする類似の社会現象が多く存在するが, 流言とは本質的に同一視されない. 詳細は [3] を参照されたい.

感染症の数理モデル構築と同様の観点から, これまで流言の伝播に対する数理モデルが提唱され, 解析されてきた. その一つの流れが, 確率論的モデルおよび決定論的モデルである. 詳細は [4] を参照されたい. また, 物理学・情報科学の枠組みの中でも様々なモデルが提唱されてきた. 統計力学的手法による Potts モデル ([5], [8]), 社会構造を考慮して, small-world network に代表される複雑ネットワーク上での流言の伝播モデル ([6], [7], [9], [10]), 反応拡散モデルを用い, 少数意見が多数派に逆転するという視点からのアプローチ ([1], [2]) などが挙げられる.

---

\*E-mail: [kkawachi@ms.u-tokyo.ac.jp](mailto:kkawachi@ms.u-tokyo.ac.jp)

## 2 再帰性流言

再び [3] に従って、再帰性流言なる流言を紹介し、その特徴を考える。

再帰性流言とは、いったんは収束した流言が時間を経て若干形を変えて繰り返し現れる流言である。フランスの各地にとびひした女性誘拐の流言「オルレ안의うわさ」、外国人暴行犯が関東から東海へ移動したと思われるように、流言が関東から東海へとびひした「外国人労働者レイプ流言」、そしてイギリスで流行ってから、5年後日本でも流行した、がんの少年に絵葉書を贈ってギネスブック記載を助けようという「バディ君流言」など、歴史的には種々の例がある。

再帰性流言が発生する理由として定性的に考えられるものの一つに、空間的な断絶が考えられる。ある地方で局所的に流行し収束した流言が、人や情報の移動によって、その流言が流行しなかった別の地方にとびひし、そこで少し流言が形を変えながら流行・収束した後、再びもとの流行源に戻って流行する、というものである。

定性的理由のもう一つは、時間的な断絶である。流言を否定する力が弱いために、流言が収束しても形を変えてひそかに流言が生き延びる。時間が経過して、流言を知らない人が外部から流入あるいは内部の間で増加し、流言を再生させる、というメカニズムが働いていると考えられる。

本発表では後者の要因について、数理モデルで検証を試みる。

## 3 不変な流言に対する ODE モデル

人の出入りがない集団で、流言が時間を経ても内容を変えない場合、流言伝播を記述するモデルとして次のようなものを考える：

$$\begin{aligned}x' &= -xy, \\y' &= y\{\theta x - by - c(1 - x - y)\}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

ここで、 $x(t), y(t)$  は時刻  $t$  において流言を知らない人口（以下では感受性人口と呼ぶ）、そして流言を知って広める人口（以下では広め役人口と呼ぶ）の全体に占める割合を表す。感受性に属する人と広め役に属する人が出会うことで、流言が広め役から感受性に伝播される。ただし、感受性に属する人が必ず広め役になるわけではなく、一定の割合  $\theta$  で広め役になり、そうでなければ流言に興味を示さないか流言に対して否定的な立場をとるようになる。このような人を火消し役と呼び、どの人も感受性、広め役、そして火消し役のどれか一つの状態に属していると仮定する。また、広め役同士が繰り返し出会うことで、流言に対する興味が薄れてゆく効果が  $b$ 、広め役と火消し役が出会い、火消し役が流言を否定することによって広め役が流言を広めなくなる効果が  $c$  で表されている。これらの2つの要因によって広め役が一部火消し役に移ると仮定する。

なお、上のモデルは流言に関する3状態に属する人口の大きさを最初は変数にとり、その後適当な規格化を行って得られる。詳しくは [4] を参照されたい。

この常微分方程式を数値計算で解くと、図1のようになる。 $R_0 := \frac{c+\theta}{c}x(0)$  とおくと、初期時刻における広め役の総人口に対する割合  $y(0)$  が0に限りなく近い状況の下では  $R_0 > 1$  ならば、 $x(0) > \frac{c}{c+\theta}$  となって、1回のピークを持つ流行が起こる。一方、 $R_0 < 1$  ならば、 $x(0) < \frac{c}{c+\theta}$  となって、 $T < 0$  となり、 $t > 0$  で常に  $y(t)$  は減少し、流行は起こらない。このように  $R_0$  と1との大小関係で解軌道の様子ががらっと変わり、この意味で  $R_0$  は閾値となっている。しかし、 $t \rightarrow \infty$  で  $y(t)$  は0に収束し、流行が繰り返されることはないことがわかる。

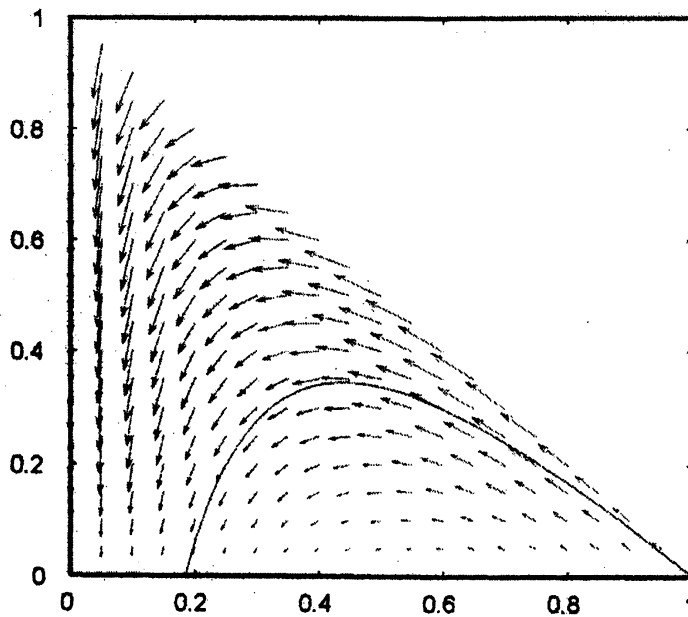


図 1: 方程式系 (3.1) に対するベクトル場と相図. 横軸は  $x$ , 縦軸は  $y$  を表し, パラメータは  $\theta = 0.9$ ,  $b = 0.8$ ,  $c = 1.2$  にとつた. 以下ではこれを固定する. 曲線は初期値を  $x(0) = 0.986$ ,  $y(0) = 0.0015$  にとつたときの解軌道.

次に, 人口に一定の出入りがある, すなわち流入する人口, そして流出の割合はそれぞれ一定となる場合を考える. 流入人口は始めは感受性, そして各状態の人口の大きさに比例して流出が起こると仮定する. 全体人口の時間変化は流言の伝播とは無関係であり, それを考慮すると, 十分時間がたてば全体人口は定数に限りなく近づく. そこで始めから全体人口は定常状態にあると仮定してもよく, このもとで先と同様に適当な規格化を行うことで次の方程式系が得られる:

$$\begin{aligned} x' &= d(1-x) - xy, \\ y' &= y\{\theta x - by - c(1-x-y) - d\}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

ただし  $d$  は流出率に対する流入人口の比を表している.

この常微分方程式を数値計算で解くと, 図 2, 3 のようになり,  $d$  と  $\theta$  の大小で系の振る舞いが全く異なることがわかる.  $d > \theta$ , すなわち単位時間当たりの流入人口が比較的多い場合は, 新規人口が属する感受性人口の割合が高くなり, 結果長期的には全員が感受性になる状態, すなわち *RFE* (Rumor Free Equilibrium) に近づく.

逆に  $d < \theta$ , すなわち単位時間当たりの流入人口が比較的少ない場合は, 初期に広め役が存在するならば, 感受性人口の減少により流言の流行が収まろうとしても, 新規に感受性人口が補充され続けるため, 流言が再び流行する. そのため長期的には流言の 3 状態の割合が一定で変化せず流言が定着した状態, すなわち *REE* (Rumor Endemic Equilibrium) に近づく. しかし, このモデルにおいても, 同規模で流行が繰り返されることがないことがわかる. 以上の数学的な証明は [4] を参照されたい.

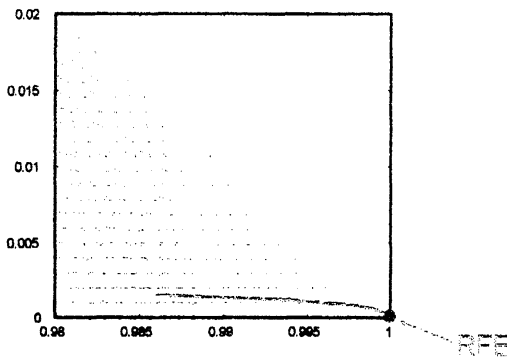


図 2: 方程式系 (3.2) に対するベクトル場と相図. ただし  $d = 1.2 > \theta$  のとき.

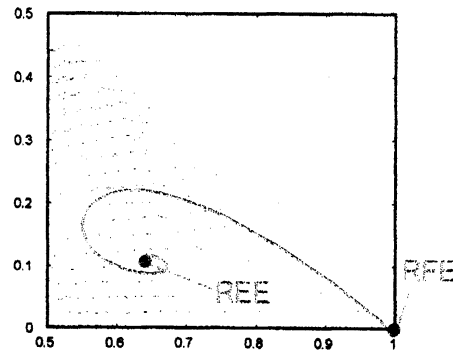


図 3: 方程式系 (3.2) に対するベクトル場と相図. ただし  $d = 0.2 < \theta$  のとき.

#### 4 変化する流言に対する ODE モデル

前節では、流言の内容が時間を経ても変わらず、また人びとが一様に接触しているもとでは、人口の流出入の有無に関わらず流言が繰り返し流行する振る舞いは見られないことがわかった。流言の内容が変化しないことは、火消し役が時を置いて広め役に出会っても、昔の流言と同一の流言を聞き、やはり火消しの役割を果たすことに表現されている。

しかし現実には、「噂に尾ひれがつく」なる諺が物語るように流言は伝達過程で変容する。その要因として [3] が挙げているのは、より信じさせるための体系化、より伝えやすくするための過激化、そして不要な要素の脱落などである。

従って、流言が時々刻々変化するという要因をモデルに組み込むことは非常に重要である。ただし、生物の進化における突然変異のように、全く関係のない流言になってしまうと、今回考えているモデリングの枠組みを外れてしまうので、変化するといってもマイナーチェンジ、すなわち語句が少しずつ交代・削除・追加される場合を考えることにする。このような流言の変化は火消し役から感受性への遷移をもたらすと考えられる。というのはある時刻の流言は知っていても、長時間経過後の流言は実質上知らないのと同じだからである。広め役は常に流言を話題にしているので変化していく流言に追いついていると仮定してよいだろう。一方、火消し役は、会話の相手が流言を話題にしない限り自ら流言を話題にすることはないので、流言が更新されない。

火消し役から感受性への遷移の割合は、火消し役に遷移してからの持続時間や火消し役の年齢、流言の変容のスピードなどに依存すると考えられる。しかし本発表では単純化して扱うことにし、一定の割合で火消し役から感受性に遷移すると仮定する。

このもとで、人の出入りがない場合のモデルは

$$\begin{aligned} x' &= -xy + k(1-x-y), \\ y' &= y\{\theta x - by - c(1-x-y)\} \end{aligned} \quad (4.1)$$

と表される。ここで  $k$  は火消し役から感受性への遷移の割合を表す。また、人口の一定の流出入がある場合、全人口が定常状態になっていることを仮定すると次のようなモデルで表される：

$$\begin{aligned} x' &= d(1-x) - xy + k(1-x-y), \\ y' &= y\{\theta x - by - c(1-x-y) - d\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

$k$  以外の記号は前節で定義したものと同一である。

これらの常微分方程式を数値計算で解くと、図 4, 5 のようになる。

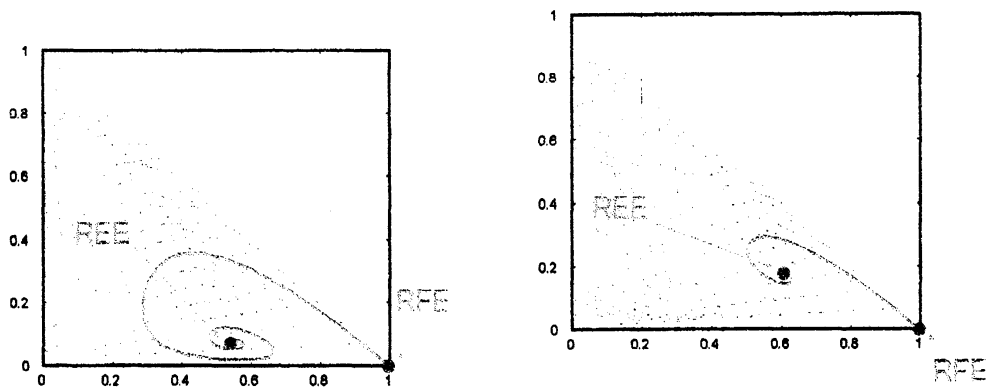


図 4: 方程式系 (4.1) に対するベクトル場と相図. 図 5: 方程式系 (4.2) に対するベクトル場と相図. ただし  $d = 0.2 < \theta$  のとき.

図 4 からわかるように、初期の広め役の割合が 0 でなければ、系は必ず REE に収束する。これは、感受性人口が減って流行が収束しようとする時、流言の変化に伴って火消し役から感受性になる人が増え、その結果流言が再び流行することによる。

一方、図 4 は  $d < \theta$  の場合のみ示したが、方程式系 (4.2) の長期的な解の挙動は方程式系 (3.2) のそれとほとんど同じである。すなわち  $d > \theta$  なら RFE に収束、また  $d < \theta$  なら初期に広め役が存在するならば REE に収束することが分かる。

特に、流言が周期的に繰り返し流行することがないことが示された。

以上の数学的な根拠は [4] で示したが、(3.2) で行っ解析とほとんど同様の解析を行えばよい。

## 5 議論

本発表で提示した流言の伝播モデルに関しては、非常に仮定が単純であるために長期的な挙動も単純で、再帰性流言に対応すると思われる周期解が存在しなかった可能性がある。

[4] では年齢構造を考慮した流言の伝播モデルを提示し、REE が存在するかどうか、また REE が存在しないときに RFE が大域的に漸近安定であることなどを証明した。REE が存在するときの個数や局所安定性、また周期解などの解が存在するかどうかについては現在検討中である。

その他、流言の伝播モデルの修正や拡張の方向性については [4] を参照されたい。

## 参考文献

- [1] S. Galam (2002), Minority opinion spreading in random geometry, *European Physical Journal B* 25, 4: 403-406.
- [2] S. Galam (2003), Modelling rumors: the no plane Pentagon French hoax case, *Physica-A* 320: 571-580.
- [3] 早川洋行 (2002), 流言の社会-形式社会学からの接近-, 青弓社, 208p. (ISBN 4-7872-3208-8)

- [4] K. Kawachi (2006), Mathematical Analysis of Deterministic Models for Rumor Transmission, The University of Tokyo, Master's thesis.
- [5] Z. Z. Liu, J. Luo, and C. G. Shao (2001), Potts model for exaggeration of a simple rumor transmitted by recreant rumormongers, *Phys. Rev. E* 6404, 4, Part 2, 046134.
- [6] Y. Moreno, M. Nekovee and A. F. Pacheco (2004), Dynamics of rumor spreading in complex networks, *Phys. Rev. E* 69, 066130.
- [7] Y. Moreno, M. Nekovee and A. Vespignani, Efficiency and reliability of epidemic data dissemination in complex networks, *Phys. Rev. E* 69, 055101.
- [8] C. G. Shao, Z. Z. Liu, J. F. Wang and J. Luo (2003), Exact representation of crossover of transitions from first order to second order in the Potts model for rumor transmission, *Phys. Rev. E* 68, 1, 16120.
- [9] D. H. Zanette (2001), Critical behavior of propagation on small-world networks, *Phys. Rev. E* 64, 4, 050901.
- [10] D. H. Zanette (2002), Dynamics of rumor propagation on small-world networks, *Phys. Rev. E* 65, 4, 041908.