

確率論的地震動予測地図の作成手法について

河合 伸一 (独立行政法人 防災科学技術研究所)
Shinichi Kawai, National Research Institute
for Earth Science and Disaster Prevention

1. はじめに

地震動予測地図とは、今後、発生が予想される地震によって生じる揺れの大きさ（地震動）とその関連情報を地図に示したものであり、地震の発生の長期的な確率評価と、地震が発生したときに生じる強震動の評価を組み合わせた「確率論的地震動予測地図」と、特定の地震に対して、ある想定されたシナリオに対する詳細な強震動評価に基づく「震源断層を特定した地震動予測地図」の2種類がある。今回は、確率論的地震動予測地図の作成手法のうち、地震の発生確率の計算を中心に紹介する。

2. 確率モデル

N は 0 以上の整数値をとる離散型確率分布に従い、 $N \geq 1$ のとき、 Y_1, Y_2, \dots, Y_N は独立に、0 以上の値をとる同じ連続型確率分布に従うとする。いま、

$$Y = \max_{1 \leq i \leq N} Y_i$$

とするとき、 Y の確率分布を求める。

$$\begin{aligned} (2.1) \quad P(Y \leq y) &= P\left(\max_{1 \leq i \leq N} Y_i \leq y\right) \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} P\left(\max_{1 \leq i \leq N} Y_i \leq y \mid N = l\right) P(N = l) \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} P\{(Y_1 \leq y) \cap \dots \cap (Y_l \leq y)\} P(N = l) \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} \{P(Y_1 \leq y) \cdots P(Y_l \leq y)\} P(N = l) \\ &= \sum_{l=1}^{\infty} \{P(Y_1 \leq y)\}^l P(N = l). \end{aligned}$$

これより、ある地震の発生回数を N 、 N 回の地震それぞれの揺れの大きさを Y_1, Y_2, \dots, Y_N とすると、ある地震の発生回数 N が従う確率分布と、揺れの大きさ Y_1 が従う確率分布をそれぞれ求めれば、 Y の確率分布を求めることができる。

3. 地震の発生確率の計算

いま, ある地震について, 最後にこの地震が起きた時刻を 0 とし, 最後に地震が起きてからある基準日までの経過時間を t_0 とする. 基準日から期間 τ でこの地震が起こる回数に従う確率分布を求める. 時刻 t までに地震が発生する回数を $N(t)$ とする. このとき,

$$\begin{aligned} P(N = n) &= P\{N(t_0 + \tau) - N(t_0) = n \mid N(t_0) = 0\} \\ &= P\{N(t_0 + \tau) = n \mid N(t_0) = 0\} \end{aligned}$$

である. $P_n \equiv P\{N(t_0 + \tau) \geq n \mid N(t_0) = 0\}$ とすると,

$$\begin{aligned} (3.1) \quad P\{N(t_0 + \tau) = n \mid N(t_0) = 0\} &= P\{N(t_0 + \tau) \geq n \mid N(t_0) = 0\} \\ &\quad - P\{N(t_0 + \tau) \geq n + 1 \mid N(t_0) = 0\} \\ &= P_n - P_{n+1} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

となる.

ある地震について, i 回目の地震が発生する時刻を T_i , $(i-1)$ 回目と i 回目の地震の発生間隔を D_i とすると, $T_i = D_1 + \dots + D_i$ である ($i = 1, 2, \dots$). $N(t)$ と T_n の間には次の関係が成り立つ.

$$N(t) \geq n \Leftrightarrow T_n \leq t,$$

$$N(t_0) = 0 \Leftrightarrow T_1 = D_1 > t_0,$$

$$N(t_1) \geq n \Leftrightarrow T_n = D_1 + \dots + D_n \leq t_1.$$

D_1, D_2, \dots, D_n が独立に同じ確率分布に従うとし, $X = D_1, Y = D_2 + \dots + D_n$ とする. また, X, Y の確率分布関数をそれぞれ F_X, F_Y とし, 確率密度関数をそれぞれ f_X, f_Y とする. さらに, $F_X(0) = F_Y(0) = 0$ とする. このとき, $P_0 = 1$,

$$(3.2) \quad P_1 = \frac{P(t_0 < D_1 < t_0 + \tau)}{P(D_1 > t_0)} = \frac{F_X(t_0 + \tau) - F_X(t_0)}{1 - F_X(t_0)},$$

$$\begin{aligned} (3.3) \quad P_n &= \frac{P\{(D_1 > t_0) \cap (D_1 + \dots + D_n \leq t_0 + \tau)\}}{P(D_1 > t_0)} \\ &= \frac{P\{(X > t_0) \cap (X + Y \leq t_0 + \tau)\}}{P(X > t_0)} \\ &= \frac{1}{1 - F_X(t_0)} \int_{x=t_0}^{t_0+\tau} \int_{y=0}^{t_0+\tau-x} f_X(x) f_Y(y) dx dy \\ &= \frac{1}{1 - F_X(t_0)} \int_{x=t_0}^{t_0+\tau} f_X(x) F_Y(t_0 + \tau - x) dx \quad (n = 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

である.

3.1. 地震発生間隔が指数分布に従う場合

D_1, D_2, \dots, D_n が独立に指数分布に従うときはポアソン過程となり、地震の発生回数はポアソン分布に従う。よって、

$$P\{N(t_0 + \tau) = n \mid N(t_0) = 0\} = e^{-\lambda\tau} \frac{(\lambda\tau)^n}{n!} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

である。ここで、 λ は地震の発生頻度で、地震の平均発生間隔の逆数で推定している。ポアソン過程では、地震の発生確率は評価期間 τ のみに依存し、地震の最新発生時期には依存しない。従って、最新発生時期が不明の地震についてはポアソン過程を考えている。

3.2. 地震発生間隔が逆ガウス分布に従う場合

一方、更新過程として、 D_1, D_2, \dots, D_n が独立に逆ガウス分布 $IG(\mu, \lambda)$ に従う場合を考える。確率密度関数は、

$$f(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}} e^{-\frac{\lambda}{2\mu^2 x}(x-\mu)^2} \quad (x > 0),$$

確率分布関数は、標準正規分布の分布関数 Φ を用いて、

$$F(x) = \Phi \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} - 1 \right) \right\} + e^{\frac{2\lambda}{\mu}} \Phi \left\{ -\sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left(\frac{x}{\mu} + 1 \right) \right\} \quad (x > 0)$$

となる。なお、地震の発生確率の計算では、 $\lambda = \mu/\alpha^2$ とし、このときの確率分布を BPT (Brownian Passage Time) 分布と呼んでいる。地震の発生間隔が BPT 分布に従うとき、平均 μ 、分散 $(\alpha\mu)^2$ となり、平均発生間隔 μ からのばらつき具合を α であらわしている。 $X = D_1, Y = D_2 + \dots + D_n$ とすると、 $Y/(n-1)$ は $IG(\mu, (n-1)\lambda)$ に従う。これらの関係を使って (3.2), (3.3) を計算して、 P_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) を求め、(3.1) を使って地震の発生確率を求める。

4. 揺れの大きさの確率分布の計算

ある地震の揺れの大きさ Y を推定する式としては、過去の地震のデータから作成された、地震の規模 (マグニチュード) m 、震源の深さ d 、断層から地図上の評価地点までの最短距離 r と Y の回帰式 (距離減衰式)

$$\ln Y = f(m, d, r) + \ln \epsilon$$

を用いる。ここで、 $\ln \epsilon$ は平均 0、分散 σ^2 の正規分布に従う。 σ^2 は適当に推定された値を用いる。このとき、 Y は対数正規分布に従う (詳しくは [1] を参照)。

5. 確率論的地震動予測地図の概要

確率論的地震動予測地図では、日本列島を約 1km のメッシュに分割して、それぞれの地点での評価結果を地図上に表示している。

地図上のある地点について、ある基準日からの評価期間 τ に、地震による揺れの大きさが少なくとも 1 回 y を超える確率 $P(Y > y; \tau)$ を求める。このとき、1 回も y を超えない確率は $P(Y \leq y; \tau)$ となり、

$$(5.1) \quad P(Y > y; \tau) = 1 - P(Y \leq y; \tau)$$

となる。以下、 $P(Y \leq y; \tau)$ を求めることを考える。

いま、日本に影響を及ぼすと考えられる地震を E_1, E_2, \dots, E_n とし、それぞれ独立に発生すると仮定する。ある基準日からの評価期間 τ に、 k 番目の地震による揺れの大きさが 1 回も y を越えない確率を $P(Y_k \leq y; \tau)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) とすると、

$$(5.2) \quad P(Y \leq y; \tau) = \prod_{k=1}^n P(Y_k \leq y; \tau)$$

となる。 k 番目の地震について、いま、最新活動時期 (k 番目の地震が最後に起きた時期) を起点 (時刻 0) とする。ある基準日までの経過年を t_{0k} とし、 t_{0k} から $t_{0k} + \tau$ までの期間 τ にこの地震の発生する確率について考える。時刻 t までに、地震の起こる回数を $N(t)$ とすると、 $N(t_{0k}) = 0$ である。 t_{0k} から $t_{0k} + \tau$ までにこの地震の発生する回数を N_k とし、 N_k 回の地震のそれぞれの揺れの大きさを $Y_{k1}, Y_{k2}, \dots, Y_{kN_k}$ とする。このとき、

$$Y_k = \max_{1 \leq i \leq N_k} Y_{ki} \quad (k = 1, \dots, n)$$

である。これを (2.1) に適用して、

$$P(Y_k \leq y; \tau) = \sum_{l=1}^{\infty} \{P(Y_{k1} \leq y)\}^l P(N_k = l) \quad (k = 1, \dots, n).$$

従って、 k 番目の地震が t_{0k} から $t_{0k} + \tau$ までの間に発生する回数の確率分布と、 k 番目の地震が発生したときの揺れの大きさの確率分布を求めれば、 $P(Y_k \leq y; \tau)$ を求めることができる。これをすべての地震について行い、 $P(Y_k \leq y; \tau)$ ($k = 1, \dots, n$) を (5.2) に代入して、 $P(Y \leq y; \tau)$ を求め、これを (5.1) に代入して、 $P(Y > y; \tau)$ を求める。

$\alpha = P(Y > y; \tau)$ としたとき、 α を超過確率と呼んでいる。また、 y と α の関係を曲線のグラフで表したものをハザードカーブと呼んでいる。確率論的地震動予測地図では、地図上のすべての評価地点についてハザードカーブを求め、揺れの大きさ y を固定したときの超過確率 α や、逆に超過確率 α を固定したときの揺れの大きさ y を地図上に表示している。

6. おわりに

文部科学省に設置された地震調査研究推進本部地震調査委員会では、平成17年3月23日に「全国を概観した地震動予測地図」を公表した ([2]). 防災科学技術研究所では、この作成に資するため平成13年4月より、特定プロジェクト「地震動予測地図作成手法の研究」を行っており、その成果を研究資料等で公表している (例えば [3]). 特に、特に、作成された地図や作成に用いたデータなどは、「地震ハザードステーション J-SHIS (Japan Seismic Hazard Information Station)」として、ホームページ上や DVD-ROM で公開している ([4], [5]).

参考文献

- [1] 司 宏俊, 翠川三郎 (1999) 断層タイプ及び地盤条件を考慮した最大加速度・最大速度の距離減衰式, 日本建築学会構造系論文集, No. 523, pp.63-70.
- [2] 地震調査研究推進本部地震調査委員会 (2005) 「全国を概観した地震動予測地図」報告書, http://www.jishin.go.jp/main/chousa/05mar_yosokuchizu/index.htm.
- [3] 藤原広行, 河合伸一ほか (2005) 全国を対象とした確率論的地震動予測地図作成手法の検討, 防災科学技術研究所研究資料第 275 号.
- [4] 地震ハザードステーション J-SHIS, <http://www.j-shis.bosai.go.jp/>.
- [5] 藤原広行, 河合伸一ほか (2005) 地震ハザードステーション J-SHIS DVD 2005 年版, 防災科学技術研究所研究資料第 284 号.