

SN比を用いた最適条件探索に関する考察

Study on optimal decision making by using SN ratio

大阪大学大学院情報科学研究科 花田憲三 (Kenzo Hanada)
大阪大学大学院情報科学研究科 森田 浩 (Hiroshi Morita)

1. 研究目的

品質工学で解析の基本特性になっているSN比の数学的構造と実用点からの挙動特性を明確にし、適用時の特性について明らかにする。今回は、その基本である静特性としてのSN比の中の望大特性について検討した。

2. 背景 (開発業務の流れ)

品質工学におけるパラメータ設計では、組合せ条件毎に複数の特性値を求め、これらのばらつき情報をもとにSN比を求める。第1段階のSN比の大きな組合せ条件(ばらつき最小)を最適条件とし、次の段階で特性値の母平均を望ましい値に調整するという2段階設計方式が特徴である。この第1段階の実験で正しく最適水準組み合わせを選択しないと永遠に最適値を得ることができなくなる。

田口メソッド(TM)のパラメータ設計とは実験計画法の大家である田口玄一が提唱している方法で品質工学(田口メソッド)と呼ばれる。実験の計画として、直交表を用い(L18直交表が基準)、評価指標として、直接測定した特性値を用いなくて、複数の特性値からSN比という代用特性値を求め、この値が大きい方が良いという判断をするのが特徴である。背景に書いたように、パラメータ設計という2段階設計が特徴である。

これに対し、従来から実験計画法(DE)が広く用いられている。以下に、実験計画法とパラメータ設計の違いを述べた。

	実験計画法	田口メソッド
特 徴	各因子の水準毎の母平均の動きから平方和を求め、個々の効果に分解している	ばらつきの小さな組合せ条件をSN比や感度から求める
誤差の評価	定量評価	しない
平方和の分解	直交分解	できない
個々の効果	対比	求められない

次に、実験結果における評価の方法を比較する。

	実験計画法	田口メソッド
全体の評価	F値	SN比+感度
個々の因子の評価	対比+F値+t値 (全平均含まず)	グラフ (全平均含む)
判定	検定	大きさのみ
数理統計学	利用	不要
備考	母平均について検討している	ばらつきの小さな条件の探索

2.2 特性の種類品質工学（田口メソッド）で用いられる評価指標であるSN比の種類を以下に示す。静特性、動特性、百分率特性の3種類が提唱されている。

SN比の種類

動特性	静特性	百分率特性
■ゼロ点比例式	■望小特性	■オメガ(Ω)変換
■基準点比例式	■望大特性	■ID→オメガ変換
■1次式	■望目特性	
■画像転写性	■ゼロ望目特性	

2.3 SN比における静特性の定義

SN比は、平均値の種類により次の3種類ある。その中の静特性について示す。

$$\blacklozenge \text{望大特性 (SN比)} = -10 \times \log\left(\frac{1}{Y^2}\right) \quad \text{望小特性 (SN比)} = -10 \times \log(V_T)$$

$$\blacklozenge \text{望目特性 (SN比)} = \text{SN比} = 10 \times \log\left(\frac{m^2}{\sigma^2}\right)$$

$$(\text{望目特性 (感度)} = 10 \log(m^2))$$

2.4 田口メソッドの実験 数値事例1 (L18+L4) 望大特性代表的な実験の数値事例を以下に示す。これは、基本の直交表としてL18を用い誤差の評価としてL4を用いた例である。この結果から、処理番号18のSN比=47.82で最も大きいことがわかる。STEP-2ではこの条件の平均値を変更する実験を行う。

因子名	機種の種類	加工速度	操作者	加工形状	材料種類	工具種類	切削油種類	切削油量	特性値					合計	全変動	一般平均	SN比
									1個目	2個目	3個目	4個目	5個目				
水準名																	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	151	109	156	114		530	72014	132.5	42.11
2	1	1	2	2	2	2	2	2	137	123	142	128		530	70446	132.5	42.40
3	1	1	3	3	3	3	3	3	161	119	166	124		570	83014	142.5	42.79
4	1	2	1	1	2	2	3	3	51	9	56	14		130	6014	32.5	23.43
5	1	2	2	2	3	3	1	1	37	23	42	28		130	4446	32.5	29.52
6	1	2	3	3	1	1	2	2	61	19	66	24		170	9014	42.5	29.03
7	1	3	1	2	1	3	2	3	150	110	155	115		530	71850	132.5	42.14
8	1	3	2	3	2	1	3	1	135	125	140	130		530	70350	132.5	42.42
9	1	3	3	1	3	2	1	2	160	120	165	125		570	82850	142.5	42.81
10	2	1	1	3	3	3	2	1	50	10	55	15		130	5850	32.5	24.21
11	2	1	2	1	1	3	3	2	35	25	40	30		130	4350	32.5	29.84
12	2	1	3	2	2	1	1	3	60	20	65	25		170	8850	42.5	29.38
13	2	2	1	2	3	1	3	2	153	27	158	32		370	50126	92.5	32.16
14	2	2	2	3	1	2	1	3	111	69	116	74		370	36014	92.5	38.63
15	2	2	3	1	2	3	2	1	183	57	188	62		490	75926	122.5	38.05
16	2	3	1	3	2	3	1	2	180	230	185	235		830	174750	207.5	46.15
17	2	3	2	1	3	1	2	3	205	175	210	180		770	149150	192.5	45.61
18	2	3	3	2	1	2	3	1	230	260	235	265		990	245950	247.5	47.82

この表は、実際に実験を行うときは水準1, 2, 3を以下の表に示すように、具体的な内容に置き換えて実験を実施する。(実際の条件)

因子名	機械の種類	加工速度	操作者	加工形状	材料種類	工具種類	切削油種類	切削油量	特性値	特性値	特性値	特性値	特性値	合計	全変動	一般平均	SN比
水準名									1個目	2個目	3個目	4個目	5個目				
1	SS1	10	田中	四角	鉄	T1	S	少	151	109	156	114		530	72014	1325	42.11
2	S1	10	中村	丸	アルミ	T2	U	標準	137	123	142	128		530	70446	1325	42.40
3	S1	10	花田	三角	鋼	T3	F	多	161	119	166	124		570	83014	1425	42.79
4	S1	20	田中	四角	アルミ	T2	F	多	51	9	56	14		130	6014	325	23.43
5	S1	20	中村	丸	鋼	T3	S	少	37	23	42	28		130	4446	325	29.52
6	S1	20	花田	三角	鉄	T1	U	標準	61	19	66	24		170	9014	425	29.03
7	S1	30	田中	丸	鉄	T3	U	多	150	110	155	115		530	71850	1325	42.14
8	S1	30	中村	三角	アルミ	T1	F	少	135	125	140	130		530	70350	1325	42.42
9	S1	30	花田	四角	鋼	T2	S	標準	160	120	165	125		570	82850	1425	42.81
10	S2	10	田中	三角	鋼	T2	U	少	50	10	55	15		130	5850	325	24.21
11	S2	10	中村	四角	鉄	T3	F	標準	35	25	40	30		130	4350	325	29.84
12	S2	10	花田	丸	アルミ	T1	S	多	60	20	65	25		170	8850	425	29.38
13	S2	20	田中	丸	鋼	T1	F	標準	153	27	158	32		370	50126	925	32.16
14	S2	20	中村	三角	鉄	T2	S	多	111	69	116	74		370	36014	925	38.63
15	S2	20	花田	四角	アルミ	T3	U	少	183	57	188	62		490	75926	1225	38.05
16	S2	30	田中	三角	アルミ	T3	S	標準	180	230	185	235		830	174750	2075	46.15
17	S2	30	中村	四角	鋼	T1	U	多	205	175	210	180		770	149150	1925	45.61
18	S2	30	花田	丸	鉄	T2	F	少	230	260	235	265		990	245950	2475	47.82

参考として、上記数値事例を分散分析した結果が以下の表である。

重相関係数は0.7064である。寄与率は約50%。分散分析表の結果、実験全体としては有意水準20%で有意である。誤差の標準偏差は55.59である。個々の因子の結果は省略するが、加工速度だけが有意である。他の因子は特性値に影響を及ぼさない事例である。

分散分析表

	平方和	自由度	分散	分散比	検定有意F
因子効果	172333.333	15	11488.889	3.718	1.360
誤差	173025.111	56	3089.734		$\alpha = 0.2$
合計	345358.444	71			

2.5 実験数値例2 (一元配置) 望大特性

次は、もっとも簡単な一元配置で説明する。特性値は大きい方が望ましいとする。この例は、単位は省略してある。3つの新製品について、各3個ずつ試作したものである。この評価は平均値だけで判断した従来の実験計画法(DE)とSN比で判断する田口メソッド(TM)で評価結果が異なることがわかる。ただし、この例は従来の実験計画法では有意差はないと判断する。

	DATA1	DATA 2	DATA 3	平均	DE 評価	SN比	TM評価
A1	75	70	70	71.67	3	37.03	2
A2	140	60	60	86.67	1	36.94	3
A3	83	79	79	80.33	2	38.09	1

3. 研究内容

3.1 関数としてのSN比と品質工学での役割品質工学では、従来の統計的な解析のように、特性値をそのまま用いて解析するのではなく、SN比という代用特性に変換して解析している。SN比の評価関数としての必要な性質は次の通りである。

- ①元の特性値に対し、単調増加 (or 減少) 関数で、一義的に決まる値であること
- ②平均とばらつきの両方を同時に表現できる合成特性であること。

3.2 $\log Z$ の Taylor 展開近似に関する考察

SN比で用いる $\log Z$ 関数とその Taylor 展開をみると、

$Z = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{Y_i^2}$ として、 $\log Z$ の性質について述べたので、次に、 $\log Z$ を Taylor 展開してみる。

$$\log(Z) = \log(1+z) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{(-1)^{k-1}}{k} \cdot z^k \right) + R_{n+1} = z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{z^n}{n} + R_{n+1}$$

式の成立範囲は、 $-1 < y \leq \infty$ である。

ただし、 R_{n+1} は剰余项 (ラグランジェ型とコーシー型があるが、今回は検討対象とはしないので、省略する)

で、この Taylor 展開は、第1項が平均のかたち、第2項がばらつきのかたちをしており、このSN比の提唱者である田口 玄一は、“SN比はバラツキを小さく、平均を大きくする指標である”と言っている。

そこで、この Taylor 展開した式の第1項と第2項の和が $\log Y$ の何%を占めるかを検討した。

第8項まで求め、近似性について見たが、対数関数である $\log Z$ の Taylor 展開の近似はあまりよくないといえる。近似精度がもっとも良かったのが、 $\log(0.002)$ で、Taylor 展開の近似値は-2.7019 で差は、0.11%であった。この値以外は、 $\pm 30\%$ である。

3.3 元の特性値とSN比の関係

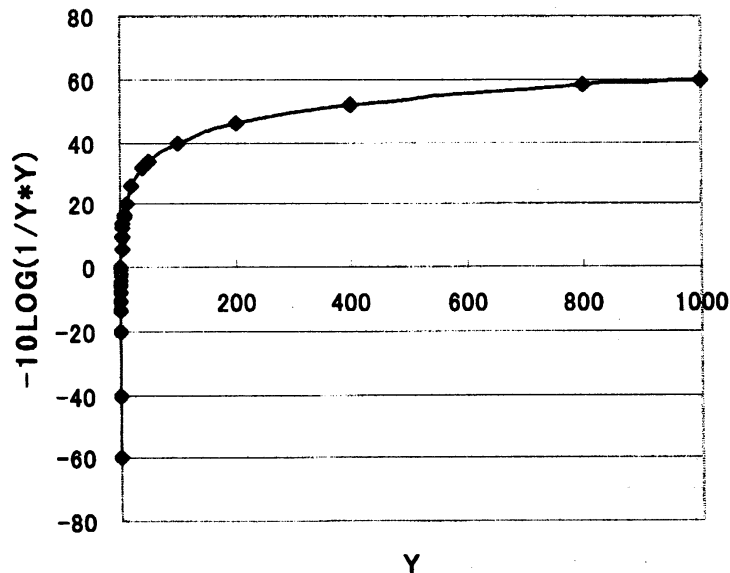
係次に、評価指標として必要な性質である“もとの特性値の動きに対し一意的に決まる”かを検討した。

図に示すように、SN比は、単調増加関数になっており、評価指標

として用いるときに逆転しない性質をもっている (元の特性値が

正の領域において)

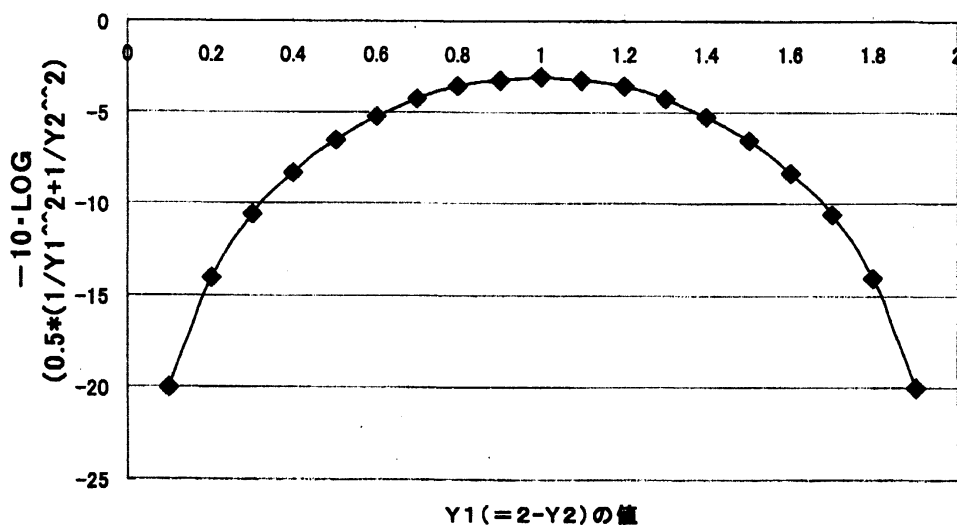
SN比の特徴は横軸の値が指数的に大きくなっても縦軸は極端に大きくならないことである。



3.5 Log関数のTaylor展開近似に関する考察関数 $\log Y$ のTaylor展開近似はあまりよくない。近似精度が良いのは、 $Y=0\sim 1$ 近辺だけである。しかも、前述したように、1次と2次の項の $\log Y$ に占める寄与率が小さいことがわかった。SN比の性質を議論する場合は、特性値 Y を $0\sim 1$ に数値変換すると、この1次と2次の項の全体に対する寄与率に対する影響を見ることができるかもしれない。

しかし、SN比の性質を決定付けるものではないといえる。

3.6 ばらつきが小さいときにSN比が大きくなる理由2つのデータの合計が等しいとき（平均が等しいことに相当）は、2つのデータの値が近ければ近いほど $-\text{LOG}()$ の値は大きくなる。 $Y_1 = Y_2$ のとき、 $-\log()$ 値が最大値をとる。[$Y_1 + Y_2 = 2$ としてSN比を算出した]



4. 静特性における発生する問題点以上の検討より、SN比は平均の効果とばらつきの効果の両方の影響を受けることが判明した。この平均の効果とばらつきの効果は一定ではない。このことは、比較する条件が存在する範囲（場）の平均の値によって、SN比が違った値を持つことを示す。特に、田口メソッドのパラメータ設計では、第1段階から第2段階に移行するときに、実験者が望む任意の値に平均を変化させる。この段階で、実験者が望まない挙動をすることが考えられる。

4.1 平均とばらつき(標準偏差)のSN比に与える影響量について

望大特性に対しては、SN比に与える影響量は平均とばらつき(標準偏差)がほぼ同等であるが、少しばらつきの方が感度が高いようである。

4.2 数値事例-2 (パラメータ設計に於けるSN比による解析)

[パラメータ設計のSTEP-1] まず、最初に現状のA1をベースに、A2としてばらつきを減らしたものを、A3として平均値を高くする条件のものを試作した。それぞれは、2回ずつの繰り返しを行い、SN比を求めた。ばらつきを減らしたA2が良いという結果になる。

STEP-1 試作結果

	A1	A2	A3
条件	base	ばらつき減	平均高
繰返し1	51	37	61
繰返し2	9	23	19
SN比	21.96	28.83	28.18

[パラメータ設計のSTEP-2] ここで、特性値の平均は実用域として100以上が望ましいので、品質工学で言う制御因子を用いて、ばらつきを変化させないで、平均だけを100増加するようにして、再度、2つずつ試作し、SN比を求めた結果が下の表である。この結果からは、もっとも望ましいのは、A3の平均値を高くする条件のものがSN比=42.63 であるということになる。STEP-1とSTEP-2の結果が矛盾する。

STEP-2 平均値を100分上げたものを試作した結果

	A1	A2	A3
条件	base	ばらつき減	平均高
繰返し1	151	137	161
繰返し2	109	123	119
SN比	41.94	42.24	42.63

4.3 原因と新しい方法の提案 (パラメータ設計に於ける改善手法)

品質工学では、第1ステップとして、SN比の大きな条件を探し、次の第2ステップとして、制御因子を用いて、平均値を変化させればよいといっているが、平均を変化させると、最適水準が変化することがあるという危険性を含んでいる。上の事例は、通常の等分散性のもとで行った。したがって、分散はSTEP-1とSTEP-2で変化していない。

一方、田口は以前より平均値が大きくなるとばらつきも大きくなるのが一般的であるといっているので、参考として、平均値に比例して、ばらつきも大きくなる条件について検討した。それを下表にSTEP-1の結果を3倍したものを計算してみた。この結果でも、STEP-2と同様にA3の平均値を高くする条件のものがSN比=120.0でもっとも望ましい条件ということになり、STEP-1の結果と矛盾する。この結果より、ばらつきが一定でも、平均値に比例してばらつきが大きくなっても同様の問題が起こることがわかる。式で書くと、

$$Y_i = \mu + e_i$$

$$a(Y_i) = a(\mu + e_i) = a\mu + ae_i$$

となる。ここで、 $a = 3$ とすると、以下のようなになる。

STEP-1 を3倍したもの

	特性値	特性値	合計	全変動	一般平均	SN比
base	153	27	60	180	24138.0	90.00
ばらつき減	111	69	60	180	17082.0	90.00
平均高	183	57	80	240	36738.0	120.00

事例で示したように、STEP-2で必ずしも、目的通りの結論にならない場合があることがわかる。このようなことが発生すると、目的とする最適組合せ条件を見つけることが困難になる。この矛盾の最大の原因は、平均値が変化することである。特性値Yの逆数 $X=1/Y$ とすると、

$$\begin{aligned}
-10 \times \log\left(\frac{1}{Y^2}\right) &= -10 \times \log\left\{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{Y_1^2} + \frac{1}{Y_2^2} + \dots + \frac{1}{Y_N^2}\right)\right\} \\
&= -10 \times \log\left\{\frac{1}{N}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_N^2)\right\} \\
&= -10 \times \log\left(\frac{1}{N} \cdot S_T\right) = -10 \times \log(V_T)
\end{aligned}$$

となる。ここで、 S_T は全平方和である。通常の実験計画法などで用いる全平方和は平均の平方和の分を修正項として除いてあるが、品質工学では修正項の分も含む定義となっている。従って、標本1個あたりのばらつきである分散も $(N-1)$ ではなく、 N で割っている。この V_T が小さくなれば、SN比が大きくなる。すなわち、もとの特性値 Y が大きくなればSN比が大きくなるという仕組みになっている。また、本来の定義より、ばらつきが小さくなっても、同様に V_T が小さくなる。ここで、もともと条件の良い(STEP-1で最適と判断した条件組合せの結果)のばらつき(すべての組合せの中でもっとも小さな分散を持つはず)がこれ以上は大きくならないことを仮定してみると、STEP-2で平均値がどれだけ変化するか注目すればよい。この平均値の変化によって変化するSN比の大きさ(ΔSN)を求める。

$$\begin{aligned}
\Delta SN &= -10 \times \log\left(\frac{1}{Y^2}\right) \\
&= -10 \times \log\left\{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{Y_{11}^2} + \frac{1}{Y_{12}^2} + \dots + \frac{1}{Y_{1N}^2}\right)\right\} - \left[-10 \times \log\left\{\frac{1}{N}\left(\frac{1}{Y_{21}^2} + \frac{1}{Y_{22}^2} + \dots + \frac{1}{Y_{2N}^2}\right)\right\}\right] \\
&= -10 \times \log\left\{\frac{1}{N_1}(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{1N}^2)\right\} - \left[-10 \times \log\left\{\frac{1}{N_2}(X_{21}^2 + X_{22}^2 + \dots + X_{2N}^2)\right\}\right] \\
&= -10 \times \log(V_{1T}) + 10 \times \log(V_{2T}) = -10 \times \{\log(V_{1T}) - \log(V_{2T})\}
\end{aligned}$$

となる。従って、この ΔSN はもとの(STEP-1)の結果とSTEP-2の結果の両方によって決まる値である。STEP-2の実験に残す条件として、最適条件より、この ΔSN まで小さなSN比のものを残せば、STEP-2になって、結果が反転することがあっても、この条件組合せを候補群から落とすことを防止出来る。

事例3の試作結果が表のように得られたとき、最適水準に於ける平均は30.0であり、目標が130.0とすると、表の縦軸が30で横軸が100のところを見ると、この表には該当する値がないので、 $\Delta SN(20, 100) = 15.6$ と $\Delta SN(50, 100) = 9.5$ を直線補完して求めると

$\Delta SN = 13.6$ となる。事例3の場合、SN比の一番大きいA2が28.83で、一番小さなA1が21.96で、その差は $28.83 - 21.96 = 6.87$ であるので、表より求めた13.6よりも小さい。従って、STEP-2に移行するに際してはA1, A2, A3の3条件とも残す必要があることがわかる。

このようにすれば、本当の最適水準組合せを見落とすことを防止することが出来る。

事例3 試作結果

	A1	A2	A3
条件	base	ばらつき減	平均高
繰返し1	51	37	61
繰返し2	9	23	19
平均	30.0	30.0	40.0
SN比	21.96	28.83	28.18

5. 研究の経緯と今後の課題

本研究はこのパラメータ設計におけるSN比の代表的な静特性の望大特性の基本挙動について考察し、確実に最適条件を探索方法について提案した。残る望小特性や望目特性、動特性についても調査・提案を行いたい。

STEP-1 の最適条件における平均値と目標平均値との差と、SN比の許容幅
(静特性の望大特性における Δ SN比を求める表)

		ベース	平均を移動した場合のSN比の変化量 (パラメータ設計に於ける第2段階実験)											
平均値の増加量		0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.5	1	2	5	10	20	50	100
元の平均値	0	-100	60.0	66.0	74.0	80.0	94.0	100.0	106.0	114.0	120.0	126.0	134.0	140.0
	0.01	-40.0	6.0	9.5	15.6	20.8	34.2	40.1	46.1	54.0	60.0	66.0	74.0	80.0
	0.02	-34.0	3.5	6.0	10.9	15.6	28.3	34.2	40.1	48.0	54.0	60.0	68.0	74.0
	0.05	-26.0	1.6	2.9	6.0	9.5	20.8	26.4	32.3	40.1	46.1	52.1	60.0	66.0
	0.10	-20.0	0.8	1.6	3.5	6.0	15.6	20.8	26.4	34.2	40.1	46.1	54.0	60.0
	0.50	-6.0	0.2	0.3	0.8	1.6	6.0	9.5	14.0	20.8	26.4	32.3	40.1	46.1
	1	0.0	0.1	0.2	0.4	0.8	3.5	6.0	9.5	15.6	20.8	26.4	34.2	40.1
	2	6.0	0.04	0.09	0.21	0.4	1.9	3.5	6.0	10.9	15.6	20.8	28.3	34.2
	5	14.0	0.02	0.03	0.09	0.2	0.8	1.6	2.9	6.0	9.5	14.0	20.8	26.4
	10	20.0	0.01	0.02	0.04	0.1	0.4	0.8	1.6	3.5	6.0	9.5	15.6	20.8
	20	26.0	0.00	0.01	0.02	0.04	0.21	0.42	0.8	1.9	3.5	6.0	10.9	15.6
	50	34.0	0.00	0.00	0.01	0.02	0.09	0.17	0.3	0.8	1.6	2.9	6.0	9.5
	100	40.0	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04	0.09	0.2	0.4	0.8	1.6	3.5	6.0
	200	46.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.04	0.1	0.2	0.4	0.8	1.9	3.5
	500	54.0	0.000	0.000	0.001	0.002	0.009	0.017	0.03	0.09	0.2	0.3	0.8	1.6
	1000	60.0	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.009	0.02	0.04	0.1	0.2	0.4	0.8
	2000	66.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.004	0.009	0.02	0.04	0.09	0.2	0.4
	5000	74.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.01	0.02	0.03	0.1	0.2
	10000	80.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.009	0.02	0.04	0.09
20000	86.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.01	0.02	0.04	
50000	94.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.009	0.017	
100000	100.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.009	

以上.