

# 管路内の非線形音波の伝播における 熱音響現象の定式化と数値計算

阪大院 基礎工 清水 大 (Dai SHIMIZU)  
阪大院 基礎工 杉本 信正 (Nobumasa SUGIMOTO)  
Graduate School of Engineering Science, Osaka University

## 1. はじめに

管路に沿って温度勾配を与えると、その内部の気体を伝播する音波は、管壁との間の相互作用によって、いわゆる熱音響効果を生じさせることが知られている。この熱音響効果を用いると音波のエネルギー増幅が可能である。その効果は次の2つの方法で増大させることができる。

1つはより急な温度勾配を課すことである。ただ、流体粒子にとって、温度勾配の効果は対数温度勾配と粒子の変位振幅の積によって決まる。変位振幅が極めて小さい間は、大きな温度勾配が必要である一方、振幅が大きくなると勾配が緩やかでも効果は期待できる。このため振幅の大きい入力波、いわゆる非線形音波を用いることも有力である。

もう1つは、いわゆるスタックを用いる方法である。実験でよく用いられるスタックでは、隙間を境界層の厚さ程度に設定すると効果が大きいと言われている。このモデルとして、Fig.1.1 に示すような積層した平板からなる簡単な構造のスタックを想定する。音波の伝播におけるスタックの効果を、境界層理論の範囲内で、平板の枚数が多いとするモデルで取り扱うことができないのか調べてみる。枚数を極端に増やすと、断面内で境界層の占める割合が小さいとして導かれてきた方程式<sup>(1)</sup>は次第に精度が悪くなり、具体的には質量保存が満たされなくなる。そこで、濡れぶち（長さ）が増加することの寄与を管の全断面にわたる質量、運動量、エネルギーの平均量において考慮する<sup>(2)</sup>。さらに、管路の各断面での濡れ縁は、スタック挿入箇所では軸方向に急激に変化するため、この効果も無視できなくなり新たに考慮する。

本報告では、境界層理論を適用して境界層外縁の管内向き法線方向速度を履歴積分で表わし、3次元の基礎方程式を管断面にわたって積分することにより、1次元の新しい基礎方程式を導出する。この方程式をループ管に適用し、熱音響不安定現象がこの新しい方程式で記述できることを数値計算によって示す。

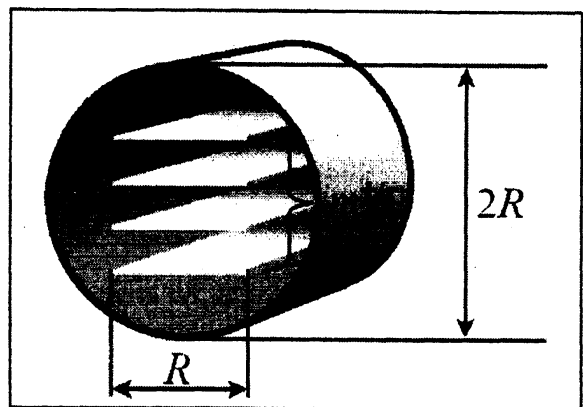


Fig.1.1 A tube with a stack of plates

## 2. 管断面にわたる平均値の定義

管の中を伝播する音波は、レイノルズ数が十分大きいことから、散逸効果が支配的な境界層とその外部の主流部とに分けてとり扱われる。主流部では平面波と見なせ、その主流断面にわたる平均値は、スタックを構成する平板の枚数が少ない場合、管断面にわたる平均値とは大きくは違わないと仮定できる。しかし、平板の枚数を増やすにつれ、断面における境界層の割合が増加し、管断面にわたる平均値と主流断面にわたる平均値とのずれが次第に大きくなる。そこで、この章では、管断面における境界層の割合が無視できないという視点に立って、管断面にわたる平均値を境界層の寄与も含めて求める。

ある物理量 $\alpha$ の主流部での値を $\alpha_m(x, y, z, t)$ として、 $\alpha$ をその断面にわたる平均値 $\bar{\alpha}_m(x, t)$ とそれからの偏差量 $\alpha'_m(x, y, z, t)$ の和として定義する：

$$\alpha_m(x, y, z, t) \equiv \bar{\alpha}_m(x, t) + \alpha'_m(x, y, z, t). \quad (2.1)$$

ここで、主流部の断面(面積を $A_m$ とする)にわたる積分値は次のように定義され

$$\int \alpha_m dA_m = A_m \bar{\alpha}_m. \quad (\because \int \alpha'_m dA_m = 0), \quad (2.2)$$

偏差量は境界層外縁での内向き法線方向速度に起因する。なお、 $y, z$ 方向速度 $v_m, w_m$ の主流平均値 $\bar{v}_m, \bar{w}_m$ は小さく無視できるものとする。

次に、管壁もしくはスタックを構成する平板表面から境界層外縁に向かう座標 $n$ を導入する。境界層内の物理量を $\alpha_d(x, n, t)$ で示し、境界層外縁の物理量 $\alpha_d|_{n=\infty}(x, t)$ と欠損量 $\check{\alpha}_d(x, n, t)$ の和として定義する：

$$\alpha_d(t, x, n) \equiv \alpha_d|_{n=\infty}(t, x) + \check{\alpha}_d(t, x, n). \quad (2.3)$$

また、物理量 $\alpha$ を管全断面にわたる平均値 $\bar{\alpha}(x, t)$ と偏差量 $\alpha'(x, y, z, t)$ の和として定義する：

$$\alpha(x, y, z, t) \equiv \bar{\alpha}(x, t) + \alpha'(x, y, z, t). \quad (2.4)$$

これを主流部および境界層の断面 $A_m, A_d$ にわたってそれぞれ積分した結果の和を管断面積 $A_0$ で割ることにより、管断面にわたる平均値 $\bar{\alpha}$ は、主流断面にわたる平均値 $\bar{\alpha}_m$ に加え、境界層内の欠損量 $\check{\alpha}_d$ からの寄与の和として次のようになる：

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_m + \frac{1}{A_0} \int \check{\alpha}_d dA_d. \quad (2.5)$$

一方、ぬれ縁 $\mathcal{L}(x)$ は、平板を挿入しない領域においては $\mathcal{L}_0 = 2\pi R$ であり、Fig.1.1に示される管半径 $R$ と同じ幅の平板を $m$ 枚入れた領域において $\mathcal{L} = 2\pi R + 2mR$ となる。ぬれ縁 $\mathcal{L}(x)$ を用いると、式(2.5)の積分は次のようになる：

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_m + \frac{\mathcal{L}}{A_0} \int_0^{\infty} \check{\alpha}_d dn. \quad (2.6)$$

### 3. 平均化された基礎方程式の導出

3次元の連続の式, 運動方程式, エネルギー方程式を管断面にわたって積分し, 管断面での平均値 $\bar{\alpha}$ と偏差量 $\alpha'$ を用いて記述すると, 偏差量の2次以上の項を無視することによりそれぞれ以下のようになる:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{4}{3} \bar{\nu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \bar{\nu} \frac{\partial u'}{\partial n} \Big|_{n=0}, \quad (3.2)$$

$$\bar{\rho} \bar{T} \left( \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} \right) = \frac{4}{3} \mu \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + k \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=0}. \quad (3.3)$$

ここで $\rho, u, p, T, S$ はそれぞれ密度, 軸方向速度, 圧力, 温度, エントロピーを示す。 $\nu$ は動粘性係数である。なお,  $\mu, k$ はそれぞれ, せん断粘性率, 熱伝導率を示し, 定数であると仮定する。

次に, 式(2.6)で求めた管断面平均値を代入することにより, 式(3.1)~(3.3)を主流部の平均量と境界層内の欠損量で表わす。ここで, 境界層内の欠損量の2次以上及び, 0次の項を含まない主流平均値と境界層内の欠損量の積を無視すると, 次式を得る:

$$\frac{\partial \bar{\rho}_m}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}_m \bar{u}_m) = \frac{\nu}{A_0} \bar{\rho}_m \nu_b - \frac{1}{A_0} \frac{d\nu}{dx} \int_0^\infty \bar{\rho}_m \bar{u}_d dn, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_m}{\partial t} + \bar{u}_m \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x} = -\frac{1}{\bar{\rho}_m} \frac{\partial \bar{p}_m}{\partial x} + \frac{4}{3} \bar{\nu}_m \frac{\partial^2 \bar{u}_m}{\partial x^2}, \quad (3.5)$$

$$\bar{\rho}_m \bar{T}_m \left( \frac{\partial \bar{S}_m}{\partial t} + \bar{u}_m \frac{\partial \bar{S}_m}{\partial x} \right) = \frac{4}{3} \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x} \right)^2 + k \frac{\partial^2 \bar{T}_m}{\partial x^2}. \quad (3.6)$$

ここで $\nu_b$ は境界層外縁( $n \rightarrow \infty$ )での内向き法線方向速度であり, 非整数階微分で示される履歴積分を用いて主流平均値 $\bar{\alpha}_m$ で記述できる。詳細は文献(3)を参照されたし。

主流平均値 $\bar{\alpha}_m(x, t)$ を平衡状態での値 $\alpha_e(x)$ と攪乱 $\alpha'(x, t)$ の和として定義する:

$$\bar{\alpha}_m(x, t) \equiv \alpha_e(x) + \alpha'(x, t). \quad (3.7)$$

式(3.7)を式(3.4)~(3.6)に代入すると攪乱方程式は次のようになる:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{(\rho_e + \rho') u'\} \\ &= \frac{\nu}{A_0} \nu_e^{1/2} (\rho_e + \rho') \left[ C \frac{\partial^{-1/2}}{\partial t^{-1/2}} \left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right) - C_T \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} \frac{\partial^{-1/2} u'}{\partial t^{-1/2}} \right] \\ & \quad + \frac{1}{A_0} \frac{d\nu}{dx} \nu_e^{1/2} (\rho_e + \rho') \frac{\partial^{-1/2} u'}{\partial t^{-1/2}}, \quad (3.8) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_e + \rho'} \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{4}{3} \nu_e \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial S'}{\partial t} + u' \frac{\partial}{\partial x} (S_e + S') = \frac{4}{3} \frac{\nu_e}{T_e} \left( \frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \frac{k}{\rho_e T_e} \frac{d^2 T_e}{dx^2}. \quad (3.10)$$

ここで  $C = 1 + (\gamma - 1) / \sqrt{\text{Pr}}$ ,  $C_T = 1/2 + 1/(\sqrt{\text{Pr}} + \text{Pr})$  であり,  $\text{Pr} = \mu C_p / k$  はプラントル数である.

式(3.8)~(3.10)の無次元化を行う.  $x, t$  に関しては入力波の代表波長  $\Delta$ , 代表周波数  $\omega$  の逆数で無次元化し, ぬれ縁はスタックを挿入しない場合のぬれ縁  $\Delta_0$  で無次元化する(文献(3)では代表波長を用いて無次元化した). 圧力, 密度, 温度は室温での値を用い, 流速に関しては室温の音速, エントロピーに関しては定圧比熱  $C_p$  で, それぞれ無次元化を行うものとし, 比熱比は  $\gamma$  とする. 無次元化により, 式(3.9)の右边第2項及び式(3.10)の右边は非線形性の程度  $\varepsilon$  (最大超過量  $\alpha'_{\max} = \varepsilon \alpha_e$ ,  $\varepsilon \approx 0.1 \sim 0.01$ ) に比べ遥かに小さくなり無視できる. よって最終的な無次元方程式は次式となる:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \{ (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \hat{u} \} = \frac{1}{A_0} \sqrt{\frac{\nu_e}{\omega}} (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \left[ C \frac{\partial^{-1/2}}{\partial \hat{t}^{-1/2}} \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} \right) - C_T \frac{1}{\hat{\rho}_e} \frac{d \hat{\rho}_e}{d \hat{x}} \frac{\partial^{-1/2} \hat{u}}{\partial \hat{t}^{-1/2}} \right] + \frac{\Delta_0}{A_0} \sqrt{\frac{\nu_e}{\omega}} \frac{d \hat{x}}{d \hat{x}} (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \frac{\partial^{-1/2} \hat{u}}{\partial \hat{t}^{-1/2}}, \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} = -\frac{1}{\gamma (\hat{\rho}_e + \hat{\rho})} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}}, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \hat{S}}{\partial \hat{t}} + \hat{u} \frac{\partial}{\partial \hat{x}} (\hat{S}_e + \hat{S}) = 0. \quad (3.13)$$

従って, スタックの挿入に伴うぬれ縁の軸方向変化の影響は連続の式(3.11)の右边第2項として基礎方程式に現れることがわかる.

#### 4. 質量・運動量・エネルギー

この章では5章で数値計算例を紹介するループ管における質量, 運動量, エネルギーの変化を考える. 3次元の連続の式, 運動方程式, エネルギー方程式をそれぞれ管断面にわたって積分し, 管断面  $A_0$  で割った後に  $x$  軸方向に0からループの周長さ  $l$  まで1周積分し, 更に時間積分をすることで, 各時刻におけるループ管内全体の評価量として断面単位面積当たりの質量, 運動量, エネルギーを次のように定義する:

$$\mathcal{M} \equiv \int_0^l \left( \bar{\rho}_m + \frac{1}{A_0} \int_0^\infty \bar{\rho}_d dn \right) dx, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{P} \equiv \int_0^l \bar{\rho}_m \left( \bar{u}_m + \frac{1}{A_0} \int_0^\infty \bar{u}_d dn \right) dx, \quad (4.2)$$

$$\mathcal{E} \equiv \int_0^i \left( \frac{1}{2} \bar{\rho}_m \bar{u}_m^2 + \frac{\bar{p}_m}{\gamma - 1} \right) dx. \quad (4.3)$$

なお、前述の積分により、次の関係が導かれる：

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \mathcal{M}_{\text{ini}}, \quad \mathcal{P} = \mathcal{P}_{\text{ini}} - \int_0^i \mathcal{P}_{\text{loss}} dt, \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{ini}} + \int_0^i \mathcal{Q}_{\text{in}} dt. \\ \left( \mathcal{P}_{\text{loss}} \equiv \int_0^i \left( \mu \frac{\mathcal{I}}{A_0} \frac{\partial \tilde{u}_d}{\partial n} \Big|_{n=0} \right) dx, \quad \mathcal{Q}_{\text{in}} \equiv - \int_0^i \left( \frac{\mathcal{I}}{A_0} k \frac{\partial \tilde{T}_d}{\partial n} \Big|_{n=0} \right) dx. \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで、添え字[ini]は初期の値を示す。式(4.4)の第1式は質量保存を示し、第2式は摩擦損失による運動量の減少、第3式は熱流によるエネルギーの変化を示している。最終的な無次元量は次式となる。詳細は文献(2)を参照されたし。

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{M}} &= \int_0^i \left[ \hat{\rho}_e + \hat{\rho} + \frac{\mathcal{I}}{A_0} \sqrt{\frac{v_e}{\omega}} (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \left\{ \frac{\partial^{-3/2}}{\partial \hat{t}^{-3/2}} \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\hat{\rho}_e} \frac{d\hat{\rho}_e}{d\hat{x}} \frac{\partial^{-3/2} \hat{u}}{\partial \hat{t}^{-3/2}} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mathcal{I}}{A_0} \sqrt{\frac{v_e}{\omega}} \int_0^i \left[ (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \left\{ C \frac{\partial^{-1/2}}{\partial \hat{t}^{-1/2}} \left( \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} \right) - C_T \frac{1}{\hat{\rho}_e} \frac{d\hat{\rho}_e}{d\hat{x}} \frac{\partial^{-1/2} \hat{u}}{\partial \hat{t}^{-1/2}} \right\} \right] d\hat{t} \right] d\hat{x} \quad (4.5) \end{aligned}$$

$$\overline{\mathcal{P}} = \int_0^i \left[ (\hat{\rho}_e + \hat{\rho}) \left( \hat{u} - \frac{\mathcal{I}}{A_0} \sqrt{\frac{v_e}{\omega}} \frac{\partial^{-1/2} \hat{u}}{\partial \hat{t}^{-1/2}} \right) \right] d\hat{x}, \quad (4.6)$$

$$\overline{\mathcal{E}} = \int_0^i \left[ \frac{1}{2} \hat{\rho}_e \hat{u}^2 + \frac{1}{\gamma(\gamma - 1)} (1 + \hat{p}) \right] d\hat{x}. \quad (4.7)$$

次に3次元のエネルギー方程式を、主流部と境界層の各領域で積分したものと、それらの和である管断面で積分したものを以下に示す：

$$A_m \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}_m \bar{E}_m) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_m \bar{u}_m \bar{h}_m) \right] = \bar{\rho}_m \bar{h}_m \mathcal{I} e_b, \quad (4.8)$$

$$A_d \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}_m \bar{E}_m) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_m \bar{u}_m \bar{h}_m) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mathcal{I} \int_0^\infty \bar{\rho}_m \bar{h}_m \tilde{u}_d dn \right] = -\bar{\rho}_m \bar{h}_m \mathcal{I} e_b - \mathcal{I} k \frac{\partial \tilde{T}_d}{\partial n} \Big|_{n=0}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho}_m \bar{E}_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{\rho}_m \bar{h}_m \bar{u}_m + \bar{\rho}_m \bar{h}_m \frac{\mathcal{I}}{A_0} \int_0^\infty \tilde{u}_d dn \right] = -\frac{\mathcal{I}}{A_0} k \frac{\partial \tilde{T}_d}{\partial n} \Big|_{n=0}. \quad (4.10)$$

$$\left( \bar{E}_m \equiv \frac{1}{2} \bar{u}_m^2 + \bar{U}_m, \quad \bar{h}_m \equiv \bar{U}_m + \frac{\bar{p}_m}{\bar{\rho}_m}. \quad (\bar{U}_m \equiv C_v \bar{T}_m) \right) \quad (4.11)$$

式(4.8)より、主流は境界層からエンタルピー流の形でエネルギーを受け取るもしくは失うことがわかる。式(4.9)より、境界層は系外との間で交換した熱エネルギーをエン

タルピー流の形で主流とエネルギー交換することがわかる。式(4.10)より、系全体のエネルギーは、系外との熱交換により変化することが分かる。

### 5. ループ管への適用例

前節で導出した方程式を用いてループ管路内で生じる振動を考える。ループ管は1波長管とも見なすことができるので、1/4波長管を4つ組み合わせた条件を課すことにより、1/4波長管で観測される定在波型の自励振動をループ管でも発生させることができるかをまず調べる。1気圧のヘリウムで満たされたループ管に、Fig.5.1に示すように $180^\circ$ 異なる2箇所温度比の最小値が0.05となる低温領域を対称的に与え、その温度勾配が大きい部分4箇所最大ぬれ縁比が2.5(管半径と同じ平板5枚から成るスタックに相当)となるスタックを挿入し、数値計算を実施した。

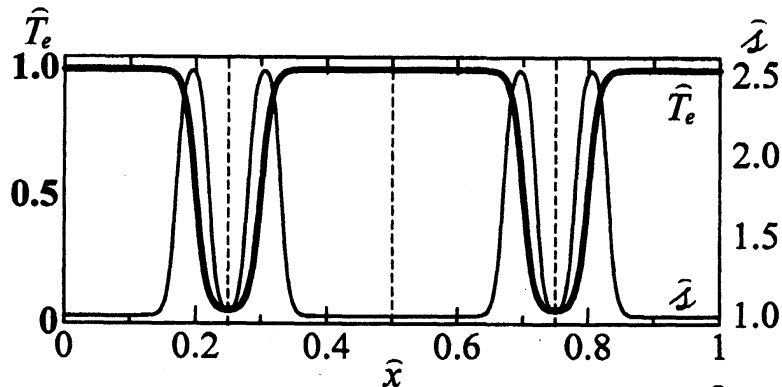


Fig.5.1. Distributions of nondimensional temperature  $\hat{T}_e = T_e/T_0$  (thick line) and wetted perimeter  $\hat{i} = i/i_0$  (thin line).

Fig.5.2 に示すような、圧力の腹が室温部、圧力の節が低温部にある正弦波を初期波形として与え、圧力の発展を考える。非線形性の程度  $\varepsilon$  は0.01 とする。

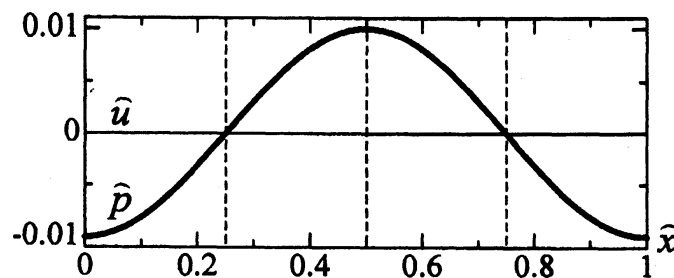


Fig.5.2. Initial profiles of  $\hat{p}$  (thick line) and  $\hat{u}$  (thin line) along the loop with the normalized axis  $\hat{x} = x/\Delta$ .

なお、音波がループ管を平衡状態での音速で一周するのにかかる時間を  $t_{\text{cyc}}$  とし、これで無次元化した周回周期  $\hat{T}_{\text{cyc}} \equiv t/t_{\text{cyc}}$  を導入する：

$$t_{\text{cyc}} \equiv \int_0^l \frac{dx}{a_e}, \quad \hat{T}_{\text{cyc}} \equiv \frac{t}{t_{\text{cyc}}}. \quad (5.1)$$

まず，温度勾配を与えず，スタックがない場合とスタックを挿入した場合の固定位置  $\hat{x} = 0.5$  における圧力  $\hat{p}$  の波形発展を Fig.5.3 に示す。

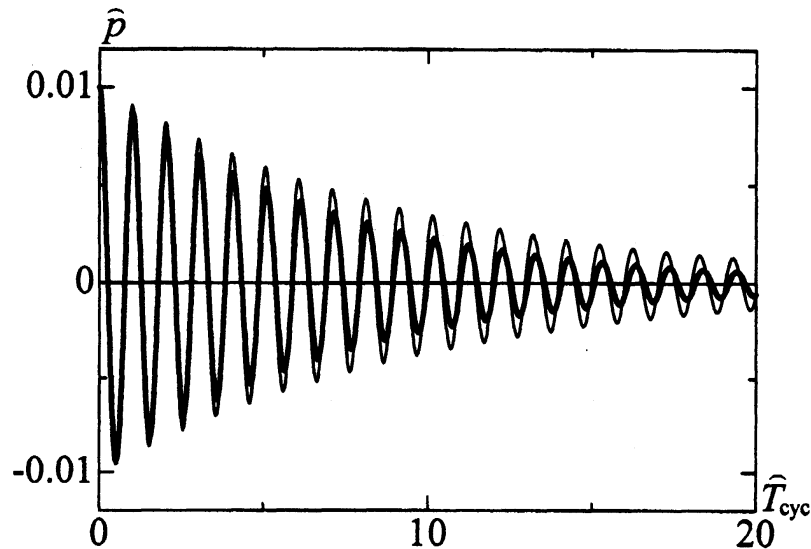


Fig.5.3. Temporal variations of  $\hat{p}$  at  $\hat{x} = 0.5$  with no cold regions, and no stacks (thin line); and four stacks (thick line).

Figure 5.3 より，スタックの有無に関わらず，音波は減衰することが分かる．スタックを挿入すると，摩擦損失が増大し，当然減衰が強まることが分かる．

次に Fig.5.4 に温度勾配を与えた場合の結果を示す．スタックの有無の効果を見るために，固定位置  $\hat{x} = 0.5$  における圧力  $\hat{p}$  の波形発展を示す．

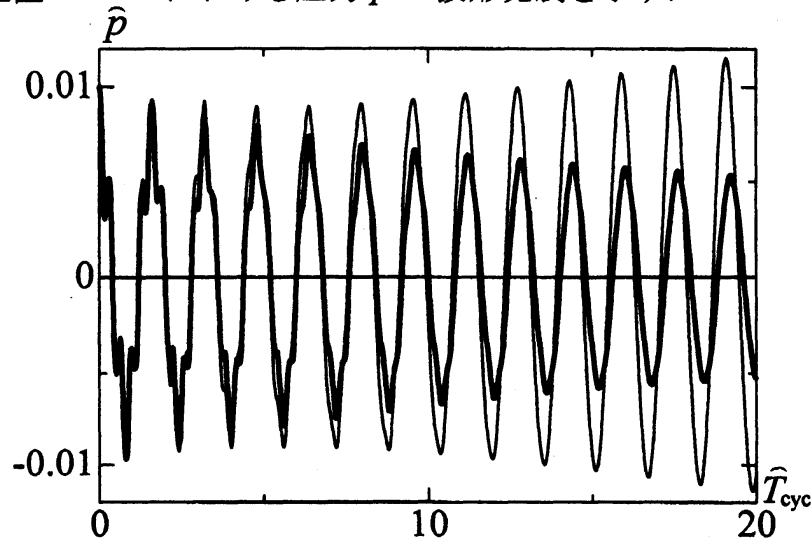


Fig.5.4. Temporal variations of  $\hat{p}$  at  $\hat{x} = 0.5$  with two cold regions, and no stacks (thick line); and four stacks (thin line).

Fig.5.3 と Fig.5.4 より，スタックの有無に拘わらず，温度勾配の無い場合に比べて減衰が抑えられていることが分かる．Fig.5.4 より，圧力振幅は初めの数周の間減衰するが，5 周期目辺りから増幅に転じていることが分かる．また，初めの数周の間，波形は正弦的ではないのに対し，振幅が増幅し始める 5 周期目辺り以降は正弦的に振動していることが分かる．これは，初期入力波が時間の経過に従って，基本モードを形成し始めている過渡現象と考えられる．次に，スタックを入れ，温度比の最小値が 0.095 の場合を Fig.5.5 に示す．

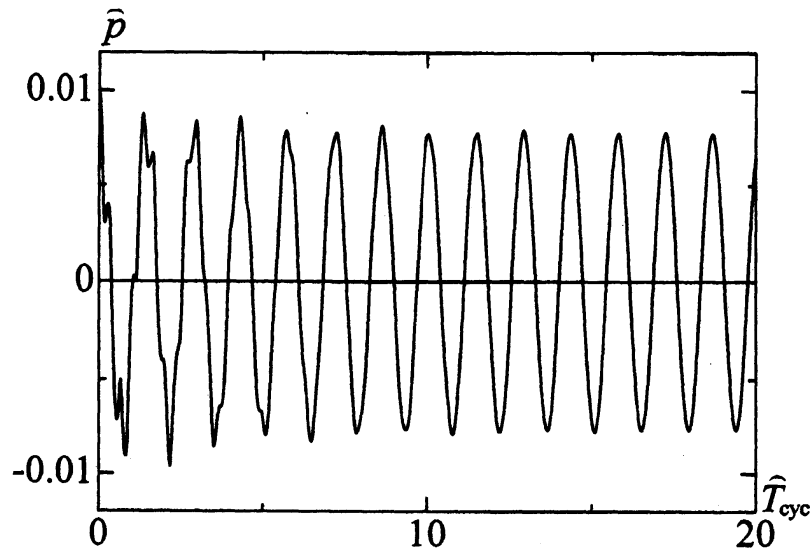


Fig.5.5. Temporal variations of  $\hat{p}$  at  $\hat{x} = 0.5$  with two cold regions ( $\hat{T}_{\min} = 0.095$ ) and four stacks.

Figure 5.5 より，温度比とスタックの平板枚数の組み合わせによっては，圧力振幅が減衰も増幅もしない中立振動が存在し得ることが分かる．

次に，位相をずらした Fig.5.6 に示す初期波形を入力したときの固定位置  $\hat{x} = 0.5$  における圧力  $\hat{p}$  の波形発展を Fig.5.7 に示す．また，圧力が最大値をとる時刻における圧力の空間波形を 2 ピーク毎に Fig.5.8 に示す．なお，温度分布とスタックについては Fig.5.1 の条件を用いた．

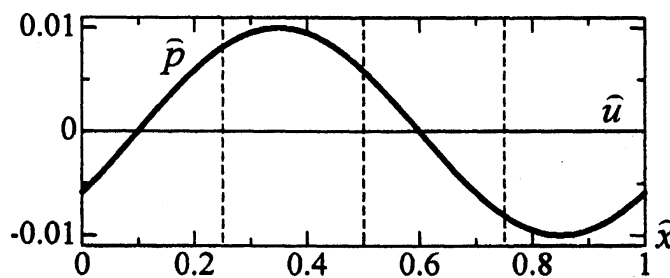


Fig.5.6. Initial profiles of  $\hat{p}$  (thick line) and  $\hat{u}$  (thin line) along the loop with the normalized axis  $\hat{x} = x / \Delta$ .



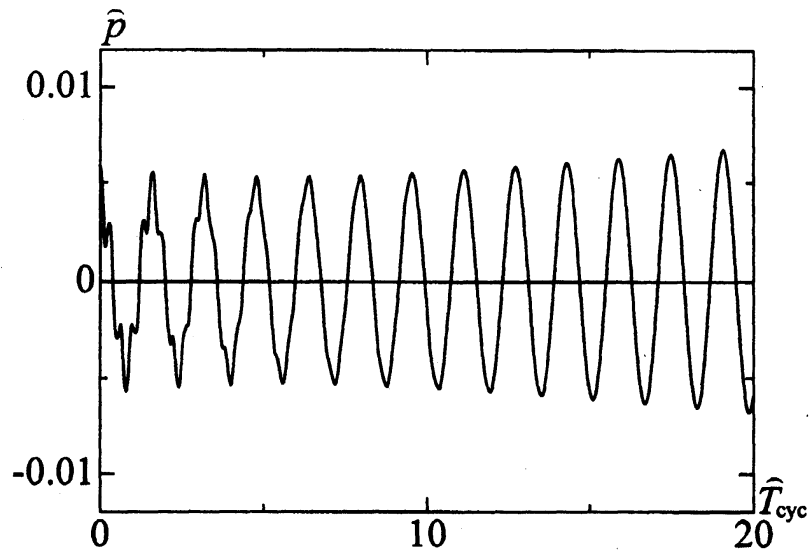


Fig.5.7. Temporal variations of  $\hat{p}$  at  $\hat{x} = 0.5$  with two cold regions and four stacks.

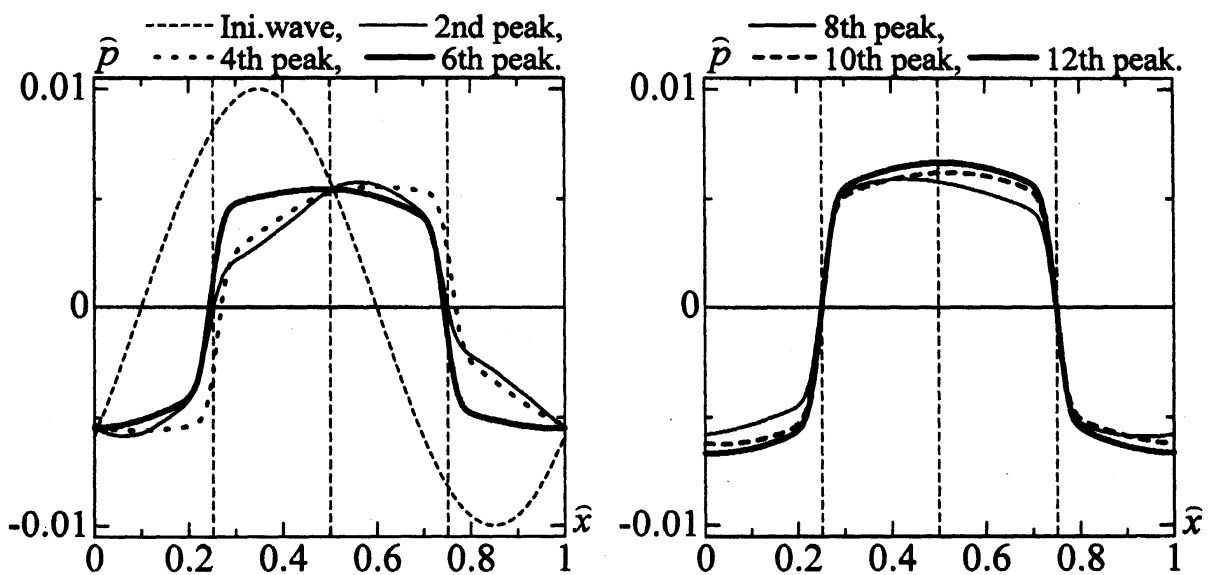


Fig.5.8. Evolution of  $\hat{p}$  every 2 peaks with two cold regions and four stacks.

Figure 5.7 及び Fig.5.8 より, 初めの数周の間は, 基本モードが形成されていないが, 次第に温度分布に従った基本モードを形成し, 数周後には自然に基本モードが形成される. これは, Fig.5.6 に示す位相のずれた初期波形も次第に定在波動的な周期振動に引き込まれることを示す.

なお, 質量保存の誤差については, 新しい方程式では 1 万分の 1% 程度のものであることが分かった<sup>(2)</sup>.

## 6. 結論

3次元の基礎方程式を管断面にわたって積分することにより、スタックを構成する平板枚数の増加に伴うぬれ縁の急激な軸方向変化を考慮した1次元の新しい基礎方程式を導出した。また、管の全断面にわたる質量、運動量、エネルギーの平均量に対して、平板枚数の増加を考慮した新たな量を定義した。これにより質量保存の誤差は以前のモデルに比べて飛躍的に向上した。また、ループ管を1波長管と見なして、1/4波長管を4つ組み合わせた条件を与えた場合、十分な温度勾配と温度勾配が大きい部分にある必要な枚数の平板で構成されたスタックを挿入することにより、今回導出した新しい1次元モデルにおいて、不安定化が記述できることが分かった。

## 参考文献

- (1) 清水大, 杉本信正, 日本流体力学会年会 2005 講演論文集(電子版), (2005), AM05-16-018, 1-7.
- (2) 清水大, 杉本信正, 日本流体力学会年会 2006 講演論文集(電子版), (2006), AM06-16-010, 1-5.
- (3) 杉本信正: 境界層理論から見た熱音響振動とその安定性解析, *ながれ* 24 (2005) 381-393.