

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

— U(1)-ヒッグス場由来するインフラトン —

曾我見郁夫

京都市北区 603-8555 京都産業大学 物理学科

(Received June 1, 2007)

フレーバー物理学と宇宙の未知の構成要素を包括的に記述するための形式として、非半単純群 $\tilde{G} \simeq SU(2) \times U(1)$ のゲージ場理論を構築し、部分群 $U(1)$ に関わるゲージ対称性を“動的に隠す(秘匿する)”機構 (Dynamical Concealing of Gauge Symmetry: DCGS) を定式化する。ヒッグス機構がゲージ対称性の自発的・瞬間的な破れを記述するのに対して、DCGS は時間経過に沿ってゲージ対称性を動的に隠す機構である。ヒッグス機構が適用できない初期宇宙の加速膨張を DCGS 機構で考察し、複素スカラー場から分離された実場がインフラトンの役割を演じることを示す。

§1. 序論

近年の観測的宇宙物理学のめざましい進歩は、『宇宙の構成要素』の大半は未知の存在であり、我々にとって馴染みの(バリオン的な)物質が占める割合は 4% に過ぎないという驚くべき知見をもたらした。残りの 73% および 23% は、暗黒エネルギーおよび暗黒物質と名付けられた未知の存在が占めているのである。この観測事実は、標準模型 (SM) から大統一理論 (GUT)、さらにそれらの超対称性バージョンへ、と進んできた素粒子物理学の研究の流れが大きな転換期にさしかかったことを端的に物語っている。

SM から GUT への流れは『縦方向の対称性』の拡大によるゲージ場理論の自然な進歩であり、多くの成果をもたらした。しかし、この方向の研究で取り残された空白地帯ともいえる素粒子現象が存在する。それがフェルミオン族の世代構造に代表されるフレーバー物理学である。ここでは、『横方向のフレーバー対称性』に基づくゲージ場理論を構築することにより、未知の宇宙の構成要素とフレーバー物理学の結びつきを研究する。この論考の狙いは、宇宙の未知の構成要素をフレーバー対称性の自由度によって説明することにある。ところで、フレーバー対称性が顕な (explicit な) 形で成立する領域は、SM が適用されるスケールより遥かに高いエネルギー領域にある。そのため、構築しようとするゲージ場理論は、高エネルギー領域と低エネルギー領域にまたがる現象を記述し得るものでなければならない。

初期に急激な加速膨張を遂げた宇宙は、緩やかな膨張期を経た後、現時点で再び加速膨張に転じている。このような加速膨張 (インフレーション) は、宇宙の最多量の構成要素である暗黒エネルギーが引き起こすと見なされている。現在の宇宙物理学では、その暗黒エネルギーは『内部属性をもたないスカラー場』が担うと解釈されている。最初にゲースによって提起された理論¹⁾では、インフレーションは GUT のゲージ対称群の既約表現に属するスカラー場によって引き起こされ、ヒッグス機構 (HM) による対称性の自発的破れによって終焉するとされた。しかし、そのような理論では、インフレーションの後には非一様で非等方な宇宙が取り残されることになってしまう。そのため、インフレーションを引き起こすスカラー場は、内部属性をもたず HM に関

曾我見郁夫

わらないものに限定しなければならないのである。

こうして、我々が構築しようとしている理論は、フレーバー対称性に大きく依拠しつつ、その制約から可能な限り自由なものでなければならない。そのために、まず顕なフレーバー対称性をもつゲージ場理論をつくる。つづいて、ゲージ対称性の破れを記述する場合の常套手段である HM を再考し『ゲージ対称性を動的に隠す機構』(Dynamical Concealing of Gauge Symmetry: DCGS) を提起する。この機構では、フレーバー属性をもつ複素スカラー場からゲージ自由度の担い手である位相因子が剥ぎ取られ、残された実スカラー場が、宇宙物理学で導入される内部属性のないスカラー場と同じ役割を演じることになる。このように構築された理論の応用として、宇宙の初期インフレーションを考察する。

フレーバー対称性の代数と群を §2 で具体的に考察し、それに基き SM を含む最小のゲージ場の理論を §3 で構築する。§4 で DCGS を定式化し、§5 で初期インフレーションを記述する。

§2. フレーバー対称性の代数と群

電弱相互作用のフレーバー混合行列 (FMM)²⁾⁻⁴⁾ は 4 つのパラメーターで表される。それらのパラメーターの中の 3 つは $SO(3)$ 群の回転角として位置づけられるが、CP の破れを表す残りの 1 つは行列の中に「手で持ち込まれる」ものであり、代数的な意味づけを与えることはできない。そのため、混合行列は無限に多様な表現形態⁵⁾ をとることが可能になる。FMM のパラメーターを数学的な秩序に則って導入することにより、その形態を秩序正しく制限することは出来ないのであろうか？ 数学的な見地から期待される最も理想的な方法は、FMM を連続群の要素とみなし、4 つのパラメーターを群パラメーターと解釈することである。すなわち、FMM の形態そのものの中にフレーバー対称群が存在すると要請するのである。

著者は、クォークの質量スペクトルとフレーバー混合行列の解析を通して、そのようなフレーバー対称性を見出した⁶⁾。その対称性はリー代数 \check{A} とそれに付随するリー群 $\check{G}(\check{A}) \simeq SU(2) \times U(1)$ で構成される。代数 \check{A} はデモクラティック生成子⁷⁾ と呼ばれる冪等性 $D^2 = D$ をもつ元

$$D = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

を含んでいる。代数 \check{A} は、この要素 D に加えて、次のような 3 つの線形独立な要素

$$\left\{ \begin{array}{l} \check{\gamma}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \check{\gamma}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & -i & i \\ i & 0 & -i \\ -i & i & 0 \end{pmatrix}, \\ \check{\gamma}_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (2-2)$$

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

から構成される。要素 $\check{\tau}_j$ ($j = 1, 2, 3$) はパウリ型の積法則

$$\check{\tau}_j \check{\tau}_k = \delta_{jk} (I - D) + i \epsilon_{jkl} \check{\tau}_l \quad (2.3)$$

を満たし、要素 D とは

$$D \check{\tau}_j = 0 \quad (2.4)$$

のように“直交”する。この代数 $\check{A} = \langle\langle D, \check{\tau}_1, \check{\tau}_2, \check{\tau}_3 \rangle\rangle$ は、 D で生成され他のすべての元と可換な不変部分代数を含むため、非半単純な代数となる。

フレーバー対称群 \check{G} は、4つの生成子 D および $\check{\tau}_j$ の可能なすべての線形結合の指数写像によって

$$\check{G} = \left\{ \exp \left[i \left(\vartheta_0 D + \sum_{j=1}^3 \vartheta_j \check{\tau}_j \right) \right] : \vartheta_0, \vartheta_j \in \mathbf{R} \right\} \quad (2.5)$$

のように定義されるリー群である。リー群 \check{G} は、非半単純群 $SU(2) \times U(1)$ と同型である。クォークセクターのフレーバー混合行列については、多くの実験データが蓄積されている⁸⁾。その行列を連続群 \check{G} の要素と同定し4つのパラメーターを調整することによって、すべてデータを高い精度で再現することができる⁶⁾。

§3. フレーバー対称群 \check{G} のゲージ場理論

ここでは、群 \check{G} のフレーバー対称性があるスケール $\check{\Lambda}$ (たとえば宇宙の再加熱期のスケール 10^{14} GeV) より高いエネルギー領域で成り立つと仮定しよう。これから構成しようとするフレーバー対称群 \check{G} のゲージ場理論は、少なくとも、低エネルギー領域で成功を収めた標準模型 (SM) に含まれる場合はすべて含まなければならない。以下では、SM や GUT のような『縦方向の対称性』に関わるゲージ群は、一般的に G と表すことにする。また、場はすべて量子化されているものとする。

まず、定まったカイラリティを持ち群 G に関わる既約な多重項に属する3世代のフェルミオン族は

$$\psi_h^{(f)}(x) = \begin{pmatrix} \psi_{h1}^{(f)}(x) \\ \psi_{h2}^{(f)}(x) \\ \psi_{h3}^{(f)}(x) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

のように、フレーバー群 \check{G} の基本3重項を構成すると要請する。ここで、 f は G の多重項を表し $h (= L, R)$ はカイラリティを区別する。つぎに、SM に登場しているすべてのボソン場は、フレーバー群 \check{G} の1重項に属するものと要請する。

対称群 $G \times \check{G}$ をもち SM を含む最小のゲージ場理論⁹⁾ を構築する。そのために我々は、生成子 D および $\check{\tau}_j$ に付随する \check{G} -4重項のゲージ場 $\check{A}_\mu^a(x)$ ($a = 0, 1, 2, 3$) と、 \check{G} -3重項のスカラー場 $\check{\phi}_j(x)$ の存在を仮定する。これらの新しいボソン場は群 G の1重項に属するものとする。

ゲージ場 $\check{A}_\mu^a(x)$ は世代の自由度を識別する相互作用を媒介するものであり、 \check{G} 対称性が成り立つ高エネルギー領域では、この場は、たとえば電子、 μ 粒子、 τ 粒子を異なる素粒子として識別する働きをもつ。後に §4 で見るように、スカラー場 $\check{\phi}_j(x)$ の $U(1)$ 成分はヒッグス型のポテンシャルをもち、初期宇宙の加速膨張の記述で主要

曾我見郁夫

な役割を演じる。さらに、この場はマジョラナ型の相互作用を可能にし、ニュートリノの微小質量をシーソー機構によって記述する。

このように最小数の素粒子場で構成される理論のラグランジュ密度 \mathcal{L} を

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_A + \mathcal{L}' \quad (3.2)$$

とする。ここで \mathcal{L}_ψ は、ゲージ相互作用を含むフェルミオン部分であり、 \mathcal{L}_ϕ と \mathcal{L}_A はそれぞれスカラー場 $\phi_j(x)$ とゲージ場 $A_\mu^a(x)$ に関わる部分で、それ以外の相互作用はまとめて \mathcal{L}' と表されている。フェルミオン部分 \mathcal{L}_ψ はフェルミオン3重項によって

$$\mathcal{L}_\psi = \sum_{f,h} \bar{\psi}_h^{(f)} i\gamma^\mu D_\mu \psi_h^{(f)} \quad (3.3)$$

と構成される。ここで共変微分は

$$D_\mu = \partial_\mu - i\check{g} \sum_j \check{A}_\mu^j(x) \frac{1}{2} \check{\tau}_j - i\check{g}' \check{A}_\mu^0(x) y_\psi D - i\{\text{G-gauge fields}\}_\mu \quad (3.4)$$

であり、 \check{g} と \check{g}' は場 $\check{A}_\mu^j(x)$ ($j=1, 2, 3$) と $\check{A}_\mu^0(x)$ のゲージ相互作用定数である。また、 y_ψ は U(1)-フレーバー荷であり、共変微分の最後の部分は『縦の対称性群』G に関わるゲージ場部分である。

フレーバー対称群のゲージ4重項のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} \sum_a \check{F}^{a\mu\nu} \check{F}_{\mu\nu}^a \quad (3.5)$$

と表され、ここで $\check{F}_{\mu\nu}^a$ はゲージ場の曲率テンソル

$$\begin{cases} \check{F}_{\mu\nu}^0 = \partial_\mu \check{A}_\nu^0 - \partial_\nu \check{A}_\mu^0, \\ \check{F}_{\mu\nu}^j = \partial_\mu \check{A}_\nu^j - \partial_\nu \check{A}_\mu^j + \check{g}\epsilon_{jkl} \check{A}_\mu^k \check{A}_\nu^l \end{cases} \quad (3.6)$$

である。ゲージ場の対称化されたエネルギー・運動量テンソルは

$$T_A^{\mu\nu} = \sum_a \left[-\check{F}^{a\mu\rho} \check{F}_{\rho}^{a\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} \check{F}^{a\rho\sigma} \check{F}_{\rho\sigma}^a \right] \quad (3.7)$$

と表される。

(3.1) 式のフェルミオン場と同様に、スカラー場 $\phi_j(x)$ もフレーバー対称群の基本3重項

$$\check{\phi}(x) = \begin{pmatrix} \check{\phi}_1(x) \\ \check{\phi}_2(x) \\ \check{\phi}_3(x) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

を構成する。また、スカラー場のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_\phi = (D^\mu \check{\phi})^\dagger (D_\mu \check{\phi}) - \check{V}(\check{\phi}) \quad (3.9)$$

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

であり、ここで共変微分は

$$D_\mu = \partial_\mu - i\check{g} \sum_j \check{A}_\mu^j(x) \frac{1}{2} \check{\tau}_j - i\check{g}' \check{A}_\mu^0(x) y_\check{\phi} D \quad (3.10)$$

と表され、 $y_\check{\phi}$ はスカラー場の U(1)-フレーバー荷である。 $\check{V}(\check{\phi})$ はスカラー 3 重項のヒッグスポテンシャルである。ネーターの定理によって、スカラー場のエネルギー・運動量テンソルは

$$T_\check{\phi}^{\mu\nu} = (D^\mu \check{\phi})^\dagger (D^\nu \check{\phi}) + (D^\nu \check{\phi})^\dagger (D^\mu \check{\phi}) - g^{\mu\nu} \mathcal{L}_\check{\phi} \quad (3.11)$$

と求められる。後に §5 で、初期インフレーションを考察する際には、デモクラティック生成子 D によって 3 重項 $\check{\phi}$ から選び出される U(1) 部分の成分である $D\check{\phi}$ のみに注目する。

§4. U(1) ゲージ対称性の動的な秘匿

内部ゲージ属性をもつスカラー場は、一般的に、ゲージ自由度を担う位相因子と残りの部分に分離することができる。他方、ゲージ場から内部属性を分離することは、一般的には、不可能である。唯一の例外は、U(1) ゲージ理論であり、この場合はゲージ場自体は内部属性をもたない。そこで、前の 2 つの節で定式化した場の理論が含む U(1) 対称性に限定して、顕なゲージ対称性を隠す (秘匿する) 機構をつくる。あるスケール $\Lambda = \check{\Lambda}$ 以上で U(1) 対称性が顕に成り立つものとして、ゴールドストーン・ヒッグス模型 (GH 模型) で、まず HM を再考しつぎに DCGS を定式化する。

フレーバー対称理論のスカラー場とゲージ場の U(1) 部分を選び出し

$$\Phi(x) = D\check{\phi}(x) \quad (4.1)$$

および

$$A_\mu(x) = \check{A}_\mu^0(x) \quad (4.2)$$

とおく。ゲージ場の曲率テンソルと複素スカラー場に対する共変微分は

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad D_\mu \Phi = (\partial_\mu - ig A_\mu) \Phi \quad (4.3)$$

となる。ここでゲージ相互作用定数を $g = \check{g}' y_\check{\phi}$ とおいた。この GH 模型はラグランジュ密度

$$\mathcal{L}_{\text{GH}} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (4.4)$$

をもつ。ここで、 $\Phi(x)$ 場のヒッグスポテンシャルは $\check{V}(\check{\phi})$ の一部分であり

$$V(\Phi) = \frac{1}{2} \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 - m^2 \Phi^\dagger \Phi + \frac{m^4}{2\lambda} = \frac{1}{2} \lambda \left(\Phi^\dagger \Phi - m^2/\lambda \right)^2 \quad (4.5)$$

と完全平方の形に選ぶ。それは後に §4 で、初期宇宙の分析を行う際に出てくる積分を解析的に実行するためである。ゲージ場 $A_\mu(x)$ と複素スカラー場 $\Phi(x)$ は、オイラー・ラグランジュ (EL) 方程式

$$\partial^\nu F_{\mu\nu} = J_\mu \quad (4.6)$$

曾我見郁夫

および

$$D^\mu D_\mu \Phi = -\lambda(\Phi^\dagger \Phi)\Phi + m^2 \Phi \quad (4.7)$$

に従う。U(1) の流れ

$$J_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{GH}}}{\partial A^\mu} = ig \left[\Phi^\dagger (\partial_\mu \Phi) - (\partial_\mu \Phi)^\dagger \Phi \right] + 2g^2 \Phi^\dagger \Phi A_\mu \quad (4.8)$$

は、(4.6) 式が無矛盾であるために

$$\partial^\mu J_\mu = 0 \quad (4.9)$$

のように保存しなければならないが、この保存則は (4.7) によって自動的に保障される。複素場 $\Phi(x)$ を

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(x) + i\phi_2(x)] \quad (4.10)$$

のように、2つの実成分場 $\phi_1(x)$ と $\phi_2(x)$ に分解する。通常の HM では、エネルギースケール Λ で対称性が自発的に破れ (隠され)、量子場 $\phi_1(x)$ または $\phi_2(x)$ の何れかが、真空期待値 (VEV) を獲得すると仮定される。その結果、例えば

$$\phi_1(x) \Rightarrow v + h(x), \quad \phi_2(x) \Rightarrow \phi_{\text{NG}}(x) \quad (4.11)$$

となる。ここで $h(x)$ と $\phi_{\text{NG}}(x)$ は実の成分場であり、定数

$$v = \sqrt{2} \langle \Phi \rangle = \sqrt{2m^2/\lambda} \quad (4.12)$$

はヒッグスポテンシャルの無限に可能な極小値から自発的に選ばれた VEV である。方程式 (4.11) で、記号 \Rightarrow を用いたのは、この HM での対称性の破れが動的な物理過程ではなく瞬間的な転移と解釈されることを強調するためである。スカラー場 $h(x)$ は質量 $m_S = \sqrt{2}m$ をもち、ゲージ場は質量 $m_V = gv = \sqrt{2/\lambda}gm$ をもつベクトル場になる。 $\phi_{\text{NG}}(x)$ は仮想的な南部・ゴールドストーン場である。

ここで、DCGS を定式化するために HM を2つの異なる段階に分ける。そのために、2つのエネルギースケール Λ_1 と Λ_2 ($\Lambda_1 > \Lambda_2$) を導入する。 Λ_1 より高エネルギーの領域で顕に成り立っていた U(1) 対称性は、このスケールで秘匿される (隠される) と要請する。ここから DCGS の第1段階が始まる。この段階で、系は動的な時間発展を遂げることによりポテンシャル $V(\Phi)$ の極小状態に接近し、スケール Λ_2 で HM での VEV 獲得に対応する変化を引き起こす。これが DCGS の第2段階である。HM と DCGS の自然な対応を保つために、 $\Lambda_2 = \Lambda$ と仮定する。

DCGS の第1段階は、HM の VEV 獲得と同様の過程が起こることで、第2段階に入ると要請した。しかし、動的な時間発展の結果として定数項を獲得することができるのは、内部属性をもたないスカラー場のみである。宇宙物理学で、内部属性をもたないスカラーの存在を仮定するのは、このためである。ところが、SM や GUT のようなゲージ場理論のスカラー場は対称群の既約表現に属し、内部属性をもっている。これは、フレーバー対称性のゲージ場理論でも、同じである。したがって、DCGS 機構が成り立つためには、内部属性をもつ場である複素場 $\Phi(x)$ は内部属性をもたない実場に変容することが必要である。そのような変容の可能性を調べるために、物質場とゲージ場を融和させるゲージ対称性の特性に注目しなければならない。

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

ゲージ対称性は、ゲージ場の加法的自由度と物質場の位相因子による乗法的自由度が協調し合うことで生み出される。このゲージ対称性の起源が、「複素場から U(1) 位相の自由度を剥ぎ取り実場をつくる」そして「元のゲージ場と剥ぎ取られた位相の重ね合わせにより新しいベクトル場を構成する」ことを可能にしてくれるのである。その結果として生成される実場が動的な発展を遂げて、定数項を獲得することになる。そのため、スケール Λ_1 で、この実場は量子場成分と共に古典場成分をもつと要請する。すなわち、スケール Λ_1 での対称性の秘匿は、複素場 $\Phi(x)$ から「古典場成分をもつ実場」の分離が起こる過程である。

このような U(1) 対称性の秘匿は、ユニタリーゲージを用いることによって、もっとも自然に記述することができる。そこで $\Phi(x)$ を

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\theta(x)} \varphi(x) \quad (4-13)$$

のように表現し、新たな場 $\varphi(x)$ が実になるように位相 $\theta(x)$ を分離する。つぎに、ゲージ場から分離された位相の微分を引くことにより、新たなベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ を

$$\alpha_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta(x) \quad (4-14)$$

と定義する。ここで、位相 $\theta(x)$ は任意定数の不定性をもっているが、以下のすべての議論はそのような定数の値に左右されることはない。通常の HM では不定な位相により無限に縮退した値の中からひとつの VEV が自発的に獲得される。これに対して、DCGS では、不定な位相はスケール Λ_1 で対称性の秘匿を引き起こすゲージ固定の段階で出現し、系の動的な発展に影響を与えない。このように、新たな実場 $\varphi(x)$ はゲージ対称性の制約から開放される。

新しい場 $\alpha_\mu(x)$ および $\varphi(x)$ によって、ラグランジュ密度 \mathcal{L}_{GH} は

$$\mathcal{L}(\alpha, \varphi) = -\frac{1}{4} f^{\mu\nu} f_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial^\mu \varphi \partial_\mu \varphi + \frac{1}{2} g^2 \alpha^\mu \alpha_\mu \varphi^2 - V(\varphi) \quad (4-15)$$

と表される。ここで $f_{\mu\nu} = \partial_\mu \alpha_\nu - \partial_\nu \alpha_\mu$ は質量をもたないベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ の強度テンソルであり、ヒッグスポテンシャルは

$$V(\varphi) = \frac{1}{8} \lambda (\varphi^2 - 2m^2/\lambda)^2 \quad (4-16)$$

である。こうして、実場 $\alpha_\mu(x)$ と $\varphi(x)$ は顕なゲージ変換を受けず、対称性が秘匿されたことが分かる。

ここで、対称性は隠された（秘匿された）のであり、決して破られたものではないことに注意しよう。新しい場の定義式 (4-13) および (4-14) で、位相関数 $\theta(x)$ は任意に調整することができるのである。この秘匿された (implicit な) 自由度は、ベクトル場の EL 方程式 (4-19) および (5-3) が矛盾なく解をもつことを保障してくれる。

流れのベクトルとエネルギー・運動量テンソルは

$$j_\mu = g^2 \varphi^2 \alpha_\mu \quad (4-17)$$

および

$$T_{\mu\nu} = f_{\mu\rho} f_\nu^\rho + \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - g_{\mu\nu} \mathcal{L}(\alpha, \varphi) \quad (4-18)$$

曾我見郁夫

となる。こうして、DCGS の第 1 段階の舞台が整えられた。

この第 1 段階で、ベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ と実スカラー場 $\varphi(x)$ は、EL 方程式

$$\partial^\nu f_{\mu\nu} = g^2 \varphi^2 \alpha_\mu \quad (4.19)$$

および

$$\partial^\mu \partial_\mu \varphi = g^2 \alpha^\mu \alpha_\mu \varphi - V'(\varphi), \quad V'(\varphi) = \partial V / \partial \varphi \quad (4.20)$$

にしたがって時間発展をする。

(4.8) 式の流れ $J_\mu(x)$ の保存は自動的に保証されて、ゲージ場 $A_\mu(x)$ とヒッグス場 $\phi(x)$ が制約を受けることはなかった。これとは対照的に、流れ $j_\mu(x)$ も (4.19) 式が矛盾を含まないために保存しなければならないが、その保存を場の EL 方程式から証明することはできない。そのため保存則

$$\partial^\mu j_\mu(x) = g^2 \partial^\mu (\varphi^2 \alpha_\mu) = 0 \quad (4.21)$$

はベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ の自由度に対する拘束条件となる。このような拘束を受けるベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ は、質量をもたず長距離相互作用を媒介するという意味で、U(1) 対称性のオリジナルな物理的意味を部分的に保持していると解釈することができる。

非線形の連立微分方程式 (4.19)~(4.21) を解析的に解き、系の時間発展を追跡することは容易でない。しかし、実スカラー場 $\varphi(x)$ の古典的な主要成分がポテンシャル $V(\varphi)$ の極小値へと発展する経路は自然なひとつの解である。この解は、通常の HM での自発的かつ瞬間的な VEV の獲得に対応するものである。そこで、動的な発展を遂げた場 $\varphi(x)$ の主要成分が、スケール Λ_2 で

$$\langle \varphi \rangle \rightarrow \varphi_M = v \quad (4.22)$$

のように定数項を獲得する経路が確からしい物理プロセスとして存在するものと仮定する。その結果として、ベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ は零でない質量を獲得し、DCGS の時間発展は、第 2 段階に入る。

(4.22) 式の平衡状態の近くでの系の振舞いを考察しよう。系が DCGS の第 2 段階にあることを示すために、ベクトル場と φ_M のまわりでのスカラー場を

$$\alpha_\mu(x) = \tilde{\alpha}_\mu(x), \quad \varphi(x) = \tilde{\varphi}(x) + \varphi_M \quad (4.23)$$

のように新しい記法 $\tilde{\alpha}(x)$ および $\tilde{\varphi}(x)$ で表すと、第 2 段階での系のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}(\tilde{\alpha}, \tilde{\varphi}) = -\frac{1}{4} \tilde{f}^{\mu\nu} \tilde{f}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial^\mu \tilde{\varphi} \partial_\mu \tilde{\varphi} + \frac{1}{2} g^2 \tilde{\alpha}^\mu \tilde{\alpha}_\mu (\tilde{\varphi} + \varphi_M)^2 - \frac{1}{8} \lambda \tilde{\varphi}^2 (\tilde{\varphi} + 2\varphi_M)^2 \quad (4.24)$$

となる。ここで、ベクトル場 $\tilde{\alpha}_\mu(x)$ の強度テンソルを $\tilde{f}_{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{\alpha}_\nu - \partial_\nu \tilde{\alpha}_\mu$ とおいた。この段階で、ベクトル場 $\tilde{\alpha}_\mu(x)$ は質量 $m_V = g\varphi_M$ を獲得し、それが媒介する相互作用は短距離となり、U(1) ゲージ対称性は元の物理的意味を喪失する。

質量を得たベクトル場 $\tilde{\alpha}_\mu(x)$ とスカラー場 $\tilde{\varphi}(x)$ の EL 方程式は

$$\partial^\nu \tilde{f}_{\mu\nu} = (g\tilde{\varphi} + m_V)^2 \tilde{\alpha}_\mu \quad (4.25)$$

および

$$\partial^\mu \partial_\mu \tilde{\varphi} = g \tilde{\alpha}^\mu \tilde{\alpha}_\mu (g\tilde{\varphi} + m_V) - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{g^2} \tilde{\varphi} (g\tilde{\varphi} + m_M)(g\tilde{\varphi} + 2m_M) \quad (4.26)$$

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

となり、(4.25) 式の拘束条件は

$$\partial^\mu [(g\tilde{\varphi} + m_V)^2 \tilde{\alpha}_\mu] = 0 \quad (4.27)$$

となる。

§5. フレーバー対称性から派生する初期インフレーション

このように構築された DCGS 機構を、宇宙の初期インフレーションの記述に適用する。フレーバー対称性の U(1) 部分の複素スカラー場 $\Phi(x)$ から分離された実場 $\varphi(x)$ が、宇宙物理学で導入されるインフラトンの役割を演じることになる。

一様等方な宇宙は、フリードマン・ロバートソン・ウォーカー (FRW) 計量で記述される。計量因子 a はアインシュタイン方程式

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi}{3M_P^2} \rho, \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3M_P^2} (\rho + 3p) \quad (5.1)$$

を満たす。ここで H はハッブルパラメーターで、プランク質量 M_P は重力定数 G で $M_P = \sqrt{1/G}$ と表される。 ρ と p は、エネルギーと運動量の密度でテンソル $T_{\mu\nu}$ から

$$\rho = \langle T_{00} \rangle, \quad p = \frac{1}{3} \frac{1}{a^2} \sum_i \langle T_{ii} \rangle \quad (5.2)$$

のように、初期宇宙の状態で期待値を計算することにより求められる。

FRW 計量の存在の下での最小作用の原理から、ベクトル場 $\alpha_\mu(x)$ と実スカラー場 $\varphi(x)$ の EL 方程式が

$$\partial^\nu (a^3 f_{\mu\nu}) = g^2 a^3 \varphi^2 \alpha_\mu \quad (5.3)$$

および

$$\partial_\mu (a^3 \partial^\mu \varphi) = a^3 [g^2 \alpha^\mu \alpha_\mu \varphi - V'(\varphi)] \quad (5.4)$$

と定められ、(5.3) 式の整合性から $\alpha_\mu(x)$ に対する拘束条件

$$\partial^\mu (a^3 \varphi^2 \alpha_\mu) = 0 \quad (5.5)$$

が導き出される。

曲がった時空では、共変ベクトル場が基本であるので $(\alpha_\mu(x)) = (\alpha_0(x), \alpha(x))$ と表すことにすると、反変ベクトル場は $(\alpha^\mu(x)) = (\alpha_0(x), -\alpha(x)/a^2)$ となる。観測によって 10^{-5} の精度で確かめられている宇宙の一様性と等方性により、ベクトル場と実スカラー場は

$$\alpha_\mu(x) = a_\mu(t) + \hat{\alpha}_\mu(x), \quad \varphi(x) = \phi(t) + \hat{\varphi}(x) \quad (5.6)$$

と分解することができる。ここで、 $a_\mu(t)$ と $\phi(t)$ はそれぞれの場の空間的に一様かつ等方な古典的成分であり、 $\hat{\alpha}_\mu(x)$ と $\hat{\varphi}(x)$ は然るべき処方で量子化された成分場である。成分 $a_\mu(t)$ の強度テンソルは、 $f_{\mu\nu}(t) = \partial_\mu a_\nu(t) - \partial_\nu a_\mu(t)$ と表すことにする。

この節での我々の関心は、初期のインフレーション期にある宇宙の進化にある。そこで、ここでは一様な古典的成分 $a_\mu(t)$ および $\phi(t)$ からの寄与が支配的であると、

曾我見郁夫

それらの成分場で表した方程式 (5.3)~(5.5) を解析する。宇宙の大規模構造の萌芽となる量子成分場 $\hat{\alpha}_\mu(x)$ と $\hat{\phi}(x)$ による揺らぎの研究は、将来の課題として残し、ここでは論じない。

テンソル $f_{\mu\nu}(t)$ の反対称性を用いると、一様成分 $a_\mu(t)$ に対する方程式 (5.3) から、直ちに、つぎの簡単な恒等関係式

$$a_0(t) = 0 \quad (5.7)$$

が導かれる。これは宇宙が一様かつ等方であるという対称性の帰結であり、ベクトル $a_\mu(t)$ に課される“自然なゲージ固定条件”と解釈することができる。この強い制約条件は、以下の分析を驚くほど容易にしてくれる。まず、一様成分 $a_\mu(t)$ および $\phi(t)$ に対する (5.5) 式の保存条件は

$$\partial^\mu (a^3 \phi^2 a_\mu) = \partial^j (a^3 \phi^2 a_j) = -\frac{1}{a^2} \nabla \cdot [a^3(t) \phi^2(t) \mathbf{a}(t)] = 0 \quad (5.8)$$

のように自明な関係になる。ここで $\mathbf{a}(t)$ は一様成分 $a_\mu(t)$ の空間部分である。こうして、流れの保存則 (5.5) は一様成分の解析に何ら制約を与えないことが分かる。さらに、関係式 (5.7) から評価 $\alpha^\mu \alpha_\mu \simeq a^\mu a_\mu = a^j a_j = -a^2/a^2$ を導くことができる。そのため、巨大な計量因子 ($a \gg 1$) をもつインフレーション期では、方程式 (5.4) の非線形項は良い近似で無視することができる。

こうして、方程式 (5.3) と (5.4) から、一様成分 $\mathbf{a}(t)$ と $\phi(t)$ の振舞いを記述する方程式として

$$\ddot{\mathbf{a}} + 3H \dot{\mathbf{a}} = -g^2 \phi^2 \mathbf{a} \quad (5.9)$$

および

$$\ddot{\phi} + 3H \dot{\phi} \simeq -V'(\phi) \quad (5.10)$$

が求められる。同じ近似で、エネルギー密度と圧力は

$$\rho \simeq \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p \simeq \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (5.11)$$

と評価される。ベクトル場成分からの寄与は $1/a^2$ のオーダーであり、これらの式では無視した。

一様成分の方程式 (5.9) および (5.10) と計量因子 a の方程式 (5.1) を解析的に分析するために、宇宙物理学で採用されている **slow-rolling 条件** を受け入れることにする。この近似では、一様成分の二階微分 $\ddot{\mathbf{a}}$ および $\ddot{\phi}$ と一階微分の二次項 $\dot{\mathbf{a}}^2$ および $\dot{\phi}^2$ は微小であるとして無視される。この近似で、計量因子は十分に大きい ($a^2 \gg 1$) とすると、エネルギー密度と圧力のは

$$\rho = -p = V(\phi) = \frac{1}{8} \lambda (\phi^2 - \phi_M^2)^2 \quad (5.12)$$

となる。ここで、 $\varphi_M = \phi_M$ とおいた。同様にアインシュタイン方程式 (5.1) は

$$\left(\frac{\dot{\mathbf{a}}}{a}\right)^2 = \frac{\ddot{a}}{a} = H^2 = \frac{8\pi}{3M_P^2} V(\phi) \quad (5.13)$$

となり、(5.9) 式および (5.10) 式はそれぞれ

$$\dot{\mathbf{a}} = -\frac{g^2 \phi^2}{3H} \mathbf{a} = -\frac{g^2}{\sqrt{3\pi\lambda}} M_P \frac{\phi^2}{|\phi^2 - \phi_M^2|} \mathbf{a} \quad (5.14)$$

フレーバー対称性のゲージ場理論とゲージ対称性の動的な秘匿機構

および

$$\dot{\phi} = -\frac{V'(\phi)}{3H} = -\sqrt{\frac{\lambda}{12\pi}} M_P \frac{\phi^2 - \phi_M^2}{|\phi^2 - \phi_M^2|} \phi \quad (5.15)$$

となる。

これらの連立微分方程式を解くために、Linde が提唱している初期条件¹⁰⁾を採用する。彼は「初期プランク時刻、 $t_P = M_P^{-1} \simeq 10^{-43}$ 秒、の宇宙ではインフラトンが支配的で、 $(M_P)^4$ のオーダーのポテンシャルエネルギー密度が初期インフレーションを駆動している」と仮定した。我々の理論では、実スカラー場 $\phi(x)$ が Linde のインフラトンと同定される。そこでインフレーション開始時刻を t_S とし、その時刻でのインフラトンの主要な一様成分 $\phi_S = \phi(t_S)$ は

$$V(\phi_S) = M_P^4 \rightarrow \phi_S^2 = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} M_P^2 + \phi_M^2. \quad (5.16)$$

と評価することができる。スカラー場の自己相互作用の結合定数 λ は、初期宇宙の揺らぎの分析からきわめて小さい値 $\lambda \simeq 10^{-15} \sim 10^{-16}$ をもつことが知られている。これから、(5.16) 式の第1項の値は $10^8 \times M_P^2 \simeq 10^{46} [\text{GeV}]^2$ と評価される。つぎに、その第2項を評価するために、我々は、宇宙の再加熱期がスケール $\Lambda_{RH} \simeq 10^{14}$ GeV で生じ、それがヒッグスポテンシャル $V(\phi)$ の極小期に近いと仮定する。そこで $V(2\phi_M) \simeq \Lambda_{RH}^4$ とすると、 $\phi_M^2 \simeq 10^8 \times \Lambda_{RH}^2 \approx 10^{36} [\text{GeV}]^2$ を得る。こうして第2項を無視すると、スカラー場の一様成分 $\phi(t)$ の初期振幅が $\phi_S \simeq 10^4 \times M_P \simeq 10^{23} [\text{GeV}]$ と評価される。また、初期宇宙でインフラトンが支配的であるとの要請から、ベクトル場の一様成分の初期振幅は十分に小さくて $|a_S| = |a(t_S)| \ll \phi_S$ であるとする。

領域 $\phi_S > \phi > \phi_M$ で、連立微分方程式 (5.13)–(5.15) は、関係式

$$\int_{t_S}^t H dt = \int_{\phi_S}^{\phi(t)} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi = -\frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\phi_S}^{\phi(t)} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi \quad (5.17)$$

を用いて解析的に解くことができる。計量因子は

$$a(t) = a_S \exp \left\{ \frac{\pi}{M_P^2} \left[\phi_S^2 - \phi^2(t) + 2\phi_M^2 \ln \frac{\phi(t)}{\phi_S} \right] \right\} \quad (5.18)$$

と定められ、一様成分 $a(t)$ と $\phi(t)$ の解析解は

$$a(t) = a_S \left[\frac{\phi^2(t) - \phi_M^2}{\phi_S^2 - \phi_M^2} \right]^{\frac{2}{\lambda}} \quad (5.19)$$

および

$$\phi(t) = \phi_S \exp \left(-\sqrt{\frac{\lambda}{12\pi}} M_P t \right) \quad (5.20)$$

と求められる。

これらの結果の数値解析を行うために、宇宙物理学に倣って、インフレーションが終焉する時刻を $t_E \approx 10^{-36} \sim 10^{-35}$ 秒と評価する。すると、 $t_E > t > t_S$ の時間では slow-rolling 条件が良い近似で成り立ち、指数関数の形で求められた解を

曾我見郁夫

$\phi(t) \approx \phi_S \left(1 - \sqrt{\lambda/12\pi} M_P t\right)$ のように線形近似することができる。 $a(t)$ の解は大きい冪 g^2/λ をもち単調に激しく減少する関数であり、初期振幅を小さくとれば、それはインフレーション期を通じてさらに急激に減少する。計量因子の解 (5.18) に $\phi(t)$ の線形近似を代入すると、初期インフレーションの終焉時と開始時の計量因子の比が

$$\frac{a(t_E)}{a(t_S)} = \exp \left\{ \sqrt{\frac{8\pi}{3}} M_P t_E \right\} \quad (5.21)$$

と決められる。これから、終焉時刻を $t_E = 10^{-36}$ 秒 (10^{-35} 秒) とすると、インフレーションは宇宙の領域を $\exp(10^7)$ ($\exp(10^8)$) 倍に加速膨張させることが分かる。

一様成分の微分が増大すると slow-rolling 条件が破れ、DCGS の第1段階として記述されるインフレーション期が終わる。この破れが起こる条件を調べるには方程式 (5.9) と (5.10) を解くことが必要であるが、ここでは (5.15) を用いて ρ と p の運動項とポテンシャル項の比を

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2V(\phi)} \approx \frac{1}{3\pi} \frac{M_P^2}{\phi^2} \quad (5.22)$$

と評価するにとどめる。これから、一様成分 $\phi(t)$ が $M_P/\sqrt{3\pi}$ の近くまで減少すると、slow-rolling 条件が破られることが分かる。DCGS の第1段階が終わりに近づくと、スカラー場の一様成分 $\phi(t)$ は ϕ_M のまわりで減衰振動を開始し、宇宙は DCGS の第2段階である再加熱期に入る。

§6. 結論

この論考では、フレーバー対称群 $\tilde{G} \simeq \text{SU}(2) \times \text{U}(1)$ のゲージ場理論を構築して、“部分群 $\text{U}(1)$ に関わるゲージ対称性を動的に秘匿する機構” DCGS を定式化した。時間経過に沿ってゲージ対称性を隠す機構である DCGS は、ヒッグス機構 HM が適用できない現象を説明することができる。この DCGS で初期宇宙の加速膨張を考察し、複素スカラー場から分離された実場がインフラトンの役割を演じることを見出した。

References

- 1) A.H. Guth, Phys. Rev. D **23** (1981), 347.
- 2) M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- 3) L.-L. Chau and W.-Y. Keung, Phys. Rev. Lett. **53**, 1802 (1984);
F. J. Botella and L. L. Chau, Phys. Lett. B **168**, 97 (1986);
H. Harari and M. Leurer, Phys. Lett. B **181**, 123 (1986);
H. Fritzsch and J. Plankl, Phys. Rev. D **35**, 1732 (1987);
F. J. Botella and L. L. Chau, Phys. Lett. B **168**, 97 (1986).
- 4) C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Nucl. Phys. B **147**, 277 (1979);
H. Fritzsch, Nucl. Phys. B **155**, 189 (1979);
S. Dimopoulos, L. J. Hall, and S. Rabi, Phys. Rev. Lett. **68**, 1984 (1992).
- 5) H. Fritzsch and Z.-Z. Xing, Phys. Lett. B **413**, 396 (1997).
- 6) I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **114** (2005), 873; **115** (2006), 461.
- 7) H. Harari, H. Haut and J. Weyers, Phys. Lett. B **78**, 459 (1978);
Y. Koide, Phys. Rev. D **28**, 252 (1983); D **57**, 4429 (1998).
- 8) S. Eidelman et al. (Particle Data Group), Phys. Lett. B **592**, 1 (2004)
URL <http://pdf.lbl.gov/>.
- 9) I. S. Sogami, Proceedings of the IV International Symposium on Quantum Theory and Symmetries, eds. V. K. Dobrev, Vol.2 (Heron Press, 2005), 520
- 10) A.D. Linde, Phys. Lett. B **108** (1982), 389.