

転換社債の価格評価: ラプラス変換アプローチ*

北海道大学・経済学研究科 木村 俊一 (Toshikazu Kimura)[†]

北海道大学・経済学部 石原 直美 (Naomi Ishihara)[‡]

[†]Graduate School of Economics and Business Administration

[‡]Faculty of Economics

Hokkaido University

1 はじめに

1.1 転換社債の概要

転換社債とは社債と株式両方の性質を持つ有価証券である。1998年の商法改正により転換社債型新株予約権付社債に名称が改められたが、本論文では全て転換社債という用語で統一して述べる。発行時は普通社債と同様であるが、あらかじめ定められた請求期間内であれば、社債購入者の請求によって転換価格で株式に転換することができる。近年、企業の資金調達は銀行借り入れに限らず株式や社債の発行など多様化している。そのもとで転換社債を発行する企業は増加し、国内外の市場で活発に取引されている。2006年度、日本国内における転換社債発行額は5,150億円、転換額は83億円である [3]。転換社債のメリット、デメリットについて述べる。購入者にとって転換社債は社債の安全性と株式による投機性を兼ね備えた商品である。発行会社の株価が転換価格を下回っていれば、社債として保有し続け、定期的にクーポン、つまり利息を受け取り、償還日に額面金額が払い戻される。反対に株価が転換価格を上回れば、社債を株式に転換し売却益を期待することができる。また、転換せずに転換社債のまま売却することもできる。一方、発行する企業は普通社債に比べて社債のクーポン利率を低く設定できるので金利負担が小さい。また、所有者が社債を株式に転換した後は社債を返済する必要がなく、株式増資に比べ配当の負担が少ないので発行する企業は低いコストで資金を調達することができる。このように転換社債は購入者、企業双方にとって利点が多い商品である。しかし、企業が転換社債を大量に発行すると、株式が低迷した場合に社債の所有者は株式に転換しないので、企業は満期時に返済を迫られる。そして、潜在的な株式としての性質が強いので、発行にあたっては既存株主の配慮や配当負担の点も考慮する必要がある。投資家にとっても転換請求期間内に転換しなければ、単なる表面利率の低い社債である。

過去において、転換社債について様々なアプローチから多くの研究が行われてきたが、転換社債を含め、信用リスクがある社債や社債の派生商品の評価方法としては構造型アプローチと誘導型アプローチの2つの方法が主に研究されてきた。構造型アプローチとは、Merton [12] によって提唱され、対象企業の経済変数、例えば総資産価値が一定水準を下回った場合デフォルト(債務不履行)が発生すると想定するものである。しかし、市場において企業価値を観察するのは困難であり、パラメータの推定が難しいという問題がある。一方、誘導型アプローチは、ある時点におけ

*This research was supported in part by the Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 16310104) of the Japan Society for the Promotion of Science in 2004-2008.

るデフォルトの瞬間的発生率をハザード過程と呼ばれる確率過程を用いて表現するモデルである。このアプローチは構造型アプローチに比べて扱いやすいが、内生的なリスクを説明することができないという欠点もある。

構造型アプローチの代表的な研究を紹介する。実務においては様々な制約があるが、転換社債は満期までの期間内に保有者が任意時点で社債を株式に転換できる権利をもつ。そのため、転換社債の問題はアメリカン・オプションに関する研究を応用することによって考えることができる。Ingersoll [10] と Brennan and Schwartz [5] は、企業資産を原資産として、Black and Scholes [4] と Merton によるオプションの価格評価法を転換社債に拡張し、有限差分法によって価格モデルの評価を行った。しかし、転換境界を解析的に導出することは困難であることから数値解しか与えられていなかったが、Hayashi et al. [9] は Brennan and Schwartz のモデルを拡張し、ラプラス・カールソン変換を用いることによって転換社債価格と転換境界の近似解析解を導出した。さらに、得られたモデルと Brennan and Schwartz のモデルを比較実験することによって、ラプラス・カールソン変換による計算時間の短縮を実証した。ラプラス変換及びラプラス・カールソン変換は偏微分方程式を常微分方程式に変換することができるので、様々なオプションの研究に用いられてきた。例えば、Carr [7] はラプラス・カールソン変換を満期をランダム化したオプションに対応させて、アメリカン・バニラ・プットオプションの価格評価を行った。また、同様に、Kimura and Kikuchi [11] も連続的インストゥルメント・オプションの価格評価と停止境界の導出を行っている。誘導型アプローチの代表的な研究としては、Duffie and Singleton [8] が挙げられる。Carayannopoulos [6] はそれに続き、利子率の確率的性質を用いた転換社債の価格モデルを提唱した。Takahashi et al. [14] は Duffie and Singleton のアプローチを採り入れ信用リスクを考慮にいたした転換社債の評価モデルを提示した。さらに、日本の転換社債のデータを用いて既存のモデルと比較したがサンプルは限られており、モデルの正確性を示すために十分ではなかった。

本論文の目的は、Brennan and Schwartz [5] に対して、ラプラス・カールソン変換法を用いた Hayashi et al. [9] の結果を離散的なクーポンの支払いがある場合に拡張し、転換社債価格と転換境界のラプラス・カールソン変換を導出する。また、数値的ラプラス逆変換を用いて数値実験を行い、得られたモデルの有用性を検証する。本文の構成は以下の通りである。第2節では、まず本論文を通して用いる仮定や定義について述べ、転換社債の価格を偏微分方程式によって定式化する。次にラプラス・カールソン変換によって得られる常微分方程式から転換社債価格及び転換境界を導出する。第3節では第2節で導出した転換社債価格と転換境界のラプラス・カールソン変換を数値的逆変換して離散的クーポンの支払いがある場合の転換社債価格、転換境界に関する逆変換の有用性について検証する。最後に第4節では本論文の結論と今後の研究課題について述べる。

2 転換社債の価格評価

2.1 偏微分方程式による定式化

本節では転換社債価格を定式化し、転換境界を導出する。まず、その準備として仮定と定義について述べる。満期 T までにデフォルトは発生しないと仮定する。原資産価格の上方に境界 (\bar{V}) が存在し、転換境界に到達したときに転換が起こる。転換社債の原資産となる企業価値 $V(t)$ は無

裁定条件下において以下の幾何ブラウン運動に従う。すなわち、過程 $V(t)$ は次の確率微分方程式を満たす。

$$dV(t) = (r - \delta)V(t)dt + \sigma V(t)dW(t), \quad t \geq 0 \quad (1)$$

ただし、 $r > 0$ は安全利子率、 $\delta > 0$ は原資産に対する配当率、 σ はボラティリティ、 W は標準ウィナー過程である。

クーポンは時点 t_i ($0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n \leq T$) で金額 c_i が支払われると仮定する。したがって、時刻 $t \in [0, T]$ までに支払われるクーポンの総額は

$$C(t) = \sum_{i=1}^n c_i \mathbf{1}_{\{t \geq t_i\}}(t)$$

で与えられる。ここで $\mathbf{1}_A(\cdot)$ は指標関数

$$\mathbf{1}_A(t) = \begin{cases} 1, & t \in A \\ 0, & t \notin A \end{cases}$$

を表す。

転換社債価格 $B(V(t), t)$ は以下の偏微分方程式を満たす。

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 B}{\partial V^2} + (r - \delta)V \frac{\partial B}{\partial V} - rB + \frac{\partial B}{\partial t} = -c(t) \quad (2)$$

ここで、

$$c(t) = \frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^n c_i \delta(t - t_i), \quad t \in [0, T]$$

と定義する。ただし、 δ はディラックのデルタ関数を表し、

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

で与えられ、(2) の境界条件は

$$\lim_{V \rightarrow \bar{V}(t)} B(V, t) = \gamma \bar{V}(t) \quad (3)$$

$$\lim_{V \rightarrow \bar{V}(t)} \frac{\partial B}{\partial V} = \gamma \quad (4)$$

$$\lim_{V \rightarrow 0} B(V, t) < \infty \quad (5)$$

である。ただし、 γ は希薄化係数、つまり、転換株数が増加することによって株価が下がる係数であり、

$$\gamma = \frac{N}{M + LN} \quad (6)$$

で与えられる。ここで N は転換することができる社債数、 M は転換前の株式数、 L は転換する前の社債数である。境界条件 (3) は原資産が転換境界 $\bar{V}(t)$ に達すると、株式の転換が起こるので、転換社債価格 B は転換境界と希薄化係数の積になることを示している。そして境界条件 (4) より転換社債価格は境界にスムーズに接していて、接線の傾きは γ で与えられることがわかる。

転換社債価格 B の終端条件、つまり満期時点における価格は原資産価格 V によって定まる。権利行使時点の社債の価値 $\gamma\bar{V}$ が額面価格 F よりも大きい場合、社債は株式に転換されるので所有者は $\gamma\bar{V}$ を得る。逆に、額面価格 F より小さい場合には、額面しか支払われないので所有者は F を得る。したがって終端条件は

$$B(V, T) = \gamma V \mathbf{1}_{\{V \geq \frac{F}{\gamma}\}} + F \mathbf{1}_{\{V < \frac{F}{\gamma}\}} \quad (7)$$

で与えられる。

2.2 ラプラス・カールソン変換

次に時間の向きを逆にとった場合の転換社債価格について考える。満期 T までの残存時間を $\tau = T - t$ と定義する。このとき、時間の向きを逆に取った V, B, c は、それぞれ

$$\begin{aligned} V &\rightarrow \tilde{V}(\tau) = V(T - \tau) = V(t) \\ B &\rightarrow \tilde{B}(\tilde{V}(\tau), \tau) = B(V(T - \tau), T - \tau) = B(V(t), t) \\ c &\rightarrow \tilde{c}(\tau) = c(T - \tau) = c(t) \end{aligned}$$

と書き換えることができる。したがって、偏微分方程式 (2) と境界条件 (3)-(5) は

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{\partial^2 \tilde{B}}{\partial V^2} + (r - \delta)V \frac{\partial \tilde{B}}{\partial V} - r\tilde{B} + \frac{\partial \tilde{B}}{\partial \tau} = -\tilde{c}(\tau) \quad (8)$$

および

$$\lim_{V \rightarrow \tilde{V}(\tau)} \tilde{B}(V, \tau) = \gamma \tilde{V}(\tau) \quad (9)$$

$$\lim_{V \rightarrow \tilde{V}(\tau)} \frac{\partial \tilde{B}}{\partial V} = \gamma \quad (10)$$

$$\lim_{V \rightarrow 0} \tilde{B}(V, \tau) = 0 \quad (11)$$

と書き換えることができる。終端条件 (7) は、(8) に対しては初期条件として与えられ、

$$\tilde{B}(V, 0) = \gamma V \mathbf{1}_{\{V \geq \frac{F}{\gamma}\}} + F \mathbf{1}_{\{V < \frac{F}{\gamma}\}} \quad (12)$$

となる。 $\lambda > 0$ に対して、 \tilde{B}, \tilde{c} をラプラス・カールソン変換したものを簡略に表現するため

$$B^* \equiv B^*(V, \lambda) = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda\tau} \tilde{B}(V, \tau) d\tau \quad (13)$$

$$c^* \equiv c^*(\lambda) = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda\tau} \tilde{c}(\tau) d\tau = \sum_{i=1}^n c_i e^{-\lambda(T-t_i)} \quad (14)$$

と定義する。ここでラプラス変換ではなくラプラス・カールソン変換を用いる理由は変数変換後も定数が変わらないので、社債価格が比較的扱いやすいかたちで求めることができるからである。

ラプラス・カールソン変換によって偏微分方程式 (2) は常微分方程式

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{d^2 B^*}{dV^2} + (r - \delta)V \frac{dB^*}{dV} - (\lambda + r)B^* = -\lambda \left(\gamma V \mathbf{1}_{\{V \geq \frac{F}{\gamma}\}} + F \mathbf{1}_{\{V < \frac{F}{\gamma}\}} \right) - c^* \quad (15)$$

に変換される。このとき B^* の境界条件は

$$\lim_{V \rightarrow \bar{V}^*} B^*(V, \lambda) = \gamma \bar{V}^* \quad (16)$$

$$\lim_{V \rightarrow \bar{V}^*} \frac{dB^*}{dV} = \gamma \quad (17)$$

$$\lim_{V \rightarrow 0} B^*(V, \lambda) < \infty \quad (18)$$

で与えられる。常微分方程式 (15) は線形微分方程式であり、これを解いて転換社債価格を得る。

定理 1 転換社債価格は

$$B^*(V, \lambda) = \begin{cases} \gamma V, & \bar{V}^* \leq V \\ A_1 V^{\theta_1} + A_2 V^{\theta_2} + \frac{\lambda \gamma}{\lambda + \delta} V + \frac{c^*}{\lambda + r}, & \frac{F}{\gamma} \leq V < \bar{V}^* \\ A_3 V^{\theta_1} + \frac{c^* + \lambda F}{\lambda + r}, & V < \frac{F}{\gamma} \end{cases} \quad (19)$$

で与えられる。ただし

$$A_1 = \frac{\delta \gamma}{\theta_1 (\lambda + \delta)} (\bar{V}^*)^{1-\theta_1} - \frac{\theta_2 \lambda \gamma \sigma^2 (\theta_1 - 1)}{2(\theta_1 - \theta_2)(\lambda + \delta)(\lambda + r) F^{\theta_2-1}} (\bar{V}^*)^{\theta_2-\theta_1} \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{\lambda \gamma \sigma^2 \theta_1 (\theta_1 - 1)}{2(\theta_1 - \theta_2)(\lambda + \delta)(\lambda + r) F^{\theta_2-1}} \quad (21)$$

$$A_3 = \frac{\delta \gamma}{\theta_1 (\lambda + \delta)} (\bar{V}^*)^{1-\theta_1} - \frac{\theta_2 \lambda \gamma \sigma^2 (\theta_1 - 1)}{2(\theta_1 - \theta_2)(\lambda + \delta)(\lambda + r) F^{\theta_2-1}} (\bar{V}^*)^{\theta_2-\theta_1} + \frac{\lambda \gamma \sigma^2 \theta_2 (\theta_2 - 1)}{2(\theta_1 - \theta_2)(\lambda + \delta)(\lambda + r) F^{\theta_1-1}} \quad (22)$$

であり、パラメータ $\theta_1 > 1$, $\theta_2 < 0$ は以下の θ に関する二次方程式の実数解である。

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \theta^2 + (r - \delta - \frac{1}{2} \sigma^2) \theta - (\lambda + r) = 0 \quad (23)$$

すなわち

$$\theta_1 = \frac{-r + \delta + \frac{\sigma^2}{2} + \sqrt{(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2})^2 + 2\sigma^2(\lambda + r)}}{\sigma^2}$$

$$\theta_2 = \frac{-r + \delta + \frac{\sigma^2}{2} - \sqrt{(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2})^2 + 2\sigma^2(\lambda + r)}}{\sigma^2}$$

である。さらに、 \bar{V}^* は以下の非線形方程式の解で与えられる。

$$\frac{(\theta_1 - 1) \bar{V}^*}{\lambda + \delta} \left(\frac{\delta}{\theta_1} - \frac{\lambda \sigma^2}{2(\lambda + r)} \left(\frac{\gamma \bar{V}^*}{F} \right)^{\theta_2-1} \right) + \frac{c^*}{\lambda + r} = 0 \quad (24)$$

証明 式 (15) を変形すると

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 \frac{d^2 B^*}{dV^2} + (r - \delta) V \frac{dB^*}{dV} - (r + \lambda) B^* = \begin{cases} \lambda \gamma V - c^*, & \frac{F}{\gamma} \leq V < \bar{V}^* \\ -\lambda F - c^*, & V < \frac{F}{\gamma} \end{cases} \quad (25)$$

が得られる。 B^* を V の関数であると仮定し、 $B^* = AV^\theta$ を左辺に代入すると

$$\frac{1}{2}\sigma^2\theta^2 + (r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2)\theta - (\lambda + r) = 0 \quad (26)$$

となり、 θ は二次方程式の解であることがわかる。ここで $B^* = aV + b$ と置き、特解を求めることによって B^* の一般解

$$B^* = \begin{cases} A_1V^{\theta_1} + A_2V^{\theta_2} + \frac{\lambda\gamma}{\lambda + \delta}V + \frac{C}{\lambda + r}, & \frac{F}{\gamma} \leq V < V_0^* \\ A_3V^{\theta_1} + A_4V^{\theta_2} + \frac{c + \lambda F}{\lambda + r}, & V < \frac{F}{\gamma} \end{cases} \quad (27)$$

を得る。境界条件 (18) より $A_4 = 0$, したがって

$$B^* = A_3V^{\theta_1} + \frac{c^* + \lambda F}{\lambda + r} \quad (28)$$

となる。 $V = F/\gamma$ における B^* 、 $\frac{dB^*}{dV}$ の連続条件より

$$A_1 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_1} + A_2 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_2} + \frac{\lambda\gamma}{\lambda + \delta} \frac{F}{\gamma} + \frac{c^*}{\lambda + r} = A_3 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_1} + \frac{c^* + \lambda F}{\lambda + r} \quad (29)$$

$$\theta_1 A_1 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_1 - 1} + \theta_2 A_2 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_2 - 1} + \frac{\lambda\gamma}{\lambda + \delta} = \theta_1 A_3 \left(\frac{F}{\gamma}\right)^{\theta_1 - 1} \quad (30)$$

境界条件 (17) より

$$\theta_1 A_1 V^{\theta_1 - 1} + \theta_2 A_2 V^{\theta_2 - 1} + \frac{\lambda\gamma}{\lambda + \delta} = \gamma \quad (31)$$

(29)-(31) から A_1, A_2, A_3 を求めることができる。境界条件 (16) より

$$\lim_{V \rightarrow V^*} B^* = A_1(\bar{V}^*)^{\theta_1} + A_2(\bar{V}^*)^{\theta_2} + \frac{\lambda\gamma}{\lambda + \delta} \bar{V}^* + \frac{c}{\lambda + r} = \gamma \bar{V}^* \quad (32)$$

この式に (29), (30) を代入して (24) を得る。□

3 数値実験

本節では、ラプラス・カールソン変換法によって得られた転換社債の価格式と転換境界の有用性を考察するために、逆ラプラス変換を用いて数値実験を行う。数値的ラプラス逆変換法は Bellman-Kalaba-Lockett の方法や Schmittroth の方法など数多くあり、それぞれ固有の長所や短所がある。(詳細については木村 [1] を参照のこと。) 本論文では Gaver-Stehfest 法 (以下 GS 法と呼ぶ)[13] を採用する。GS 法の長所は計算時間が短いことと分布関数を表すときには近似精度が高いことである。プログラムは Mathematica (Version 5.2) で実装し、Pentium (650MHz) のパーソナル・コンピュータ上で実行した。まず、本節で使用する仮定について述べる。クーポンの支払いは毎回一定の金額 c が、満期までの期間中に満期を含めて半年に 1 度、つまり $2T$ 回支払われると仮定する。このとき、 c^* は

$$c^* = \lambda c \sum_{i=1}^{2T} e^{-\lambda T(1 - \frac{i}{2T})}$$

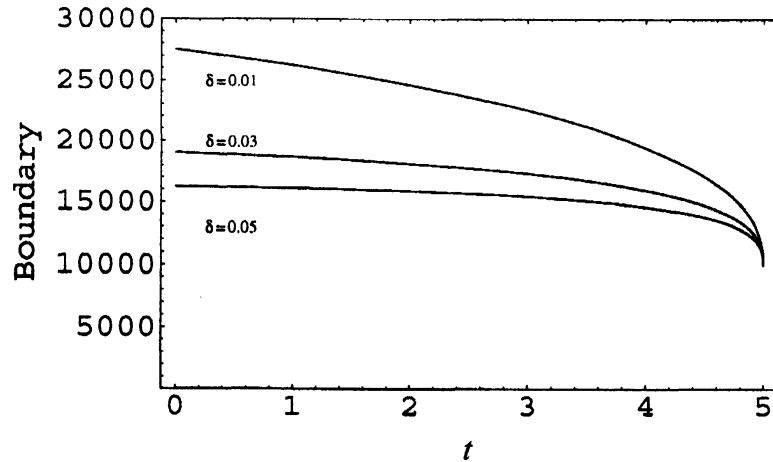


図 1: 転換境界 ($T = 5, r = 0.01, \delta = 0.01, 0.03, 0.05, \sigma = 0.3, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

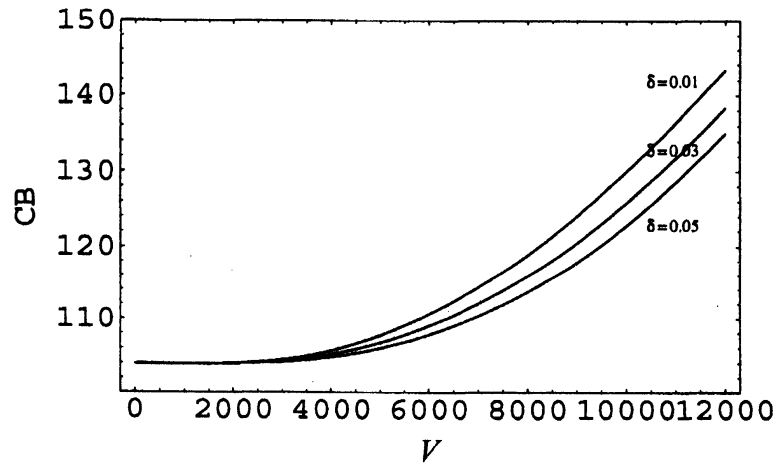


図 2: 転換社債価格 ($T = 5, r = 0.01, \delta = 0.01, 0.03, 0.05, \sigma = 0.3, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

で与えられる。

図 1、図 3、図 5 は満期までの時刻の変化に対する転換境界である。縦軸は転換境界であるが、Boundary と表記する。それぞれ、パラメータ δ 、 σ 、 T を変化させている。図 2、図 4、図 6 は社債の原資産となる企業価値 V に対する時刻 0 における転換社債価格である。縦軸は転換社債価格を表し、CB と表記する。転換境界と同様、それぞれパラメータ δ 、 σ 、 T を変化させている。

数値実験の結果から転換社債価格と最適転換について検証する。図 1 は配当率 δ の値を変化させながら描いた転換境界である。 δ の値が大きくなると転換境界は低くなるのがわかる。すなわち、原資産に対する配当率が高いほど、社債の所有者は低い転換価格で株式に転換を行うことを意味している。これは、原資産の配当率が高い場合、社債の保有者は早期に社債を株式に転換するほうが、大きい収益を期待することができて、配当率が低い場合は、株式に転換するよりも社債を保有し続けて支払われるクーポンを受け取る方が利益を期待できるためである。図 2 は δ の値を変化させながら描いた転換社債価格である。 δ の減少に伴い、転換社債価格は増加する。すなわち、原資産に対する配当率が高いほど転換社債の価値が低くなることを意味している。

図 3 は σ の値を変化させながら描いた転換境界である。 σ が増加すると、転換境界も増加する

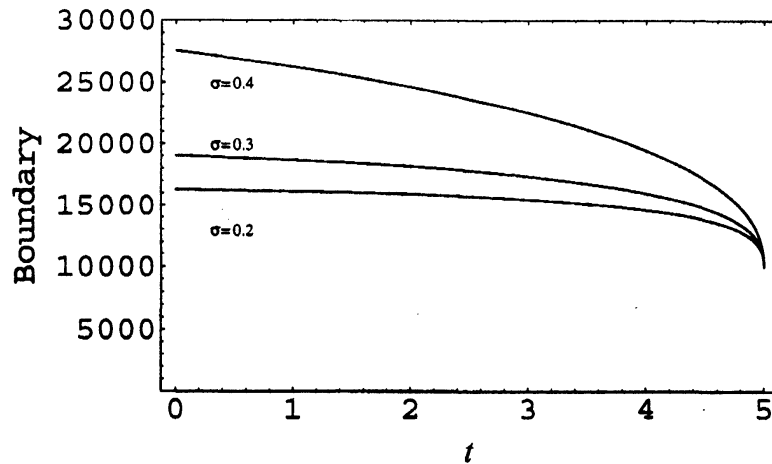


図 3: 転換境界 ($T = 5, r = 0.01, \delta = 0.03, \sigma = 0.2, 0.3, 0.4, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

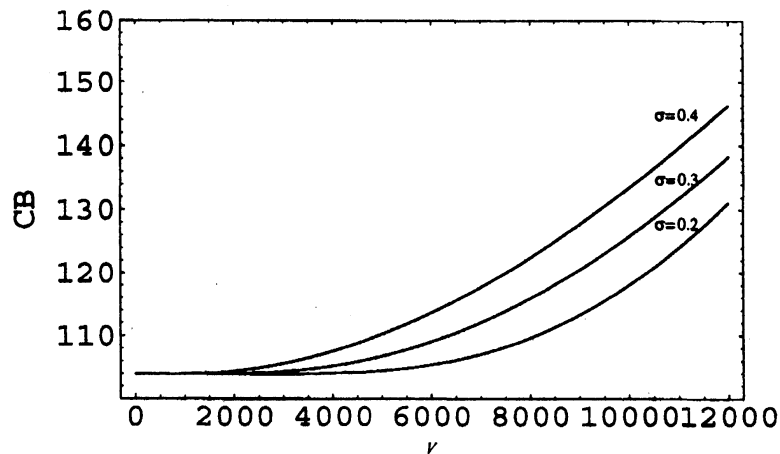


図 4: 転換社債価格 ($T = 5, r = 0.01, \delta = 0.03, \sigma = 0.2, 0.3, 0.4, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

ことがわかる。これは不確実性が増加することは原資産である企業価値が増加する可能性がある
ので、所有者は早期に株式を転換せず、株価上昇を期待するためである。一方、ボラティリティが
低い場合は、株価もあまり変動しないので低い転換境界で転換が行われる。図 4 は σ の値を変化
させながら描いた転換社債価格である。 σ が増加すると、転換社債価格も増加することがわかる。
これは不確実性が大きいと大きな収益を期待することができるので、転換社債の価値が上昇する
ためであると考えられる。

図 5 は満期 T の値を変化させながら描いた転換境界である。満期までの期間が長くなるほど転
換境界は大きくなる。これは満期までの期間が長いとクーポンの支払い回数が多くなるので所有
者は株式に転換するよりも社債のまま転換社債を保有し続けたほうが利益を期待できることを意
味している。図 6 は満期 T の値を変化させながら描いた転換社債価格である。満期までの時間
が長いほど転換社債価格が上がる。これは、満期までの期間が長くなると発行する企
業が支払うクーポンの総額が多くなるので転換社債の価値が上がることを意味している。

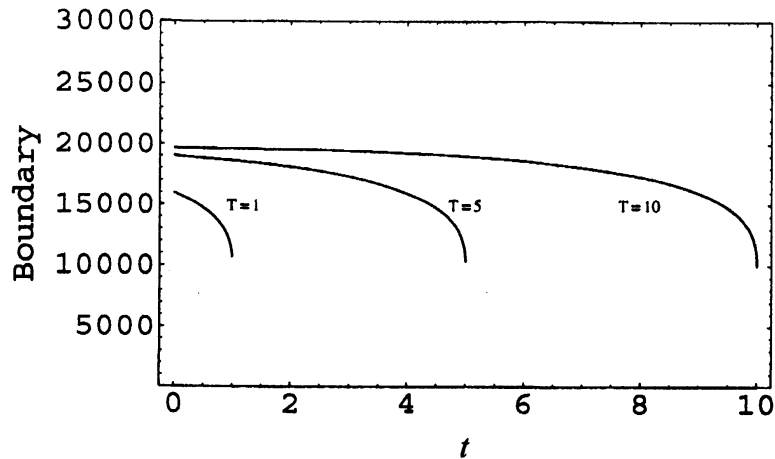


図 5: 転換境界 ($T = 1, 5, 10, r = 0.01, \delta = 0.03, \sigma = 0.3, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

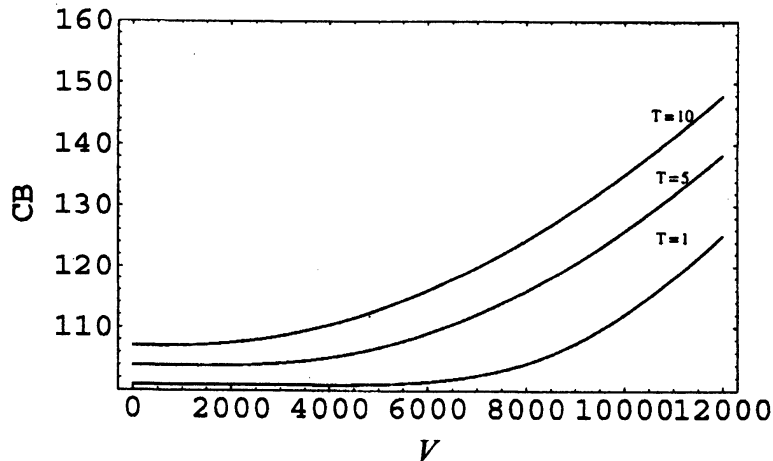


図 6: 転換社債価格 ($T = 1, 5, 10, r = 0.01, \delta = 0.03, \sigma = 0.3, \gamma = 0.01, F = 100, c = 1$)

4 結論

本論文では、はじめにクーポンの離散的支払いがある場合の転換社債価格を偏微分方程式により定式化した。次にラプラス・カールソン変換によって得られた常微分方程式を解いて転換社債価格と転換境界を導出した。数値実験ではGS法によってクーポンの支払いがある転換社債の価格評価と最適転換について検証した。そこでは、原資産に対する配当比が減少すると、転換社債価格と転換境界が増加し、その一方で、ボラティリティが増加すると、転換社債価格と転換境界が増加することを確認した。また、満期までの期間が長くなる、つまりクーポンが支払われる回数が増えることによって転換社債価格と転換境界が増加したことから、クーポンの支払いが転換社債の価格評価と最適転換戦略に影響を与えることが明らかになった。

次に今後の研究の方向性を述べる。まず、本論文では満期まではデフォルトは発生しないと仮定したが、実際の市場では流動性リスクが存在するので満期までにデフォルトが発生する可能性がある。したがって、信用リスクを考慮したクーポン付き転換社債の価格評価モデルが必要である。また、逆変換アルゴリズムの近似精度はパラメータの組合せによっては不安定になることが

あり、本論文で得られた結果と Euler 法等の異なるアルゴリズムを用いて得られた結果を比較してその精度を検証する必要があると考えられる。

参考文献

- [1] 木村俊一, 「数値的ラプラス逆変換について」 経済学研究 (北海道大学), **37**, 282–293, 1987.
- [2] 後藤猛, 『最新転換社債とワラント債』 東洋経済新報社, 1989.
- [3] 日本証券業協会, <http://www.jsda.or.jp/>
- [4] Black, F. and M. Scholes, “The pricing of options and corporate liabilities,” *Journal of Political Economy*, **81**, 637–654, 1973.
- [5] Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, “Convertible bonds: Valuation and optimal strategies for call and conversion,” *Journal of Finance*, **32**, 1699–1715, 1977.
- [6] Carayannopoulos, P., “Valuing convertible bonds under the assumption of stochastic interest rates: An empirical investigation,” *Quarterly Journal of Business and Economics*, **35**, 17–31, 1996.
- [7] Carr, P., “Randomization and the American put,” *Review of Financial Studies*, **11**, 597–626, 1998.
- [8] Duffie, D. and K. Singleton, “Modeling term structure of defaultable bonds,” *Review of Financial Studies*, **12**, 687–720, 1999.
- [9] Hayashi, D., M. Goto and T. Ohno, “Pricing convertible bonds: A Laplace-Carlson transform approach,” Working Paper, 2007.
- [10] Ingersoll, J.E., “A contingent-claims valuation of convertible securities,” *Journal of Financial Economics*, **4**, 289–321, 1977.
- [11] Kimura, T., “Valuing continuous-installment options,” Discussion Paper Series A, No. 2007-184, Hokkaido University, 2007.
- [12] Merton, R.C., “Theory of rational option pricing,” *Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**, 141–183, 1973.
- [13] Stehfest, H., “Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms,” *Communications of the ACM*, **13**, 47–49, 1970.
- [14] Takahashi, A., T. Kobayashi and N. Nakagawa, “Pricing convertible bonds with credit risk,” *The Journal of Fixed Income*, **11**, 20–29, 2001.