

顧客の行動と小売業者の発注戦略

大阪府立大学大学院 理学系研究科 情報数理科学専攻 北條仁志 (Hitoshi Hohjo)
Dept. of Mathematics and Information Sciences, Graduate School of Science
Osaka Prefecture University

1 はじめに

競合する小売業者間における発注戦略に関する研究では、需要分布が既知として与えられた問題について解析されているが、現実問題においては顧客も意思決定をもつ決定者の1つである。顧客の意思決定は小売業者の発注戦略に従って変化し、小売業者の発注戦略は需要分布と他方の小売業者の戦略により決まる。そのため、モデルでは小売業者のみならず顧客の意思決定を配慮する必要があると考えられる。

本稿では、単一商品を販売する2つの小売業者と購買意欲が強い n 人の顧客との間における行動戦略についての解析に Nash 平衡を用いたモデルを提案する。顧客は1つの商品を購入できるように可能な範囲で行動する。ある小売業者に商品が無いと知れば、もう一方の小売業者を訪れ、商品の購入を試みる。2番目に訪れた小売業者でも需要を満足されなければ、その時点であきらめて自宅に戻る。

小売業者は発注、在庫保管、品切れ、販売に関する費用の総費用最小化のもとで発注政策を決定する。一方、顧客は、意思決定の要因として、購入、移動、小売業者に対する負荷（ブランド力、信用、好みなど）および商品を購入できなかったことに関する機会損失を考慮し、それらの費用の和の最小化のもとで期首の時点で初めに向かう小売業者を決定する。

2 モデルと仮定

ある商品を販売する2つの小売業者と商品に対して強い購買意欲をもつ n 人の顧客における1期間競合的在庫問題に対して、従来の在庫管理問題に顧客の意思決定を加えたモデルを考える。小売業者を Retailer 1, Retailer 2 と呼び、顧客を Customer i , $i = 1, 2, \dots, n$ と呼ぶことにする。小売業者と顧客間にはそれぞれ空間的（あるいは時間的）距離があり、顧客が小売業者のもとへ買いに行く。Customer i の位置から Retailer j までの移動距離を λ_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2$)、小売業者間の移動距離を λ とする。

両小売業者の在庫水準は0から出発する。開店時間 $[0, 1]$ 中の需要に対応するために、Retailer j ($j = 1, 2$) は期首に z_j 単位の商品を発注する。小売業者の発注は期首のみであり、発注された商品はリードタイム0で、販売可能となる。Retailer j ($j = 1, 2$) は単位商品あたり c_j の費用で仕入れ、価格 r_j ($r_j > c_j$) で販売する。期末に商品の在庫が存在するときには、在庫保管費用として単位商品あたり h_j ($h_j \geq 0$) が課せられる。期末時の商品不足量に対しては、品切れ損失費用として単位商品あたり p_j ($p_j \geq 0$) が課せられる。小売業者の目的は、発注、在庫維持、不足によるペナルティ、販売を考慮に入れた総費用を最小にするような発注政策を求めることである。

Customer i ($i = 1, 2, \dots, n$) はある時刻に出発し、商品を1単位ずつ購入しようとしている。顧客は非常に強い購買意欲を持っており、初めに訪れた小売業者での購入を試みる。もしそこに商品がなければ、もう一方の小売業者に移動し、購入を試みる。2つの小売業者を訪れても商品を購入することができなかった場合には、その時点で商品の購入をあきらめ、商品を購入できないことによる機会損失として s_i の費用を負う。顧客は購買意欲が強いため、 $s_i \gg \max\{r_1, r_2\}$ を仮定する。需要量の合計数 n は小売業者および顧客には事前に知られているが、顧客が購入のために出発する時刻は未知であるとする。また、Customer i は時刻 $1 - \lambda - \max\{\lambda_{i1}, \lambda_{i2}\}$ 以前に出発するとする。これはすべての顧客が再配分により、2番目の小売業者を訪れることが可能であるという仮定を与える。

顧客の購入先決定においては、いくつかの要因が考えられる：(1) 商品の価格，(2) 商品購入時の移動に伴う費用，(3) 商品を購入できなかったことに対する機会損失，(4) 小売業者固有の負荷価値。購入する際に関連する上述の(1),(2),(4)の費用の和を参照価格とよぶ。 r_{ij}^n をCustomer i がRetailer j を n 番目に訪問して商品を購入できたときの参照価格とする。このとき、参照価格は次のように定義される：

$$\begin{aligned} r_{ij}^1 &= 2d_i\lambda_{ij} + r_j + e_{ij}, \\ r_{ij}^2 &= d_i(\lambda_{i1} + \lambda_{i2} + \lambda) + r_j + e_{ij} \end{aligned}$$

そこで、 d_i は移動時において負われる単位距離当たりの移動費用、 e_{ij} ($i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, n$)はCustomer i がRetailer j に対して課す負荷費用である。もし e_{ij} を十分大きな値で与えるならば、Customer i はRetailer j に向かうことを好まないことを表し、 e_{ij} の与え方によりCustomer i の行動領域を制限することが可能である。

顧客の目的は、購入、移動、小売業者に対する負荷価値および機会損失を考慮した総費用最小化のもとで出発先を期首の時点で決定することである。以下では、記述の簡略化のため、 P_i を顧客 i が選択する小売業者の番号とする。すなわち、 $P_i \in \{1, 2\}$ である。本モデルでは、これらの目的の下で小売業者と顧客の意思決定を同時に考慮するため、ゲーム理論のNash平衡を用いて解析を行なう。

3 目的関数の導出

3.1 小売業者の目的関数

我々の目的であるNash平衡点を求めるために、小売業者および顧客に対する総費用を調べることから始める。まず、小売業者の目的関数を求める。

小売業者は顧客の需要量の総和を事前に知っている状況であるので、 $n+1$ 個以上の商品を発注すると n 個を超える余剰在庫に対しては明らかに期末に単位商品あたり h_j の在庫保管費用を負うことになり、小売業者の負担が大きくなる。従って、小売業者はそのような発注政策をとることはなく、小売業者の発注戦略対 (z_1, z_2) の領域は $[0, n] \times [0, n]$ に限定できる。

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ を顧客全体の集合、 S を初めにRetailer 1へ向かう顧客の集合、 R を N の中で再配分される顧客の集合、 $U \subset R$ を両小売業者にて需要を満足できない顧客の集合とすると、 $N - S$ は初めにRetailer 2へ向かう顧客の集合である。 $|S|$ を集合 S の要素の数を表すとす。 C_r^j ($j = 1, 2$)をRetailer j の総費用、 C_c^i ($i = 1, 2, \dots, n$)をCustomer i の総費用とする。

今、Retailer 1に $|S| = k$ ($k = 0, 1, \dots, n$)人の顧客が向かい、Retailer 2に $|N - S| = n - k$ 人の顧客が向かって出発したと仮定する。小売業者の目的関数 C_r^j の導出にあたり、小売業者の発注戦略対に関して以下の6つの状況について考える：

$$\begin{aligned} \text{Case(1)} \quad k \leq z_1 \leq n, \quad n - k \leq z_2 \leq n & \quad \text{Case(2)} \quad 0 \leq z_2 < n - k, \quad n - z_2 \leq z_1 \leq n \\ \text{Case(3)} \quad 0 \leq z_1 < k, \quad n - z_1 \leq z_2 \leq n & \quad \text{Case(4)} \quad 0 \leq z_2 < n - k, \quad k \leq z_1 < n - z_2 \\ \text{Case(5)} \quad 0 \leq z_1 < k, \quad n - k \leq z_2 < n - z_1 & \quad \text{Case(6)} \quad 0 \leq z_1 < k, \quad 0 \leq z_2 < n - k \end{aligned}$$

各状況における小売業者の目的関数は以下ようになる。

Case(1) 各小売業者は訪問してくる顧客の需要を再配分することなくすべて満たす。すなわち $R = \phi$ の場合である。

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 + h_1)z_1 - (r_1 + h_1)k \\ C_r^2 &= (c_2 + h_2)z_2 - (r_2 + h_2)(n - k) \end{aligned}$$

Case(2) Retailer 1には潤沢な商品があり、Retailer 2での不足分も満たす。

$$C_r^1 = (c_1 + h_1)z_1 - (r_1 + h_1)(n - z_2)$$

$$C_r^2 = (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - k)$$

Case(3) Case(2)において小売業者の役割を入れ替えた場合である。

Case(4) Retailer 2は顧客に対して十分な商品の数をもっておらず、不足を生じる。Retailer 1側は少量の余剰在庫を持っているが、Retailer 2から再配分されるすべての数を供給できるわけではない。この場合、顧客の到着時刻の順序によりさらに3つの場合が考えられる。

Case(4-1) S の需要はRetailer 1によってすべて満たされ、早い時期にRetailer 2から再配分された顧客の需要のみがRetailer 1によって満たされる場合を考える。このとき、 $S \cap R = \phi$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|(N - S) \cap R \cap U^c| = z_1 - k$, $|U| = n - z_1 - z_2$ である。

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - k) \end{aligned}$$

Case(4-2) Retailer 2からの再配分の一部がRetailer 1で満たされることにより、 S の一部が在庫切れ発生後に到着する。Retailer 1から再配分された顧客はRetailer 2がすでに不足の状態であるため、需要を満たされることはない。 $|(S \cap U^c) \cup ((N - S) \cap R \cap U^c)| = z_1$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|U| = n - z_1 - z_2$ である。 $|(N - S) \cap R \cap U^c| = m_2$ ($m_2 = z_1 - k + 1, \dots, n - k - z_2 - 1$)とおくと、 $|S \cap U^c| = z_1 - m_2$, $|S \cap U| = k - z_1 + m_2$, $|(N - S) \cap U| = n - k - z_2 - m_2$ である。 m_2 はRetailer 2では満たされず、再配分によってRetailer 1によって満たされる顧客の人数を表す。

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1 + m_2) \end{aligned}$$

Case(4-3) Retailer 2からの再配分がRetailer 1によってすべて満たされ、 S のなかに満たされない需要が生じる。Case(4-2)と同様、Retailer 1から再配分された顧客はRetailer 2がすでに不足の状態であるため、需要を満たされることはない。 $S \cap U = U$, $|S \cap U^c| = z_1 - n + k + z_2$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|(N - S) \cap R| = n - k - z_2$, $|U| = n - z_1 - z_2$ である。

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - 2p_2 - r_2)z_2 + p_2(2n - k - z_1) \end{aligned}$$

Case(5) Case(4)において小売業者の役割を入れ替えた場合である。

Case(6) 各小売業者とも最初に訪れようとしている顧客の需要すら満たすことができない状況である。需要の発生のある方から以下の5つの状況が考えられる。 t_j ($j = 1, 2$)をRetailer j での在庫水準が負に至った最初の時刻とする。

Case(6-1) $t_1 < t_2 + \lambda$ かつ $t_2 < t_1 + \lambda$ の場合を考える。このときにはほぼ同時刻に商品が品切れとなり、再配分された需要が満たされることはない。 $R = U$, $|S \cap R^c| = z_1$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|S \cap R| = k - z_1$, $|(N - S) \cap R| = n - k - z_2$ である。

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1) \end{aligned}$$

Case(6-2) $t_2 + \lambda \leq t_1$ で、Retailer 2からの再配分で満たされないものがある場合を考える。 $|(S \cap R^c) \cup ((N - S) \cap R \cap U^c)| = z_1$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|U| = n - z_1 - z_2$ である。 $|(N - S) \cap R \cap U^c| = m_2$ ($m_2 = 1, 2, \dots, n - k - z_2 - 1$)とおくと、 $|S \cap U^c| = z_1 - m_2$, $|S \cap U| = k - z_1 + m_2$, $|(N - S) \cap U| = n - k - z_2 - m_2$ である。 m_2 はRetailer 2では満たされず、再配分によってRetailer 1によって満たされる顧客の人数を

表す.

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1 + m_2) \end{aligned}$$

前述の Case(6-1) はこの状況における $m_2 = 0$ に対応する.

Case(6-3) $t_2 + \lambda \leq t_1$ で, Retailer 2 から再配分される需要が Retailer 1 によってすべて満たされる場合を考える. $|S \cap U^c| = z_1 - n + k + z_2$, $|(N - S) \cap R^c| = z_2$, $|S \cap U| = |U| = n - z_1 - z_2$, $|(N - S) \cap R| = n - k - z_2$ である.

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - 2p_2 - r_2)z_2 + p_2(2n - k - z_1) \end{aligned}$$

これは Case(6-2) の状況における $m_2 = n - k - z_2$ に対応する.

Case(6-4) $t_1 + \lambda \leq t_2$ で, Retailer 1 からの再配分で満たされないものがある場合を考える. これは Case(6-2) において小売業者の役割を入れ替えた状況である.

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2 + m_1) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1) \end{aligned}$$

そこで m_1 は $m_1 = |S \cap R \cap U^c|$ であり, Retailer 1 では満たされず, 再配分によって Retailer 2 によって満たされる顧客の人数を表す. Case(6-1) はこの場合における $m_1 = 0$ にも対応する.

Case(6-5) $t_1 + \lambda \leq t_2$ で, Retailer 1 から再配分される需要がすべて満たされる場合を考える. これは Case(6-3) において小売業者の役割を入れ替えた状況であり, Case(6-4) の状況における $m_1 = k - z_1$ に対応する.

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - 2p_1 - r_1)z_1 + p_1(n + k - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1) \end{aligned}$$

3.2 顧客の目的関数

顧客の目的関数は以下のように与えられる.

(1) Customer i が Retailer j に初めに向かって満たされる場合を考える.

$$C_c^i = r_{ij}^1 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2$$

(2) Customer i が初めに Retailer j に向かうが, そこでは満たされず, 他方の小売業者 $j' (\neq j)$ によって満たされる場合を考える.

$$C_c^i = r_{ij'}^2 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n; j, j' = 1, 2; j \neq j'$$

(3) Customer i は初めに Retailer j に向かうが, そこでは満たされず, 再配分されても満たされない場合を考える.

$$C_c^i = r_{ij'}^2 + s_i - r_j \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n; j, j' = 1, 2; j \neq j'$$

4 手法

前節では、小売業者および顧客の総費用関数をすべての状況に対して求めた。Nash 平衡について解析を行なう際、それらの関数を一意に与える必要がある。もし目的関数を一意に与えられたとすると、それらについて行列を生成し、費用を比較することによりこの問題に対する平衡点を求めることができる。

小売業者の目的関数において、Case(1),(2),(3)の場合には一意に与えられているが、Case(4),(5),(6)では顧客の到着時刻のあり方から様々な状況が存在する。小売業者が政策を決定する際、顧客の到着時刻が既知であれば上述の関数をそのまま利用することが可能であるが、それらは未知であるため目的関数を特定することができない。また、顧客の到着時刻に関する分布が既知であれば、それに従って各状況が発生する確率を計算することは可能であるが、現実問題として客の到着時刻の分布を想定することすら難しいであろう。よって、本稿では Case(4),(5),(6)それぞれの場合に起こる状況が同様に確からしい確率で起こると仮定し、その期待値を目的関数として採用する。各場合において $n - z_1 - z_2 + 1$ 個の状況が存在するので、目的関数は下記ようになる。

Case(4)

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) \\ C_r^2 &= (c_2 - \frac{3}{2}p_2 - r_2)z_2 + \frac{p_2(3n - 2k - z_1)}{2} \end{aligned}$$

Case(6)

$$\begin{aligned} C_r^1 &= (c_1 - p_1 - r_1)z_1 + p_1(n - z_2) + \frac{p_1(k - z_1)(k - z_1 + 1)}{2(n - z_1 - z_2 + 1)} \\ C_r^2 &= (c_2 - p_2 - r_2)z_2 + p_2(n - z_1) + \frac{p_2(n - k - z_2)(n - k - z_2 + 1)}{2(n - z_1 - z_2 + 1)} \end{aligned}$$

このようにして得られた小売業者の期待総費用 C_r^j ($j = 1, 2$) に対し、平衡点は

$$\frac{\partial C_r^j}{\partial z_j} = 0, \quad j = 1, 2$$

を満たす。

一方、顧客の場合は小売業者の場合と同様に、各状況が同様に確からしい確率で起こると仮定すると、顧客の目的関数は次のように与えることができる。

$$C_c^i = \frac{1}{3} \{r_{ij}^1 + 2r_{ij}^2 + s_i - r_{j'}\}$$

このとき、 $j = 1, 2$ に対して顧客の期待総費用 C_c^i の最小値をとる点が平衡点となる。

5 最後に

本稿では、単一の商品を販売する2つの小売業者と購買意欲が強い n 人の顧客間における行動戦略に関する数理的モデルを構築し、Nash 平衡による解析を行なうための目的関数の一意的な与え方について提案した。本モデルでは、期末在庫に対して費用を課しているが、在庫保管費用および品切れ損失費用を単位時間あたりの費用として扱った場合にも、同様の結果が得られるであろう。この種の問題においては様々な仮定をもつモデルが考えられる。より一般的な M 個の小売業者と N 人の顧客をもつモデルでは複雑な顧客の行動および到着時刻をもつため、非常に複雑化し、次元ののろいとも言うべき計算量に達する。これらの問題は抽象的なモデル化は可能であるが、具体的な平衡点を求めるには至らない。また、今回のモデルでは顧客の数 n を既知の値としていたが、不確実な場合にも興味があり、それらについては今後の研究課題として残す。

謝辞

本研究の一部は、文部科学省科学研究費若手研究(B)(課題番号 18710135)の援助を受けたことを付記する。

参考文献

- [1] R.J.Aumann, Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders, *Econometrica*, **34**, 1–17, (1966).
- [2] G.D.Eppen, Effect of centralization on expected cost in a multi-location newsboy problem, *Management Science*, **25** 498–501, (1979).
- [3] D.P. Heyman and M.J. Sobel, *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science 2*, Elsevier Science Publishers, North-Holland, (1990).
- [4] H.Hohjo, Y.Teraoka, Nash Equilibrium for Three Retailers in an Inventory Model with a Fixed Demand Rate, *Recent Advances in Stochastic Operations Research*, (Eds.) T.Dohi, S.Osaki, K.Sawaki, World Scientific, 265–276, (2007).
- [5] S.A.Lippman and K.F.McCardle, The competitive newsboy, *Operations Research*, **45** (1), 54–65, (1997).
- [6] L.Montrucchio, M.Scarsini, Large Newsvendor Games, International Centre for Economic Research Working paper **30**, 1–25, (2005).
- [7] S.Netessine, N.Rudi, Centralized and competitive inventory models with demand substitution, *Operations Research*, **51**, 329–335, (2003).
- [8] M.Parlar, Game theoretic analysis of the substitutable product inventory problem with random demands, *Naval Research Logistics*, **35**, 397–409, (1988).
- [9] M.Slikker, J.Fransoo, M.Wouters, Cooperation between multiple news-vendors with transshipments, *European J. Oper. Res.*, **167**, 370–380, (2005).
- [10] Q.Wang, M.Parlar, A three-person game theory model of the substitutable product inventory problem with random demands, *European Journal of Operational Research*, **76**, 83–97, (1994).