

# 周期的に変化する曲率と捩率を持つ円管における カオス混合

京都大学・情報学研究科

蒋捧鈞, 船越満明 (Bongkyun Jang, Mitsuaki Funakoshi)

Graduate School of Informatics, Kyoto University

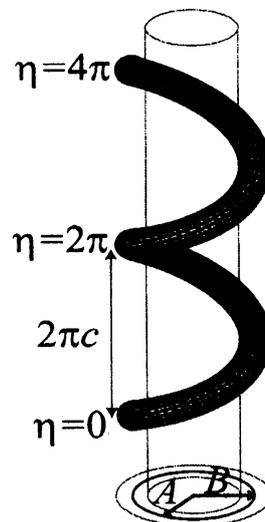


図 1: らせん状円管

流体を混合させる方法には様々な方法が考えられるが、流れを代表するレイノルズ数が小さい場合には、流体粒子のカオス的な運動をもたらす層流流れを用いて混合を行う方法が有効である。3次元定常流れにおいては、流体粒子のカオス的な運動が可能となるので、このような流れを発生させることで、効率の良い流体混合が期待できる。このように、流体粒子のカオス的な運動を用いて流体の効率的な混合を目指す研究は、カオス混合の研究と呼ばれる。本研究では、曲率と捩率が周期的に変化する曲がった円管内を流れる流体のカオス混合を調べる。

図1のように、楕円形の筒に巻きつけられたらせん状の円管の中を、管軸方向の圧力勾配によって流れる流体の運動を調べる。この円管の中心線は、そのデカルト座標

$x, y, z$  がパラメータ  $\eta$  を用いて

$$x = A \cos \eta, \quad y = B \sin \eta, \quad z = c\eta - d \sin(\eta - \eta_0), \quad (1)$$

と表されており, (1) から中心線の曲率  $\kappa(\eta)$  と捩率  $\tau(\eta)$  の周期的変動の形を求めることができる. この  $\kappa$  と  $\tau$  が小さくて  $\eta$  依存性もゆるやかであり, また流れのレイノルズ数  $Re$  があまり大きくなくて定常流が実現すると仮定すると, 円管の各断面での速度場は,  $\kappa = const., \tau = 0$  に対して Dean が求めた速度場 [1] にある程度近いと考えられる (軸方向は円管ポアズイユ流れ).

本研究では, 円管内の流体が, 管軸方向に流れるとともに, 断面方向には  $\kappa(\eta)Re$  に比例する大きさをもつ Dean の速度場と捩率  $\tau(\eta)$  の効果による剛体回転の速度場の合成によって動くとする. そして, 流体の断面方向のカオス運動と混合のようすの, (1) に含まれる定数  $A, B, c, d, \eta_0$  と  $Re$  に対する依存性を,  $\eta = 2n\pi$  ( $n$ : 整数) でのポアンカレ断面などを用いて調べた. その結果,  $\eta$  の 1 周期の間での

$$\lambda(\eta) = \frac{12\tau(\eta)}{\kappa(\eta)Re}, \quad (2)$$

の値の変動幅が, 混合効率の 1 つの指標として使えることがわかった. また  $Re$  を変えたときには, ある中間的な  $Re$  の範囲において, 断面中のカオス運動の領域 (カオス領域) の割合が大きくなって最も混合効率が良くなることがわかった. さらに, 円形の筒に巻きつける  $A = B$  の場合は, 筒の半径  $A, B$  が小さいほどカオス領域の割合が大きく混合効率も良いこと, および, 細長い楕円形の筒に巻きつけることによってカオス領域が広がり混合効率が上がること, がわかった.

## 参考文献

- [1] W.R.Dean, "The streamline of motion of fluid in a curved pipe.," *Phil. Mag.*, **5** 673-693 (1928).