数理解析研究所講究録
第 1659 巻 2009 年 192-203

Self-dual Bushnell-Kutzko types and discrete series of p-adic classical groups

尾道大学経済情報学部　刈山和俊 (Kazutoshi Kariyama)

1　導入

F をその剰余標数が 2 でない非アルキメデス的局所体とする．本稿では, Bushnell-Kutzko [1] によって定義された一般線形群 $GL(N,F)$ における simple type の類似物を F 上の古典群 G に関しても定義する．それをまた G に関する simple type と呼び, そして "self-dual" と呼ばれる概念を導入する．その self-dual simple type が, Mœglin-Tadić [10] において類別されている G の既約 2 乗可積分表現からなる同値類のある族に関連することを見る．

これは, Stevens の最近の結果 [12] を用いて, Blondel [4, 5], Goldberg-Kutzko-Stevens [6], そして [8] の結果を拡張して得られたものである．また宮内通孝氏（京都大学 COE 研究員）によるこの結果に関するいくつもの誤りの指摘と貴重なコメントをもとに改善されたものである．ここに氏に深く感謝します．

2　準備

F を (自明も許す) 対合 $x \mapsto \overline{x}$ をもつその剰余標数が 2 でない非アルキメデス的局所体とし, F_0 を F におけるその対合の固定体とする．$\mathfrak{o}_F$ と $\mathfrak{p}_F$ を各々 F における整数環とその極大イデアルとする．

$\varepsilon \in \{\pm 1\}$ とする．(V_0, h_0) と (V', h') を F 上有限次元非退化 ε-Hermite 形式の空間とし, 後者は, $\dim_F(V') = 2N$ $(N \geq 2)$, そして正則 (regular) とする．これから

$$V = V_0 \oplus V',\ h = h_0 \perp h'.$$

とする．このとき, $V_0 = (0)$ も許す．

G^+ を形式 (V, h) の unitary 群とし, G で F_0 上の代数群としての G^+ の単位元の連結成分の (F_0-有理点のなす) 群を表す．

ある関数 $\Lambda : \mathbb{Z} \to \{\mathfrak{o}_F\text{-lattices in } V\}$ が V における '$\mathfrak{o}_F$-lattice sequence' とは, 次の条件を満たすものをいう ([3, (2.1)]):

(1) $n \geq m \Rightarrow \Lambda(n) \subset \Lambda(m)$;
(2) $\Lambda(n+e) = \mathfrak{p}_F\Lambda(n), (n \in \mathbb{Z})$ を満たす正の整数 $e = e(\Lambda)$ が存在する.

ある lattice sequence Λ が 'self-dual' とは, 各整数 n に対して,

$$\Lambda(n)^{\#} := \{v \in V |\ h(v, \Lambda(n)) \subset \mathfrak{p}_F\} = \Lambda(d-n)$$

を満たすある整数 d が存在することをいう.

ある $\mathfrak{o}_F$-lattice sequence Λ から, $A = \mathrm{End}_F(V)$ 上に自然なフィルター付け $\{\mathfrak{a}_n(\Lambda)\}_{n\in\mathbb{Z}}$ が

$$\mathfrak{a}_n(\Lambda) = \{x \in A |\ x\Lambda(m) \subset \Lambda(m+n),\ m \in \mathbb{Z}\},\ (n \in \mathbb{Z})$$

で定義される. さらにその Λ が seff-dual ならば, G の開コンパクト部分群 $P(\Lambda)$ とそのフィルター付け $\{P_n(\Lambda)\}_{n\geq 1}$ を

$$P(\Lambda) = G \cap \mathfrak{a}_0(\Lambda),\ P_n(\Lambda) = G \cap (1 + \mathfrak{a}_n(\Lambda)),\ (n \geq 1)$$

で定義できる.

3 Skew semisimple strata

V のある $\mathfrak{o}_F$-lattice sequence Λ, $n \geq r \geq 0$ を満たす整数 n, r, そして $b \in \mathfrak{a}_{-n}(\Lambda)$ からなる $A = \mathrm{End}_F(V)$ における 4 つ組 $[\Lambda, n, r, b]$ を A の 'stratum' と呼ぶ ([3, (3.1)]). その stratum $[\Lambda, n, r, b]$ が 'skew' とは, Λ が self-dual で, $b \in \mathfrak{a}_{-n}(\Lambda)$ が G の Lie 環の元であることをいう.

次の条件を満たす stratum$[\Lambda, n, r, \beta]$ を 'simple' と呼ぶ:

(1) β が生成する多元環 $E = F[\beta]$ が体をなす;
(2) 埋め込み $E \subset A$ によって V を E-線形空間とみなすとき, Λ は $\mathfrak{o}_E$-lattice sequence となる;
(3) $\beta \in \mathfrak{a}_{-n}(\Lambda) \backslash \mathfrak{a}_{-n+1}(\Lambda)$;
(4) $k_0(\beta, \Lambda) < -r$,

ここで, 整数 $k_0(\beta, \Lambda)$ の定義は略す. その定義に関して, [11, 1.2] を参照されたい.

もし $n = r$ そして $b = 0$ ならば, stratum $[\Lambda, n, r, b]$ を 'null' と呼ぶ.

$[\Lambda, n, r, \beta]$ を A のある stratum とし, $V = \oplus_{i=1}^{\ell} V^i$ を F-線形部分空間への V の直和分解とする. その分解 $V = \oplus_{i=1}^{\ell} V^i$ が $[\Lambda, n, r, \beta]$ に関する 'splitting' とは

$$\Lambda(k) = \bigoplus_{i=1}^{\ell} \Lambda^i(k) \ (k \in \mathbb{Z}), \ \beta = \sum_{i=1}^{\ell} \beta_i,$$

が成り立つことをいう．ここで，各 i に対して，$\Lambda^i(k) = \Lambda(k) \cap V^i$ $(k \in \mathbb{Z})$，そしてその核が $\oplus_{j \neq i} V^j$ となる射影 $\mathbf{1}^i : V \to V^i$ に対して，$\beta_i = \mathbf{1}^i \beta \mathbf{1}^i$ とする．

定義 1. ([11, 3.2])．次の条件が満たされれば，A のある stratum $[\Lambda, n, r, \beta]$ を 'semisimple' と呼ぶ: それは null か，さもなければ $\beta \in \mathfrak{a}_{-n}(\Lambda) \backslash \mathfrak{a}_{-n+1}(\Lambda)$ で，以下のような splitting $V = \oplus_{i=1}^{\ell} V^i$ が存在することをいう：

(1) $1 \leq i \leq \ell$ に対して，$[\Lambda^i, q_i, r, \beta_i]$ は $A^i = \mathrm{End}_F(V^i)$ において simple か null である，ここで，もし $\beta_i = 0$ ならば，$q_i = r$，そうでなければ，$\beta_i \in \mathfrak{a}_{-q_i}(\Lambda) \backslash \mathfrak{a}_{-q_i+1}(\Lambda)$ となる；
(2) $1 \leq i, j \leq \ell$, $i \neq j$ に対して，stratum $[\Lambda^i \oplus \Lambda^j, q, r, \beta_i + \beta_j]$ は simple stratum にも null stratum にも同値でない，ただし，$q = \max\{q_i, q_j\}$.

次章で simple type を定義するために，Stevens [12] の概念に従った A のある特別な skew semisimple stratum $[\Lambda, n, 0, \beta]$ を考察する．

（仮定 1）$[\Lambda, n, 0, \beta]$ を以下の条件を満たす成分からなる A のある skew semisimple stratum とする：

(1) $\beta = \beta^0 + \beta'$，ここで，β^0 は $\mathrm{End}_F(V_0)$ における半単純元，$\beta' \neq 0$ は $\mathrm{End}_F(V')$ における単純元とし，$E^0 = F[\beta^0], E' = F[\beta']$，そして

$$E = F[\beta] = E^0 \oplus E'$$

とする．ここで，$\beta^0 = 0$ または $\beta^0 = \beta$ を許す．しかし，もし E^0 が単純でなければ，β^0 は β' を因子に含まない；
(2) 自然な $E^0 \oplus E'$-加群 $V = V_0 \oplus V'$ において，Λ が self-dual $\mathfrak{o}_{E^0} \oplus \mathfrak{o}_{E'}$-lattice sequence として

$$\Lambda(k) = \Lambda_0^M(k) \oplus \Lambda'(k), \ (k \in \mathbb{Z})$$

と分解する．ここで，$\mathfrak{o}_{E^0} \oplus \mathfrak{o}_{E'}$ は $E = E^0 \oplus E'$ の整数環を表す．
(3) さらに F-線形部分空間 V_0 と半単純元 β^0 は，

$$V_0 = \sum_{i=1}^{\ell} V^i, \ \beta^0 = \sum_{i=1}^{\ell} \beta_i$$

と分解する．ここで．各 β_i^0 は $\mathrm{End}_F(V_0^i)$ の単純元とする．$E_i = F[\beta_i^0]$ とおくと，$E^0 = \oplus_i E_i$ となる；

(4) また $\Lambda^{(0)} = \Lambda_0^M$ は self-dual $\mathfrak{o}_{E^0}$-lattice sequence として

$$\Lambda^{(0)}(k) = \bigoplus_{i=1}^{\ell} \Lambda^i(k), \ (k \in \mathbb{Z})$$

と分解する．B^0 を $\mathrm{End}_F(V_0)$ における β^0 の中心化環とする．このとき，$\mathfrak{b}_0(\Lambda^{(0)}) := \mathfrak{a}_0(\Lambda^{(0)}) \cap B^0$ が B^0 における極大 self-dual $\mathfrak{o}_{E^0}$-多元環になるものとする；

(5) V' は，ある自然数 m と f に対して，V' が $\dim_{E'}(W^{(j)}) = f$ を満たす E'-線形部分空間への分解

$$V' = \bigoplus_{j=-m,\ j\neq 0}^{m} W^{(j)}.$$

をもつ．ここで，$2N = f[E' : F]m$ を注意する；

(6) さらに Λ' が $A' = \mathrm{End}_F(V')$ の self-dual $\mathfrak{o}_{E'}$-lattice sequence として

$$\Lambda'(k) = \bigoplus_{j=-m,\ j\neq 0}^{m} \Lambda^{(j)}(k), \ (k \in \mathbb{Z})$$

と分解し，自然な環の同型

$$\mathfrak{b}_0(\Lambda')/\mathfrak{b}_1(\Lambda') \simeq \underbrace{M(f, k_{E'}) \times \cdots \times M(f, k_{E'})}_{m-times}$$

が存在する．ここで，$\mathfrak{b}_0(\Lambda'), \mathfrak{b}_1(\lambda')$ を (4) のように定義し，右辺の因子は E' の剰余類体 $k_{E'} = \mathfrak{o}_{E'}/\mathfrak{p}_{E'}$ を係数にもつ階数 f の全行列環である；

(7) そして $\mathfrak{b}_0(\Lambda'^M)$ が $\mathfrak{b}_0(\Lambda')$ を含む $\mathrm{End}_F(V')$ における β' の中心化環の極大 self-dual $\mathfrak{o}_{E'}$-多元環となるような V' の self-dual $\mathfrak{o}_{E'}$-lattice sequence Λ'^M が存在する；

(8) $V^{\ell+1} = V'$, $\beta^{\ell+1} = \beta'$, そして $\Lambda^{\ell+1} = \Lambda'$ とおく．(3), (4) の記号のもと

$$V = \bigoplus_{i=1}^{\ell+1} V^i, \ \beta = \bigoplus_{i=1}^{\ell+1} \beta^i, \ \Lambda = \bigoplus_{i=1}^{\ell+1} \Lambda^i$$

が $[\Lambda, n, 0, \beta]$ の splitting になる；

(9) 最後に，各 $j \neq 0$ に対して，Hermite 形式 h に関する $W^{(j)}$ の直補部分空間が $\oplus_{k \neq -j} W^{(k)}$ となる．

命題 3.1. 仮定 *1* を満たす A の *skew semisimple stratum* $[\Lambda, n, 0, \beta]$ が存在する．

証明．そのような stratum が，C 型の古典群 G に関しては [4, 5] と [8] に，一般の古典群に関しては [6] に，そしてこれらを含む [9] に見出せる．

4 Simple types

今後 $[\Lambda, n, 0, \beta]$ を仮定 1 を満たす A の skew semisimple stratum と仮定する．

その $[\Lambda, n, 0, \beta]$ に付随して，G の 3 つの開コンパクト部分群

$$H^1(\beta, \Lambda) \subset J^1(\beta, \Lambda) \subset J(\beta, \Lambda)$$

が定義される（[11, 3.2] を参照），そして G の Levi 部分群

$$M = \mathrm{Stab}\left(\bigoplus_{j=-m}^{m} W^{(j)}\right) \cap G \simeq G_0 \times GL(N/m, F)^{\times m},$$

を得る．ここで，G_0 は (V_0, h_0) の連結 isometry 群を表す．M を Levi 因子としてもち，上半ブロック unipotent 行列からなる根基 U をもつ G の parabolic 部分群を P とする．故に $P = MU$ となる．$P^- = MU^-$ を P の M に関する opposite とする．

(**仮定 2**) これら部分群 $H^1(\beta, \Lambda), J^1(\beta, \Lambda)$，そして $J(\beta, \Lambda)$ は (M, P) に関する岩堀分解をもつ：$\mathcal{G}$ をこれらの群の 1 つとすると，

$$\mathcal{G} = (\mathcal{G} \cap U^-).(\mathcal{G} \cap M).(\mathcal{G} \cap U)$$

実際，[9, Proposition 6.3] より上の仮定 1 とこの仮定 2 を満たす A の $[\Lambda, n, 0, \beta]$ が存在する（[12, Corollary 5.10] を参照）．

今後 $[\Lambda, n, 0, \beta]$ は仮定 1 と仮定 2 を満たすものとする．

[11, Definition 3.13] に従って，θ を $H^1(\beta, \Lambda)$ のある 'skew semisimple 指標' とする．仮定 2 から $H^1_P := H^1(\beta, \Lambda)(J^1(\beta, \Lambda) \cap U)$ は G の部分群とな

り, θ を $J^1(\beta,\Lambda)\cap P$ 上自明にして H^1_P の指標に拡張できる. これを θ_P と表す.

やはり仮定 2 より, H^1_P を部分群にもつ G の 2 つの開コンパクト部分群

$$J^1_P := H^1(\beta,\Lambda)(J^1(\beta,\Lambda)\cap P),\ J_P := H^1(\beta,\Lambda)(J(\beta,\Lambda)\cap P)$$

を定義できる.

命題 4.1. 記号と仮定を上の通りとする. このとき

(1) θ_P を含む J^1_P の唯一の既約表現 η_P が存在する,
(2) さらに η_P を拡張する J_P のある既約表現 κ_P が存在する

ここで, κ_P は *[12, Definition 4.5]* で定義される群 $J = J(\beta,\Lambda)$ のある *'β-extension'* と呼ばれる既約表現 κ を制限して得られる.

証明 . (1) は [12, Lemma 5.12], そして (2) は [12, Lemma 6.1] の主張である.

商群 J_P/J^1_P に関して, 次の自然な同型が存在する:

$$J_P/J^1_P \simeq J(\beta,\Lambda)/J^1(\beta,\Lambda) \simeq \overline{G}_0 \times GL(f,k_{E'})^{\times m}$$

ここで, G_0 に関して, $\overline{G}_0 \simeq J(\beta^0,\Lambda^M_0)/J^1(\beta^0,\Lambda^M_0)$ であり (再び [11, 3.2] を参照), $\overline{G}_0$ はある有限体上の unitary 群である.

J_P のある既約表現 τ を以下の形をした J_P/J^1_P のある既約表現の J_P への持ち上げとする:

$$\overline{\tau}_0 \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{m} \overline{\overline{\tau}}^{(j)}\right)$$

ここで, $\overline{\tau}_0$, $\overline{\overline{\tau}}^{(j)}$ は各々 $\overline{G}_0$, $GL(f,k_{E'})$ の既約表現である.

命題 4.1 の表現 κ_P とこの表現 τ とから, J_P の表現を

$$\lambda_P = \kappa_P \otimes \tau.$$

と定義する. このとき, 次の定理を得る.

定理 4.2. J_P のその表現 λ_P は次の性質をもつ:

(1) $\widetilde{J}(\beta', \Lambda^{(j)})$ は仮定 *1* の $(\Lambda^{(j)}, \beta')$ から定義される $GL(N/m, F)$ の開コンパクト群とすると *([1, (3.1)]* を参照*)*,

$$J_P \cap M \simeq J(\beta^0, \Lambda_0^M) \times \prod_{j=1}^{m} \widetilde{J}(\beta', \Lambda^{(j)}),$$

(2) $\lambda_P|(J_P \cap M) \simeq \lambda_0^M \otimes \bigotimes_{j=1}^{m} \widetilde{\lambda}^{(j)}$,

(3) λ_0^M と $\widetilde{\lambda}^{(j)}$ は各々 G_0 と $GL(N/m, F)$ の *'maximal simple type'* である *([1, (6.2)], [12, Definition 6.17]* を参照*)*.

証明．これは [12, Lemma 6.1, Proposition 6.3] で示される．([9, Propositions 7.2, 8.3] を参照).

定義 2. 上で定義した表現 $(J_P, \lambda_P = \kappa_P \otimes \tau)$ の G が 'simple type' とは, それが次の条件を満たすことをいう：その因子 $\overline{\overline{\tau}}^{(j)}$ がすべて既約 cuspidal 表現であり,

$$\overline{\overline{\tau}}^{(1)} \simeq \cdots \simeq \overline{\overline{\tau}}^{(m)},$$

そして残りの因子 $\overline{\tau}_0$ を $\overline{G}_0$ の単位元の連結成分 $\overline{G}_0^0$ に制限したとき，それが $\overline{G}_0^0$ のある既約 cuspidal 表現を含む.

この定義は, $GL(N, F)$ における [1, (5.10.10)(a)] の古典群 G への自然な拡張である.

定理 4.3. 記号と仮定を上の通りとする．(J_P, λ_P) を $[\Lambda, n, 0, \beta]$ に付随する G のある *smple type* とする．このとき

(1) 定理 *4.2* の表現 $\widetilde{\lambda}^{(j)}$ が

$$\widetilde{\lambda}^{(1)} \simeq \cdots \simeq \widetilde{\lambda}^{(m)}$$

を満たす,

(2) (J_P, λ_P) は *Bushnell-Kuztko* の意味 *([2])* で G における *type* である．事実, G_0 と $GL(N/m, F)$ の既約 *supercuspidal* 表現 π_{cusp} と ρ, そして複素数 $x_1, \cdots, x_m$ に対して

$$\pi_M = \pi_{cusp} \otimes \left(\bigotimes_{j=1}^{m} \nu^{x_j} \rho \right)$$

で定義される M の既約 *supercuspidal* 表現 π_M の G-*cover* である．ここで，$\nu = |\det|_F$ は $GL(N/m, F)$ の不分岐指標とする．

(3) もし G のある既約スムース表現 π が λ_P を含めば，それは

$$\pi_{cusp} \times \prod_{j=1}^{m} \nu^{x_j} \rho = i_P^G(\pi_M)$$

のある G-部分商である．ここで，i_P^G は正規化された *induction functor* とする．

証明．これは [9, Proposition 9.2, Theorem 10.3] の主張である．

5 Self-dual simple types

今後

$$M = G_0 \times \prod_{j=1}^{m} \widetilde{G}^{(j)} = G_0 \times GL(N/m, F)^{\times m}.$$

と同一視する．

[12, 6.2] より，各 $j, 1 \leq j \leq m$ に対して，β の G における中心化群 $G_E = Z_G(\beta)$ の Weyl 群の元 s_j で，その共役が M の因子 $\widetilde{G}^{(j)} = GL(N/m, F)$ 上の対合 σ_j と $\overline{\widetilde{G}^{(j)}} = GL(f, k_{E'})$ 上の対合 $\overline{\sigma}_j$ を導くものが存在する．

定義 3. G のある simple type (J_P, λ_P) が 'self-dual' とは，定義 2 の表現 $\overline{\overline{\tau}}^{(j)}$ が

$$\overline{\overline{\tau}}^{(j)} \simeq \overline{\overline{\tau}}^{(j)} \circ \overline{\sigma}_j, \ (1 \leq j \leq m)$$

を満たすことをいう．

π を $GL(N/m, F)$ のあるスムース表現とし，$\pi^\vee$ をその反傾 (contragradient) 表現とする．$GL(N/m, F)$ のある表現 π^* を次のように定義する：

$$\pi^*(g) = \pi^\vee(\overline{g}) \ (g \in GL(N/m, F))$$

ここで，$\overline{g}$ は g の $Gal(F/F_0)$-対合による像を表す．$g = \overline{g}$ も起こりうる．もし π が $\pi^* \simeq \pi$ を満たせば，それを 'F/F_0-self-dual' と呼ぶ ([10] を参照)．

定理 5.1. (J_P, λ_P) を G のある *self-dual simple type* とする．このとき，
(1) 定理 *4.2* の表現 $\widetilde{\lambda}^{(j)}$ が

$$\widetilde{\lambda}^{(j)} \circ \sigma_j \simeq \widetilde{\lambda}^{(j)}, \ (1 \le j \le m)$$

を満たす．
(2) G のある既約スムース表現 π が λ_P を含めば，それは

$$\pi_{cusp} \times \prod_{j=1}^{m} \nu^{x_j} \rho$$

のある G-部分商である．ここで，π_{cusp} は G_0 のある既約 *supercuspidal* 表現，ρ は $GL(N/m, F)$ のある既約 F/F_0-*self-dual supercuspidal* 表現であり，そして $x_1, \cdots, x_m$ は複素数である．

証明．これは [9, Theorem 10.3] の主張である．

6 Discrete series

Mœglin-Tadić [10] によって，ある基本的な仮定 (BA) の下で，G の既約 2 乗可積分表現が分類された．その仮定 (BA) とは 5 章に現れた誘導表現 $\pi_{cusp} \times \rho\nu^x$ の形の表現が可約になる点 x を定めるものである．

この既約 2 乗可積分表現は 'admissible triples' と呼ばれる不変量で特徴付けられる．この不変量は 3 つ組 $(Jord, \pi_{\mathrm{cusp}}, \epsilon)$ であり，次のように定義される：

(1) $Jord$ は（ 1 つとは限らない複数の）一般線形群の既約 supercuspidal 表現と 正の整数からなる集合である．これをジョルダン・ブロックと呼ぶ．
(2) π_{cusp} は G と同じタイプの部分群 G_0 のある既約 supercuspidal 表現である．
(3) ϵ は $\{\pm 1\}$ に値をもつある関数である．

このとき，Mœglin-Tadić [10] の主定理を以下のように述べることができる．

定理 6.1. 仮定 *(BA)* の下で，写像

$$\pi \mapsto (Jord(\pi), \pi_{\mathrm{cusp}}, \epsilon_\pi)$$

が G のすべての既約 *2* 乗可積分表現の同値類からなる集合からすべての *admissible triple* の集合へのある全単射を与える．

$GL(N/m,F)$ のある既約 F/F_0-self-dual supercuspidal 表現 ρ と $x-y+1$ がある自然数になる実数 x,y に対して，誘導表現

$$\nu^x\rho \times \nu^{x-1}\rho \times \cdots \times \nu^y\rho$$

が唯一の既約部分表現を含むことがよく知られている (Zelvinsky [13])．それを $\delta(\rho,x,y)$ で表す．これは群 $GL((x-y+1)N/m,F)$ の表現である．

π_{cusp} を G_0 のある既約 supercuspidal 表現とし，$\rho_1,\cdots,\rho_k$ を $GL(N/m)$ の非同値な F/F_0-self-dual 既約 supercuspidal 表現とする．このとき，[10, 14.5] に従って，$\nu^{\mathbb{R}}\rho_i=\{\nu^x\rho_i; x\in\mathbb{R}\}$ とする． ある自然数 m $(m\le k)$ に対して，

$$\mathcal{D}_m(\rho_1,\cdots,\rho_k;\pi_{\mathrm{cusp}})$$

で，$\tau_1\times\cdots\times\tau_m\times\pi_{\mathrm{cusp}}$ となる形の誘導表現のすべての既約 2 乗可積分部分商からなる族を表す．ここで，$\tau_1,\cdots,\tau_m$ は $\cup_{i=1}^k\nu^{\mathbb{R}}\rho_i$ をわたる．

定理 6.2. (J_P,λ_P) を G のある *self-dual simple type* とし，$(\pi,\mathcal{V})$ を G のある既約 *2* 乗可積分表現と仮定する．定理 *4.3* の $\{\nu^{x_1}\rho,\cdots,\nu^{x_m}\rho,\pi_{\mathrm{cusp}}\}$ に対して，$\{\nu^{x_1}\rho,\cdots,\nu^{x_m}\rho\}$ における $\nu^{\mathbb{R}}$-軌道の完全代表系を

$$\{\nu^{y_1}\rho,\cdots,\nu^{y_r}\rho\}$$

とする．ここで，高々 *1* つの y_i が *0* に等しく，残りは異なる純虚数である．このとき，次の条件は同値である．

(1) π が λ_P を含む;
(2) $\pi\in\mathcal{D}_m(\nu^{y_1}\rho,\cdots,\nu^{y_r}\rho;\pi_{\mathrm{cusp}})$.

系 6.3. 記号と仮定を定理 *6.2* の通りとする．$\{\nu^{x_1}\rho,\cdots,\nu^{x_m}\rho\}$ における $\nu^{\mathbb{R}}$-軌道の完全代表系が ρ のみからなり，π が λ_P を含めば，この π は誘導表現

$$\Pi=\pi_{\mathrm{cusp}}\times\prod_{i=1}^k\delta(\rho,(a_i-1)/2,(a_{i,-}+1)/2)$$
$$\times\prod_{j=1}^r\delta(\rho,(b_{r-j+1}-1)/2,-(b_{r-j+1,-}-1)/2).$$

のある既約部分表現に同値になる．ここで，

$$\{a_{1,-}, a_1, \cdots, a_{k,-}, a_k, b_{1,-}, b_1, \cdots, b_{r,-}, b_r\},$$

は次の条件を満たす非負整数のある族である：すべての i, j に対して，$a_{i,-} \leq a_i$，$b_{j,-} < b_j$，$a_{i,-} - a_i, b_{j,-} - b_j \in 2\mathbb{N}$，そして

$$\sum_{i=1}^{k}(a_i - a_{i,-}) + \sum_{j=1}^{r}(b_{j,-} + b_j) = 2m$$

である．

この定理 6.2 と系 6.3 は，講演で述べた結果を文献 [9] に対するある雑誌のレフェリーによるコメントをもとに若干修正したものである．

最後に，G が不分岐ユニタリ一群のとき，上で与えられた self-dual simple type (J_P, λ_P) を含む G の既約スムース表現の同値類は，加藤周氏（京都大学数理研）[7] によって構成された $G_{\mathbb{C}} = Sp(m, \mathbb{C})$ に関する exotic ベキ零錘の $G_{\mathbb{C}}$-軌道でパラメトライズ出来ることを合わせて報告する．詳細は他所に譲る．

参考文献

[1] C. J. Bushnell and P. Kutzko: The Admissible Dual of GL(N) Via Compact Open Subgroups, Annals of Mathematic Studies **129**, Princeton University Press 1993.

[2] C. J. Bushnell and P. Kutzko: Smooth representations of reductive p-adic groups: structure theory via types, Proc. London Math. Soc. (3) **77**, 582-634 (1998).

[3] C. J. Bushnell and P. Kutzko: Semisimple types in GL_n, Compositio Math. **119**, 53-97 (1999).

[4] C. Blondel: $Sp(2N)$-covers for self-contragradient supercuspidal representations of $GL(N)$, Ann. Sci. École. Norm. Sup. (4) **37**, 533-558 (2004).

[5] C. Blondel: Propagation de paires courvrantes dans les groupes symplectiques, Representation Theory **10**, 399-434 (2006) (electronic).

[6] D. Goldberg, P. Kutzko and S. Stevens: Covers for self-dual supercuspidal representations of the Siegel Levi subgroup of classical p-adic groups, Int. Math. Res. Notes, Vol. 2007, Article ID rnm 085, 31 pages, (2008).

[7] Kato S.: An exotic Deligne-Langlands correspondence for symplectic groups, preprint, to appear in Duke Math. J. (2008).

[8] K. Kariyama: On types for unramified p-adic unitary groups, Canad. J. Math. Vol. **60**, No. 3, 1067-1107 (2008).

[9] K. Kariyama: Self-dual simple types and discrete series of p-adic classical groups, preprint.

[10] C. Mœglin and M. Tadić: Construction of discrete series for classical p-adic groups, J. Amer. Math. Soc., Vol.**15**, no. 3, 715-786 (2002).

[11] S. Stevens: Semisimple characters for p-adic classical groups, Duke Math. J. **127** no.1, 123-173 (2005).

[12] S. Stevens: The supercuspidal representations of p-adic classical groups, Invent. Math. **172** (2), 289-352 (2008).

[13] A. Zelvinsky: Induced representations of reductive p-adic groups II. On irreducible representations of $GL(n)$, Ann. Sci. École Norm. Sup. **13**, 165-210 (1980).