数理解析研究所講究録
第 1673 巻 2010 年 23-24

傾いた側壁をもつ容器内の2次元熱対流

京都大学・情報学研究科
深澤義成, 船越満明 (Yoshinari Fukazawa, Mitsuaki Funakoshi)
Graduate School of Informatics, Kyoto University

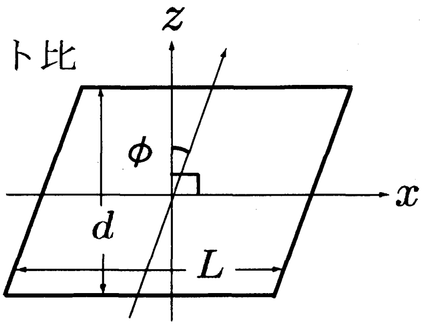

図1. 平行四辺形容器

図1のように、側壁が鉛直方向から ϕ だけ傾いた、アスペクト比 A の平行四辺形容器内の2次元熱対流について、各壁面上の温度 T_{wall} が鉛直上向き座標 z の関数として $T_{wall}=-\beta z+c$ $(\beta>0)$ と表せ、各壁面は完全熱伝導、すべりなしとする境界条件のもとで、静止状態の線形安定性と定常対流解の分岐を、チェビシェフ多項式を用いた選点法により数値的に調べた。A を固定し、ϕ を増加させると、臨界レイリー数は増加し、不安定化モードの渦の数は1つずつ増えることがわかった。$\phi>0$ に対して、A を増加させると、臨界レイリー数が減少し、不安定化モードの渦の数が1つずつ増え、$\phi=0$ の場合と定性的に同じ結果が得られた。一方、ある程度大きな ϕ に対して、A を0に近づけていくと、図2に示すように不安定化モードの渦の数が1つずつ増えるなど $\phi=0$ の場合との定性的な違いが見られた。定常対流解の分岐では、側壁が傾いていることによる、分岐の対

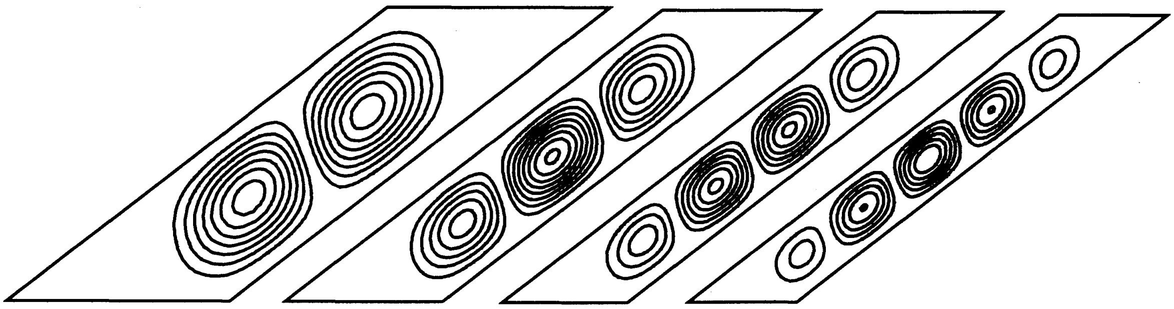

図2. 不安定化モード　$\tilde{\phi}\equiv\frac{180}{\pi}\phi=50$

称性の破れが見られた。例えば、静止状態から分岐した、時計回りと反時計回りの渦に対応する2つの定常対流解が、$\phi \neq 0$ では異なるレイリー数で不安定化することや、$\phi = 0$ では超臨界熊手型分岐により生じる、2つの渦が横に並んだ安定な定常対流解は、$\phi \neq 0$ ではサドルノード分岐により生じることなどが得られた。

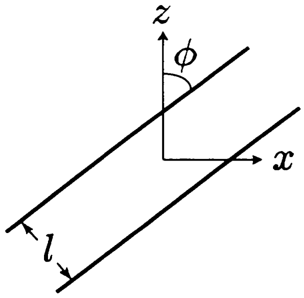

図３．傾いた無限流体層

次に、図3のように、鉛直方向から ϕ だけ傾き、距離 l だけ離れて置かれた無限に長い平行な壁の間の2次元熱対流についても、平行四辺形容器の場合と同じ境界条件のもとで、壁と平行な方向に周期性を仮定した上で、静止状態の線形安定性を調べた。$0 \leq \tilde{\phi} \leq 20.8$ では、臨界レイリー数が $\dfrac{(2\pi)^4}{\cos^2\phi}$ と解析的に表現でき、不安定化モードは壁と平行な方向に一様になることが得られた。$\tilde{\phi} = 34.8$ で臨界レイリー数は最大値をとり、$\tilde{\phi}$ を90に近づけていくと、図4に示すように、不安定化モードの渦の縦横比が1に近い値に近づくことなどが得られた。さらに、平行四辺形容器の静止状態の線形安定性と比較し、平行四辺形容器における臨界レイリー数は、各 ϕ に対し $A \to 0$ の極限で傾いた無限流体層の臨界レイリー数に一致することや、図2のような現象が $\tilde{\phi} > 20.8$ で起こることを解析的に示すなどの結果を得た。

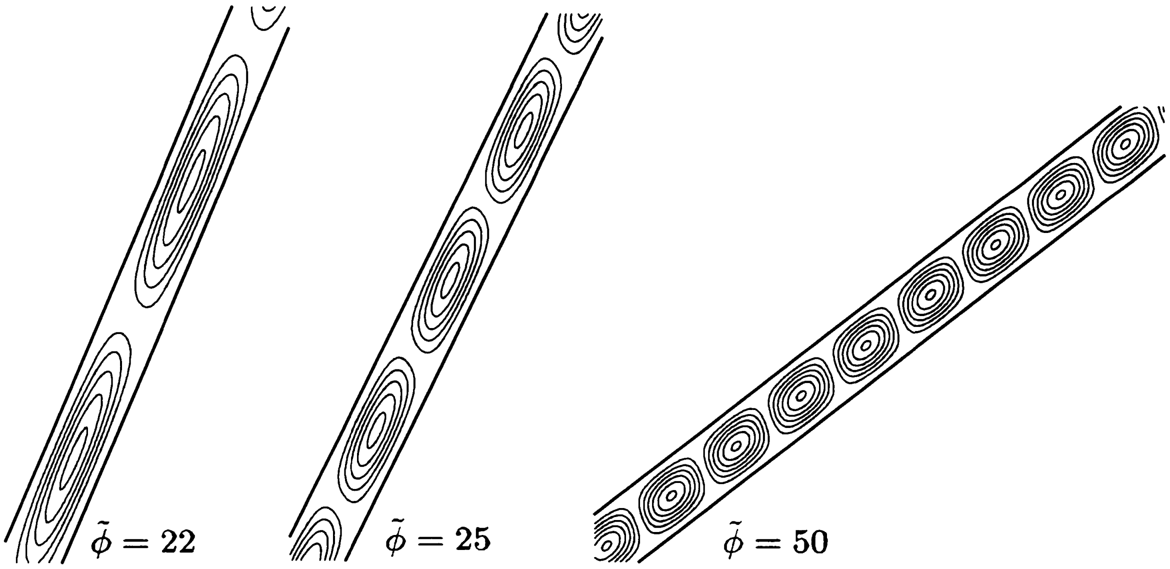

図４．不安定化モード