数理解析研究所講究録
第 1675 巻 2010 年 97-110

信用リスク移転機能の発展と最適ローンポートフォリオ選択*

日本銀行　金融研究所
新谷　幸平 (Kohei Shintani)†，山田　哲也 (Tetsuya Yamada)‡
Institute for Monetary and Economic Studies
Bank of Japan

1. はじめに

近年，クレジットデリバティブや証券化などの信用リスク移転手段が発達したことに伴い，金融機関はローンポートフォリオの信用リスクを効率的にヘッジし，分散化することが可能となった．しかし，今次金融危機の発生要因の一つとしてクレジットデリバティブが取り上げられることが少なくなく，金融機関の過剰なリスクテイクを助長したとの批判も根強い．そこで，本研究では，クレジットデリバティブや証券化手法の発達が，金融機関（銀行）のローンポートフォリオに与える影響を理論的な立場から分析し，それらが銀行経営に与える影響を検討する．

クレジットデリバティブが銀行経営に与える影響を分析した研究は，実証分析を中心に比較的多く行われているが，それらの含意については，主に相反した２つの論調に分かれている．すなわち，(1) クレジットデリバティブや証券化が，銀行のローンポートフォリオの効率化や信用リスクの減少に寄与した一方で，(2) 銀行が危険な貸し手に対する貸出や，レバレッジ比率を上昇させることにより，「ハイリスク・ハイリターン」型の投資を行うインセンティブを誘発した可能性があるという点である．

例えば (1) については，Alexander-Andrew [2006] は，クレジットデリバティブを利用することで銀行のローンポートフォリオのリスクが分散化されるという意味で，クレジットデリバティブが銀行のローンポートフォリオの効率性を高めているとの見方を示している．Cebenoyan and Strahan [2004] は，ローン市場での売買を積極的に行っている銀行は，そうでない銀行よりもリスク資産１ドル当たりの自己資本の量が小さく，効率的な経営を行っていると述べている．Jiangli and Pritsker [2008] は，ローンの証券化やクレジットデリバティブ取引を行っている銀行は，そうでない銀行よりも収益性が高いと報告している．Hänsel and Krahnen [2007] は，ローン ABS 市場で活発に取引している銀行は，取引していない銀行に比べて信用リスクエクスポージャが小さくなっていることを主張している．一方 (2) について，Cebenoyan and Strahan [2004] は，ローン売買を行っている銀行は，リスクを過剰に増加させているわけではないもの，リスクの高い借り手に対する貸出を増加させていると報告している．Jiangli and Pritsker [2008]

* 本稿に示されている意見は筆者たち個人に属し，日本銀行の公式見解を示すものではない．また，ありうべき誤りはすべて筆者たち個人に属する．

† E-mail:kouhei.shintani@boj.or.jp
‡ E-mail:tetsuya.yamada@boj.or.jp

は，ローンの証券化を行っている銀行は，そうでない銀行よりもローンの貸倒引当率や引当金償却率が高く，レバレッジ比率も高まっているという分析結果を報告している．

他方，クレジットデリバティブや証券化が銀行経営に与える影響のメカニズムをファイナンス理論の観点から分析した研究は，限られたものとなっている．その中の1つであるInstefjord [2005] は，ポートフォリオ選択問題を用いて，クレジットデリバティブの発展が銀行の保有リスクに与える影響を分析している．その結果，クレジットデリバティブの発展に伴い，銀行の貸出量が増加する可能性があることを主張している．しかしながら，Instefjord [2005] は，単に貸出量が増えることのみを分析しており，その際，ローンポートフォリオのリスク・リターンがどのように変化するかについては考察していない．こうした意味で，銀行経営に与える影響を十分に把握しているとはいえない．

本研究では，ポートフォリオ選択問題を用いてクレジットデリバティブや証券化が銀行経営に与える影響を分析している点でInstefjord [2005] と類似しているが，以下の2点を考慮した考察を行っている．まず，信用リスク移転市場が発展する効果を，市場で取引可能なローンの種類が増加するとしてInstefjord [2005] とは異なる形で明示的にモデルに取り入れた．また，取引市場の発展によって，より多くの資産を市場で取引することが可能になり，その結果として銀行が保有するローンポートフォリオのリスクが分散化される効果を新たに取り入れた．

本稿の構成は以下のとおりである．2節では，Sharpe [1964]，Lintner [1965] などが導出したCAPMを拡張したモデルを考察する．すなわち，銀行が保有するローンポートフォリオの一部だけが売買可能な不完全市場[1] を想定し，銀行の最適ポートフォリオを導出する．また，本稿のような設定と完全市場でのCAPMとで最適ポートフォリオの特徴がどう異なるかを纏める．3節では2節の議論を基に数値例に基づく分析を行い，取引市場の発展が，銀行の最適ローンポートフォリオ構成および投資効率などに与える影響を考察する．4節で結論と今後の課題を述べる．

2. モデル

本節では，Sharpe [1964]，Lintner [1965] などが導出したCAPMを拡張したモデルを考察する．すなわち，銀行が保有するローンポートフォリオの一部だけが売買可能な不完全市場を想定し，銀行の最適ローンポートフォリオを導出する．

---

[1] 一般的に，経済学においては，完全市場では (1) 取引コストがゼロ，(2) 市場で経済主体が自由に売買可能，(3) 完全情報という3つの条件が満たされており，いずれかが満たされていない市場を不完全市場と呼ぶ．本稿で考察している市場は，投資対象資産の一部が自由に取引できない点で (2) を満たしていないため，不完全市場の一種と考えられる．

(1) モデルの設定

ある銀行は，m 社の企業のローンから構成されるローンポートフォリオを保有している．企業 i $(i=1,\ldots,m)$ のローンから生じる収益率を r_i $(i=1,\ldots,m)$ とする．r_i は，以下の平均・分散共分散を持つと仮定する．

$$\mathrm{E}[r_i]=\mu_i,\ \mathrm{Cov}[r_i,r_j]=\sigma_{ij}. \tag{1}$$

各企業に対するローンの保有比率を x_i $(i=1,\ldots,m)$，リスクフリー資産の保有比率を x_{m+1} とする．銀行は，このうち企業 $i=1,\ldots,h$ $(h\leq m)$ に対するローンの保有比率を，CDS 市場やローン市場などを通じてリバランスすることができ，それ以外のローンの保有比率は，市場でリバランスできないとする．銀行が保有するポートフォリオから生じる収益率 R は以下のように記述される．ここで，r はリスクフリーレートである．

$$\begin{gathered} R=\boldsymbol{r_h}^\top\boldsymbol{x_h}+\boldsymbol{r_\epsilon}^\top\boldsymbol{x_\epsilon}+rx_{m+1}, \\ \sum_{i=1}^{m+1}x_i=1. \end{gathered} \tag{2}$$

ただし，$\boldsymbol{x_h}=(x_1,\cdots,x_h)^\top$，$\boldsymbol{x_\epsilon}=(x_{h+1}\cdots,x_m)^\top$．$\boldsymbol{r_h}=(r_1,\cdots,r_h)^\top$，$\boldsymbol{r_\epsilon}=(r_{h+1},\cdots,r_m)^\top$．すなわち，$\boldsymbol{r_h}^\top\boldsymbol{x_h}$ は市場で取引可能なローンのポートフォリオから生まれる収益率，$\boldsymbol{r_\epsilon}^\top\boldsymbol{x_\epsilon}$ は市場で取引不可能なローンのポートフォリオから生まれる収益率を表している．すべてのローンが取引可能となった場合，すなわち $h=m$ のときは，本稿のモデルは通常の CAPM の議論に帰着する．一方，$h<m$ の場合は，投資対象資産の一部が市場で自由に売買できないため，市場は不完全となる．この点が通常の CAPM とは異なる．

また，市場で取引可能なローンの数 h は，市場の発展を表すパラメータと解釈できる．h の上昇に伴い，市場で取引可能な資産が豊富になる．その結果分散投資やヘッジが容易になることを意味する．本稿では，特に h が上昇した場合に市場が発展したと考える．

(2) 銀行の最適ローンポートフォリオ選択

本節では，前節で示したポートフォリオを保有する銀行について，最適なローンポートフォリオを考察する．最適ローンポートフォリオを決定するにあたり，銀行が以下の 3 つのリスク管理方針に従う場合を考える．各方針は Schinasi and Smith [2000] を参考にした．

1. リターン・ベンチマークルール（ポートフォリオの期待収益率に下限を与えた上で，保有リスクを最小化）
2. Safety-first ルール（ポートフォリオのリスクに上限を与えた上で，期待収益率を最大化）
3. トレードオフルール（リスク回避度一定の下で，リスク調整後収益率を最大化）

以下，それぞれのリスク管理方針に対応した枠組みを提示し，$\boldsymbol{x_\epsilon}$，μ_i，σ_{ij} $(1 \leq i, j \leq m)$ を所与として $\boldsymbol{x_h}$ を選択する最適化問題を解く．行列およびベクトルの演算については，Petersen and Pedersen [2008] が参考となった．

イ．リターン・ベンチマークルールに従う場合

銀行は，収益目標の達成を優先した以下の最適化問題の解を最適ローンポートフォリオとして選択すると考える．ここで，R_P は銀行の目標収益率（定数）である．

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x_h}} \quad & \mathrm{Var}[R] = \boldsymbol{x}^\top \boldsymbol{\Sigma x}, \\ \text{s.t.} \quad & \mathrm{E}[R] = (\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{x} \geq R_P. \end{aligned} \tag{3}$$

ここで，式 (3) 中の各変数は以下のとおりである．

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x_h} \\ \boldsymbol{x_\epsilon} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{\mu_\epsilon} - \boldsymbol{r} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma_{hh}} & \boldsymbol{\Sigma_{h\epsilon}} \\ \boldsymbol{\Sigma_{h\epsilon}^\top} & \boldsymbol{\Sigma_{\epsilon\epsilon}} \end{pmatrix}, \\ & \boldsymbol{\Sigma_{hh}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1h} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{h1} & \cdots & \sigma_{hh} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\Sigma_{h\epsilon}} = \begin{pmatrix} \sigma_{1h+1} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{hh+1} & \cdots & \sigma_{hm} \end{pmatrix}, \\ & \boldsymbol{\Sigma_{\epsilon\epsilon}} = \begin{pmatrix} \sigma_{h+1h+1} & \cdots & \sigma_{h+1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{mh+1} & \cdots & \sigma_{mm} \end{pmatrix}, \\ & \boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r} = (\mu_1 - r, \cdots, \mu_h - r)^\top, \ \boldsymbol{\mu_\epsilon} - \boldsymbol{r} = (\mu_{h+1} - r, \cdots, \mu_m - r)^\top. \end{aligned} \tag{4}$$

最適化の一階条件より，最適保有比率を $\boldsymbol{\hat{x}_h} = (\hat{x}_1, \cdots, \hat{x}_h)^\top$ で表すと，以下の関係が得られる．

$$\lambda_R(\boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\Sigma_{hh}\hat{x}_h} + \boldsymbol{\Sigma_{h\epsilon}x_\epsilon}. \tag{5}$$

λ_R はラグランジュ乗数を表す．式 (5) を変形すると，最適解 $\boldsymbol{\hat{x}_h}$ は以下の形で得られる．

$$\boldsymbol{\hat{x}_h} = \lambda_R \boldsymbol{\Sigma_{hh}^{-1}}(\boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\Sigma_{hh}^{-1}\Sigma_{h\epsilon}x_\epsilon}. \tag{6}$$

また λ_R は以下の形で与えられる．

$$\lambda_R = \frac{R_P - \boldsymbol{\mu_\epsilon^\top x_\epsilon} + (\boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{\Sigma_{hh}^{-1}\Sigma_{h\epsilon}x_\epsilon}}{(\boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{\Sigma_{hh}^{-1}}(\boldsymbol{\mu_h} - \boldsymbol{r})}. \tag{7}$$

ロ．Safety-first ルールに従う場合

次に，銀行は，許容できるリスク量を遵守した，以下の最適化問題の解を最適ローンポートフォリオとして選択すると考える．ここで，σ_P^2 は銀行の許容リスク量（定数）である．

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{x_h}} \quad & \mathrm{E}[R], \\ \text{s.t.} \quad & \mathrm{Var}[R] \leq \sigma_P^2. \end{aligned} \tag{8}$$

最適化の一階条件より，以下の関係が得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}} = \frac{1}{\lambda_\sigma}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}. \tag{9}$$

ただし，λ_σ は以下の 2 次方程式の正根である．

$$\begin{aligned}
\sigma_P^2 &= A(\frac{1}{\lambda_\sigma})^2 - B,\\
A &= (\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}),\\
B &= 2\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}{}^\top \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}^\top \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}.
\end{aligned} \tag{10}$$

ハ．トレードオフルールに従う場合

最後に，銀行は，リスク調整後収益率の最大化を目指す，以下の最適化問題の解を最適ローンポートフォリオとして選択すると考える．ここで，γ は銀行のリスク回避度（定数）である．

$$\max_{\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{h}}} \{\mathrm{E}[R] - \frac{\gamma}{2}\mathrm{Var}[R]\}. \tag{11}$$

最適化の一階条件より，式 (12) が得られる．

$$(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}) = \gamma\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}} + \gamma\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}. \tag{12}$$

式 (12) を変形すると，最適解 $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}}$ は以下の形で得られる．

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}} = \frac{1}{\gamma}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}. \tag{13}$$

(3)　最適ポートフォリオの特徴

ここでは，前節で得られた結果のうち通常の CAPM とは異なる点を纏める．なお，本節ではトレードオフルールに従う銀行（本節（２）ハの場合）を例にとって分析するが，その結果として得られる特徴点は，他の銀行行動（本節（２）イ，ロ）を仮定しても同様に成立する．

イ．最適ローンポートフォリオは取引できないローンの構成に依存する

最適ローンポートフォリオ (13) 式は，取引可能なローンのリスク・リターン（第 1 項）だけでなく，取引できないローンのリスク・リターンおよび保有比率（第 2 項）にも依存している．このため，銀行の最適ローンポートフォリオは取引できないローンの保有比率 $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}$ に依存する．

ベンチマークとして，取引できないローンを保有しないプレーヤー（市場）を考える．このとき，市場の最適ポートフォリオ $\hat{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{h}} = (\hat{c}_1, \cdots, \hat{c}_h)^\top$ は式 (14) となる．

$$\hat{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{h}} = \frac{1}{\gamma}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}). \tag{14}$$

通常の CAPM では，すべての証券が取引可能であると考えるため，これが最適ポートフォリオとなる．一方，ここでの銀行の最適ポートフォリオ $\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}}$ は，市場の最適ポートフォリオから乖離したものとして，

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{h}} = \hat{\boldsymbol{c}}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}. \tag{15}$$

と書くことができる．取引可能なローンが増加する $(h \to m)$ ことで両者の差が小さくなり，$h = m$ で市場の最適ポートフォリオに一致することが理解できる．

ロ．分離定理が成立しない

通常の CAPM の場合，すなわち (13) 式において $h = m$ とした場合，リスク回避度に関わらず危険資産の最適な保有比率がただ一つ定まる．

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{m}} = \frac{1}{\gamma}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{mm}}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r}) \propto \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{mm}}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r}) \tag{16}$$

ここで，$\propto$ は両辺のベクトル成分の比率が等しいことを示す．この際，リスク回避度は最適な危険資産のポートフォリオとリスクフリー資産の保有比率のみに影響し，危険資産の構成比には影響しないという，いわゆる分離定理が成り立つ．このため，どのようなリスク回避度や収益目標を設定したとしても，リスクフリー資産との配分比率を変化させることで目標を達成することが可能であった．しかし，本稿のモデルの場合，式 (13) のように危険資産の最適保有比率はリスク回避度に依存する．したがって，設定された収益・リスク目標を達成するためには，単にリスクフリー資産との比率を変えるだけでなく，ポートフォリオの構成を変える必要がある．このため，本節（3）ハや３節で後述するように，高めの収益目標を達成するために，収益対比リスクの高いポートフォリオを選択する可能性もあり，この点で通常の CAPM と異なっている．

ハ．最適ポートフォリオのシャープレシオがリスク回避度に依存する

ロで述べたように，通常の CAPM の場合，危険資産の最適保有比率はリスク回避度に関わらずただ一つ定まり，最適ポートフォリオのシャープレシオもリスク回避度に依存しない．しかし，本稿のモデルではシャープレシオ $\frac{\mathrm{E}[R]-r}{\sqrt{\mathrm{Var}[R]}}$ が式 (17) のように導出され，一般にリスク回避度に依存する．

$$\frac{\frac{1}{\gamma}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r})^\top\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}) + \{(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\epsilon}} - \boldsymbol{r})^\top - (\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r})^\top\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}\}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}}{\sqrt{\frac{1}{\gamma^2}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r})^\top\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{r}) + \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}^\top(\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\epsilon\epsilon}} - \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}}{}^\top\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{hh}}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{h\epsilon}})\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\epsilon}}}}. \tag{17}$$

これは，ロで述べたのと同様，設定された収益・リスク目標次第では，それを達成するためにシャープレシオの低いポートフォリオを保有しうることを示唆するものである．式の形から明らかであるが，$h = m$ とした場合，シャープレシオは

$$\sqrt{(\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r})^\top\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{mm}}^{-1}(\boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{r})} \tag{18}$$

となり，γ に依存しないことがわかる（通常の CAPM）．すなわち，完全市場では，どのようなリスク回避度や収益目標を設定しても，それを達成する最適ポートフォリオのシャープレシオは一つに決まる．

完全市場では，銀行がどのような目標を設定したとしても，最適化されたポートフォリオのシャープレシオは同じとなるため，投資効率を評価する指標として特別な意味を持つ．一方，不完全市場の場合，上述のように投資目標の設定次第でポートフォリオのシャープレシオが異なるため，シャープレシオは数ある投資効率性を図る指標の一つに過ぎなくなる．不完全市場での投資効率性を考える際には，このような完全市場との違いに注意する必要がある．

3. 数値例に基づく分析

本節では，前節で得られた結果を用いて，数値例に基づく分析を行う．本節では，銀行は３つのローンを保有しているとする．基準となるパラメータを以下のように与える．

- ローンの期待収益率：$\mu_i = 0.03\ (i = 1, 2, 3)$,
- ローンの収益率のボラティリティ：$\sigma_i = 0.2\ (i = 1, 2, 3)$,
- ローンの収益率の相関：$\rho_{ij} = 0.2\ (i, j = 1, 2, 3, i \neq j)$,
- 初期時点の各ローンの保有比率：$x_1 = 0.6,\ x_2 = 0.3,\ x_3 = 0.1$,
- 銀行のリスク回避度：$\gamma = 1$,
- リスクフリーレート：$r = 0.01$.

上記のパラメータ設定は，以下ような状況を想定している．すなわち，銀行は３種類のローンを保有しているが，全てのローンが同質であるため，仮に全てのローンを市場で取引可能であった場合，全てのローンを同じ割合だけ保有する戦略が最適となる．しかし，地理的な制約やメインバンク制などの要因により，銀行はローンの保有比率を自由にコントロールできない状況にある．そのため，初期時点では必ずしも最適とはいえないポートフォリオを保有している．

図１から図２は，基本パラメータでの銀行の最適ローンポートフォリオおよびシャープレシオの変化を示したものである．なお，本稿では銀行の最適ローンポートフォリオの効率性を図る指標としてシャープレシオを採用した．

各グラフの右軸は取引可能な資産の数を示しており，取引できる資産を１つずつ増やしていくことで，信用リスク移転市場の発展が銀行の最適ローンポートフォリオに与える影響を観察している．まず図１をみると，信用リスク移転市場が発達するとともに，銀行のポートフォリオ構成は少しずつ最適なもの，すなわち，この例では，３つのローンを同じ割合で保有するものに近づいていく．この際，図２のようにシャープレシオは緩やかに上昇し，市場の発展は銀行の投資効率にプラスの効果を与えていることがわかる．

本節では，２つのケースを想定して比較静学を行う．すなわち，１つ目は，ローンの収益率やボラティリティなど，資産の性質を変化させた場合に銀行の最適ローンポートフォリオがどのように変化するのか観察する．２つ目は，銀行の性質（目標収益，許容リスク量，リスク回避度）を変化させた場合に，銀行の最適ポートフォリオおよびシャープレシオがどのように変化するのかを観察する．

(1)　市場の性質による比較

本節では，ローンの性質に様々な変化を与えることにより，市場の性質が変化した場合の銀行の最適ローンポートフォリオおよびシャープレシオの変化を観察する．本節では，簡単のためリスク調整後収益率を優先したリスク管理を行う銀行（２節（２）ハのケース）を例にとる．

イ．一部のローン間の相関をゼロにした場合

図 3 から図 4 は，一部のローン間の相関係数をゼロとした場合，具体的には $\rho_{i2} = \rho_{2i} = 0\ (i = 1,3)$ とした場合の計算結果である．図 3 をみると，ベンチマークの場合と同様，市場の発展と共に銀行のシャープレシオが上昇していることがわかる．一方で，図 4 をみると，最適なポートフォリオを達成するために，銀行はベンチマークの場合よりもリスクフリーレートでの借入れを増やし，バランスシートを拡大させていることがわかる．このように，互いに相関が無いローンが取引可能となることで金融機関のローン供給能力が増加することは，貸出先の産業にとってもプラスの効果になるといえる．

ロ．２番目に取引可能なローンの期待収益率を大きくした場合

図 5 から図 6 は，２番目に取引可能となるローンの期待収益率を大きくした場合，具体的には $\mu_2 = 0.05$ とした場合の計算結果である．図 6 をみると，市場の発展とともに銀行のシャープレシオが上昇している点ではベンチマークの場合と同様であるが，２番目のローンが取引可能となった時点で最も大きな改善がみられる．これは，取引可能なローンの中に期待収益率の高い２番目のローンが入ることで，銀行が当該資産に集中的に投資を行うことが要因である．この際，図 5 のように，銀行はリスクフリーレートでの借入れを行い，バランスシートを拡大させている．

(2)　銀行のリスク管理方針による比較

本節では，銀行の性質に様々な変化を与えることにより，銀行の性質による最適ローンポートフォリオの違いを分析する．

イ. リターン・ベンチマークルールに従う銀行の場合

ここでは，２節（２）イで導出した，リターン・ベンチマークルールに従う銀行の場合にについて考察を行う．図 7〜図 10 は，銀行の収益目標を $R_P - r = 0.01,\ 0.02,\ 0.03$ とした場合の計算結果である．取引できない初期状況におけるポートフォリオの収益目標は 0.02 に設定されており，これが満たされている．まず収益目標を 0.02 のまま変更しなかった場合，市場の発展に伴い銀行のシャープレシオは改善を続けるものの，収益目標を 0.01 と低くした場合と比較して，その改善度合いは緩やかになっていることがわかる．収益目標を 0.03 と高く設定した場合，市場の発展途中においては，銀行のシャープレシオはローンが全く取引できなかった場合よりも低下する場合があることがわかる．この際，図 12 をみると，銀行はリスクフリーレートで借入れを行い，バランスシートを拡大させていることがわかる．こうした結果は，銀行の収益目標の設定次第では，シャープレシオが低めの投資案件にレバレッジを掛けて投資を行う可能性があることを示唆している．これは前述したように，不完全な世界において分離定理が成立しないことに起因している．

ロ. その他のリスク管理方針に従う銀行の場合

図 11〜図 14 は，２節（２）ロの銀行の許容リスク量を変化させた場合，すなわち $\sigma_P^2 = 0.01,\ 0.03,\ 0.05$ とした場合，図 15〜図 18 は，２節（２）ハの銀行のリスク回避度を変化させた場合，すなわち $\gamma = 0.5,\ 1,\ 2$ とした場合の計算結果であるが，いずれの場合も，イとほぼ同様の結果が得られている．

4. 結論と今後の課題

本稿では，銀行が保有するローンポートフォリオを分析対象として，ローンの一部だけが取引可能な不完全市場を想定して最適ローンポートフォリオを導出した．また，完全市場での CAPM と本稿の設定とで最適ポートフォリオの特徴がどう異なるかを明らかにした．すなわち，不完全市場では，最適ローンポートフォリオの構成比率が取引できないローンの保有比率に依存する点，分離定理が成立しない点，最適ローンポートフォリオのシャープレシオが銀行のリスク回避度や収益目標に依存して変化する点などを示した．また，こうした相違点により，不完全市場においては，目標を達成するためにシャープレシオの低い投資を選択しうることを示した．

さらに，導出した最適ローンポートフォリオを用いて，市場の発展に伴い銀行最適ポートフォリオ構成およびシャープレシオなどがどのように変化するのか数値分析を行った．その結果，市場の発展に伴い，銀行のシャープレシオは基本的に上昇していくことがわかった．この結果は，クレジットデリバティブや証券化手法が発達することは，基本的に銀行にとって良い効果をもたらすことを意味する．しかし，市場の発展途中では，銀行の目標収益（許容リスク量，リスク回避度）の設定次第で，市場発展が銀行にとってプラスの効果とならない場合があることも示され

た．クレジットデリバティブや証券化手法が発達する中で銀行がローンのヘッジを通じて効率的な貸出を行っていくためには，市場の発展に応じて収益目標や許容リスク量の設定を適切に選択し，意思決定を行うことが重要となる．収益目標や許容リスク量を高めに設定しすぎないという意味では，リスク管理を中心としたミドル部門と収益を追い求めるフロント部門とのバランスが改めて重要といえよう．

本研究で残された課題は以下のとおりである．第1に，本稿のモデルは，ある銀行が自身のポートフォリオを自由に変更できるという条件下で最適化を行った，いわば部分均衡モデルである．モデルをより現実的，かつ一般均衡として解を導出するためには，多数の金融機関やトレーダーの存在，ローンを需要する企業・家計の存在，均衡条件を満たすローンの適正価格，クレジットデリバティブの清算条件などをモデルに組み込む必要がある．第2に，モデルの精緻化という方向でも改良の余地がある．先行研究が示すように，クレジットデリバティブが銀行経営に与えた影響を分析するに当たっては，クレジットデリバティブ以外の金融商品が銀行経営に与える影響を無視できない．例えば，Hänsel and Krahnen [2007] は，銀行が信用リスクエクスポージャを減少させると同時に，市場リスクエクスポージャを増加させているとの分析結果を報告している．すなわち，金利デリバティブなどの金融商品も銀行の経営戦略に対してある程度の影響力を持っているため，クレジットデリバティブが銀行経営に与える効果だけを切り出してモデル化することは十分ではない．今後，より現実的な設定を理論モデルに組み込む際には，それらの影響をどのように，またどの程度モデル化するのか考慮しなければならない．本稿では，そのような複雑さを捨象してモデル化を行っていることに注意する必要がある．

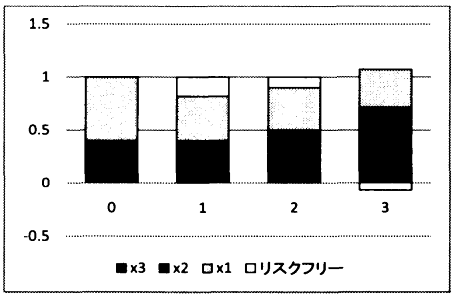

図1　各資産の保有比率の変化：ベンチマーク

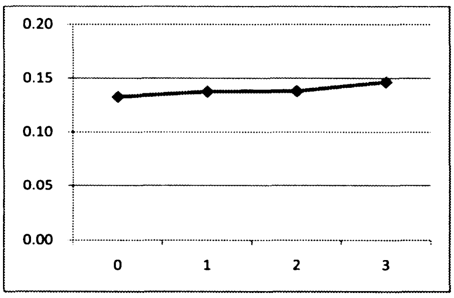

図2　シャープレシオの変化：ベンチマーク

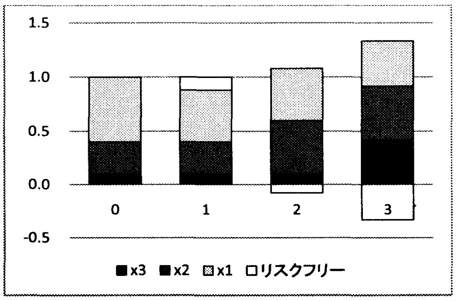

図3 各資産の保有比率の変化：一部のローン間の相関をゼロにした場合

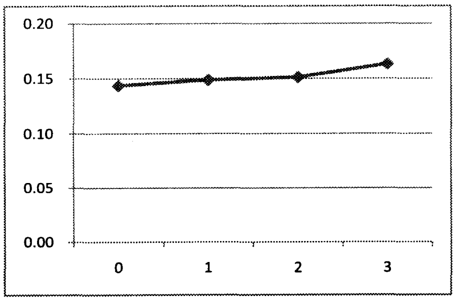

図4 シャープレシオの変化：一部のローン間の相関をゼロにした場合

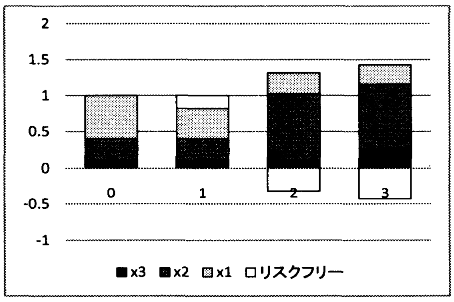

図5 各資産の保有比率の変化：２番目に取引可能なローンのリターンを大きくした場合

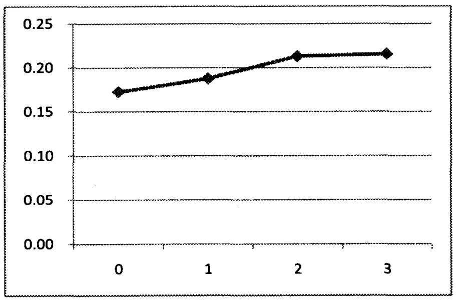

図6 シャープレシオの変化：２番目に取引可能なローンのリターンを大きくした場合

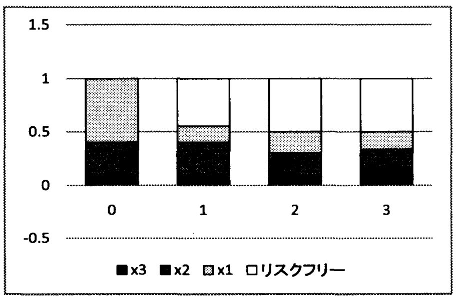

図7 各資産の保有比率の変化：低収益目標

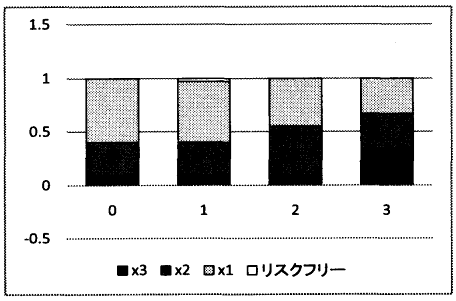

図8 各資産の保有比率の変化：中収益目標

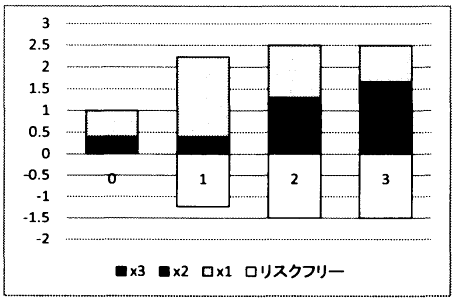

図 9　各資産の保有比率の変化：高収益目標

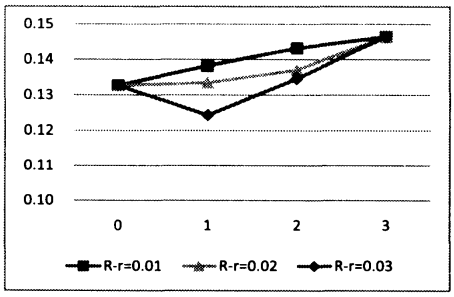

図 10　シャープレシオの変化：収益目標による違い

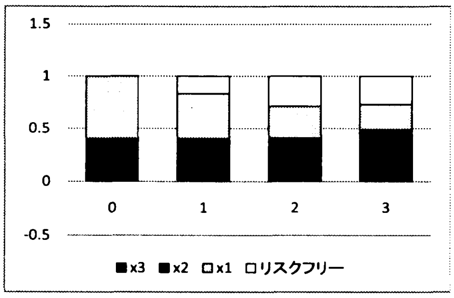

図 11　各資産の保有比率の変化：低リスク

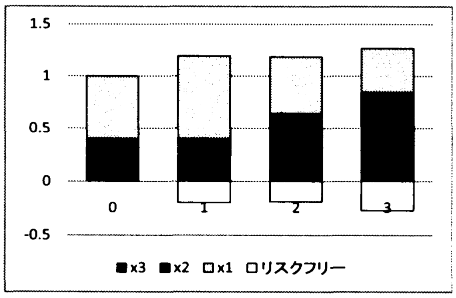

図 12　各資産の保有比率の変化：中リスク

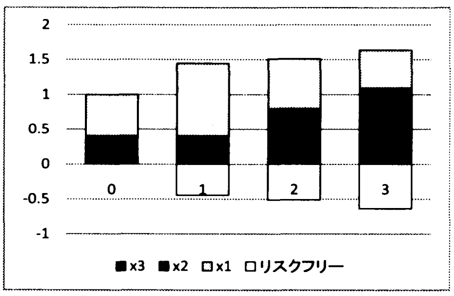

図 13　各資産の保有比率の変化：高リスク

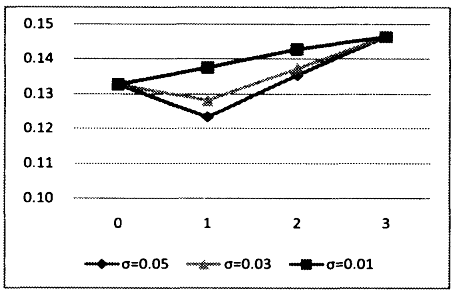

図 14　シャープレシオの変化：許容リスク量による違い

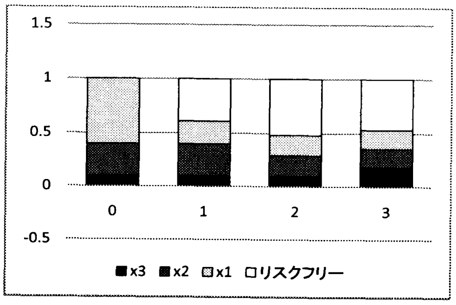

図 15　各資産の保有比率の変化：高リスク回避度

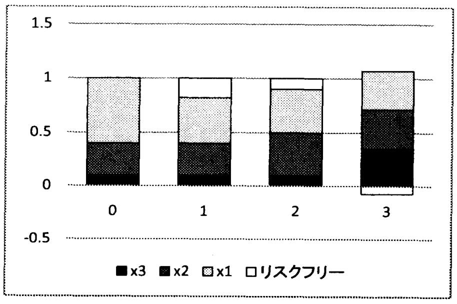

図 16　各資産の保有比率の変化：中リスク回避度

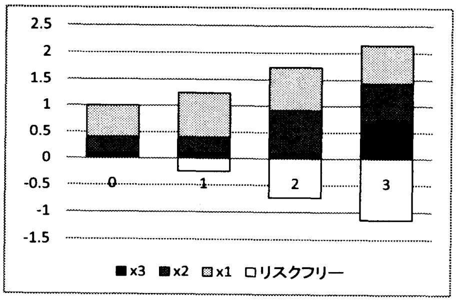

図 17　各資産の保有比率の変化：低リスク回避度

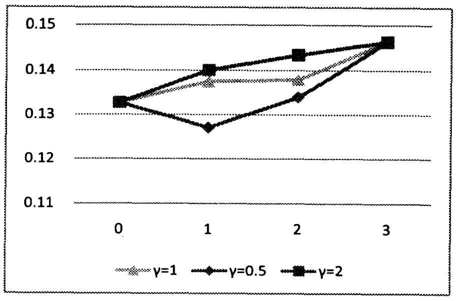

図 18　シャープレシオの変化：リスク回避度による違い

参考文献

Alexander-Andrew, V., "The Effectiveness Of Credit Derivatives On Bank Holding Company Portfolio Management," *Journal of Business and Economics Research*, 4(9), 2006, pp. 67–76.

Cebenoyan, A. and P.E. Strahan, "Risk management, capital structure and lending at banks," *Journal of Banking and Finance*, 28, 2004, pp. 19–43.

Hänsel, D.N. and J.-P. Krahnen, "Does securitization reduce bank risk? Evidence from the European CDO market," Working Paper, 2007.

Instefjord, N., "Do credit derivatives increase bank risk?" *Journal of Banking and Finance*, 29, 2005, pp. 333–345.

Jiangli, W. and M. Pritsker, "The Impacts of Securitization on US Bank Holding Companies," SSRN Working Paper Series, 2008.

Lintner, J., "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *The Review of Economics and Statistics*, 47, 1965, pp. 13–37.

Petersen, K.B. and M.S. Pedersen, "The Matrix Cookbook," http://matrixcookbook.com, 2008.

Schinasi, G.J. and R.T. Smith, "Portfolio Diversification, Leverage, and Financial Contagion," *IMF Staff Papers*, 47, 2000, pp. 159–176.

Sharpe, W.F., "Capital asset prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk," *The Journal of Finance*, 19(3), 1964, pp. 425–442.