数理解析研究所講究録
第 1677 巻 2010 年 165-176

パリ時代（1672–1676）のライプニッツ

学習院高等科　林　知宏（Tomohiro HAYASHI）
Gakushuin Boys' High School

1　はじめに

ライプニッツ（1646-76）の生涯において，パリ滞在（1672 年から 1676 年）は一つの変革期となった．ホイヘンス（1629-1695）との出合い（1672 年秋）．彼から薫陶を受け，数学に関心を抱いたこと．ロンドンに渡り，王立協会に集う人々の成果を知り，本格的な研究へと導かれたこと（1673 年）．最終的に，ニュートン（1642-1727）と並んで，微分積分学（＝無限小解析）の基礎を記号法も併せて作り上げたこと．[1]　1672 年から 1676 年の間にライプニッツは第 1 級の数学者に成長した．数学研究はその後の生涯を通じて継続していったが，パリ時代の試行錯誤は多くの成果をもたらす契機となり，後世に影響を残す足がかりになった．[2]　本稿は，ライプニッツの生涯において大きな意味をもったパリ期の数学研究（特に無限小解析）を主題とする．

パリ滞在期にライプニッツが手掛けた数学研究は多岐にわたる．彼は短期間（最初にロンドンを訪れた 1673 年の初めの後から 1674 年前半）において集中的に先行研究の把握を行ったようである．その結果，様々な解決すべき問題を探り当てた．[3]　いくつか例示すると，

- $\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\cdots$ に代表される算術的求積の成果．

すなわち曲線によって囲まれる領域の面積を求めるなどの求積問題を分母が有理数の無限級数によって表示すること．これは，ライプニッツ自身が生涯誇りを抱いていたものである．また，

- 代数方程式論（高次方程式の一般解を求める，3 次方程式の解の公式（カルダノの公式）の一般的有効性，虚量の扱い）．

これはパリ時代にホイヘンスの勧めによって学習したデカルト「幾何学」（スホーテンによるラテン語訳版）から得たテーマである．他にも，

[1] ライプニッツの生涯における行動の軌跡は，[Aiton 1985]，あるいは [Antognazza 2008] に依拠する．
[2] 1676 年以降，ライプニッツがハノーファーに居を定めてからの数学研究については，[林 2003] 第 3 章参照．
[3] ライプニッツのパリ時代，どのように研究が進展していったかは，2.1 節で紹介する 1 次資料「アカデミー版」第 7 系列に含まれる手稿群をまず見るべきである．加えて，ロンドンの王立協会の事務局長ヘンリー・オルデンバーグとの書簡に，ライプニッツ自身の成果についての報告がある．またライプニッツはオルデンバーグにイギリス側の研究者たちによって何がすでに解決済みの問題であるかを尋ね，新たな問題設定を図ろうとしている．この両者の書簡の交換は，その意味で見逃すことができない．[林 2009a] では特に重要な書簡について，その内容と言及される数学者たちの名を掲げた．

- 不定方程式論（「ディオファントス」問題），確率論

などにも取り組んだ．

特にライプニッツの本領である記号開発，記号利用の観点から代数方程式論の研究によって得た知見は重要と考える．ライプニッツはデカルトの方程式論を批判したが，それはどのような観点においてなされたか．とりわけ虚量（例えば $\sqrt{-1}$ のようなもの）を数学的対象として組み込む正当化の論理を考えている点をおさえる必要がある．これは接線問題等，無限小解析の問題を扱う上で，明らかに影響を及ぼしている．ホフマンは，ライプニッツが1675年頃，(5次以上の）高次代数方程式の一般解を見いだす作業に行き詰り，それを契機に無限小解析（＝微分積分学）の問題解決へ当面の目標を変えたとしている．その際，代数方程式研究の中で得た洞察を活かしたと論じている．[4] 1672年から1676年までの数学研究の中で，ライプニッツ流微分積分学の進展はこれまでも注目を集めてきた．だがそれをライプニッツの中で孤立した問題認識とみなすことができない．適切に他の数学的問題との連関をふまえ，分析しなければならない．

われわれが本稿で主題とする無限小解析について，デカルト「幾何学」を超えていく要素は見逃せない．すなわちデカルトが排除した「機械学的曲線」（＝代数方程式で表現できない曲線）に対して，どのようにして接線・法線を求めていくか．その曲線によって囲まれた領域の面積，曲線の長さをいかに求めるか．無理量，超越量を含む曲線（サイクロイド，円積線，その他）に対する接線法，逆接線法をシステマティックに扱うことができるか．通常ニュートン，ライプニッツが微分積分学の「創始者」と目されるのは，それらの「デカルトを越えた」点にあるからである．技法として無限級数を利用する場面，さらには独自の記号法の開発もデカルトの残した課題解決の中で見ることができる．同時に，やはり旧来，数学的対象でなかった「無限小」をどのように了解し，正当化したか．曲線の捉え方も含め，数学的概念の変化にも注目すべきである．

2 パリ時代の無限小解析（微分積分学）研究

2.1 アカデミー版第7系列以前の手稿紹介

昨年（2008年），基本資料であるアカデミー版 [Leibniz A] 第7系列第4巻，第5巻が刊行（あるいはインターネット上で公開）された．これはライプニッツ研究者にとって画期的出来事だった．数学史上の最大の関心事の一つ，微分積分学の形成を確認する上でどうしてもパリ時代に記された未刊行草稿を見る必要があったからである．ニュートンに関しては，ホワイトサイド編纂による『ニュートン数学著作集』があり，流率法形成の過程を資料上確認できた．それに比してライプニッツは不明な点が多かった．19世紀のゲルハルトの尽力以来，パリ期の無限小解析に関連した手稿の内，出版されたものは12片にすぎない．

すでに刊行されている草稿はわずかである．しかもそれらは1675年10月から11月にかけて執筆されたものが多い．周知のように記号 $dx, \int$ が導入されたのはまさにその時期である．新資料を見る限りにおいても，独自の新記号を異なるタイミングで使用した形跡はない．ライプニッツの

[4] [Hofmann 1974], pp. 159f. ただしその「洞察」が何であるかホフマンはあまり明確にしていない．その点を意識して，[林 2009b] はライプニッツの代数方程式論の一つの典型である 1675 年手稿を分析した．

名と不可分に結びついた主要な記号導入に関して時期を修正する必要はない．したがってライプニッツ流の無限小解析の進展において，相変わらず1675年秋が重要な時期である．一方，1676年半ばの手稿を見ると，記号法の試行錯誤が落ち着いて，定着していることがわかる．同時に，基本的な計算の公式化を含めて，理論の体裁が整ってきている．ライプニッツの理論は1676年の夏までに基本部分がほぼ形をなしたと断定できる．[5] ただ今までの1次資料からは窺うことができなかった点，十分に明らかにすることができなかった点があった．私自身，ハノーファーのライプニッツ・アルヒーフに保管されるライプニッツの自筆草稿を直接目にする機会を持ったことがある．だが，それらを解読するまでに至らず，[林 2003] において不十分な分析に妥協せざるを得なかった．そこでわれわれが取り組むべきことは次の点である．

1) パリ滞在期前半（1673年から1675年前半まで）のライプニッツの研究の進展を把握すること．

2) 1675年末から1676年前半における進展，方法論として形が整う過程を把握すること．

新たなアカデミー版第7系列第4巻，第5巻は全体で約150片の草稿を所収している．従来に比べ，10倍以上の分量が一気にわれわれの目の前に提示されたことになる．実際には，1674年前半に執筆されたと推定されるものを含んでいないので，資料上の空白が完全には解消されないままである．可能な範囲で上記1），2）に関連する草稿の内容を分析の俎上にのせよう．

2.2 パリ時代の無限小解析（微分積分学）の進展

新資料から得た情報の中から注目すべきものを取り上げていきたい．その前に1673年から1676年10月にパリを離れるまで，旧資料によりすでに明らかなライプニッツの研究の進展を列挙しておく．大まかに次のようになるだろう．

- 1673年：ロンドンから帰還後，本格的に研究に取り組む．先行研究の著作（デカルト，パスカル，ホイヘンス，バロウ，グレゴリー）への取り組み．‘functio’（関連量）という用語の使用．
- 1674年：前半は資料的空白の時期．変換定理による算術的求積の成果を得る．
- 1675年：10月末に記号 $d, \int$ を導入．11月以降に記号法の定着．
- 1676年：接線法・逆接線法の定式化．微分計算（ベキ乗，無理量，分数量）の公式化．超越曲線の求積問題への適用．

では順に1673年（に執筆したと考えられる）手稿から要点を抽出しておこう．

[5] 手稿「逆接線法」（1676年7月執筆）の内容は重要である．ライプニッツはデカルト「幾何学」以降の接線問題，逆接線問題の流れをふまえ，未解決問題の処理を目標にしてきた．その1676年半ばに記された草稿を見るならば，（われわれの用語で）微分方程式 $dy = kydz$（ただし k は定数）を解いて解が対数曲線になることを得ている（「私が誤っていないならば，$\int \frac{dy}{y}$ はつねに手の内にある」と述べている）．新記号の導入，そして計算法を定式化した上で，問題解決を果たしていることがわかる．[Leibniz A], Ⅶ-5, S. 598-602.

2.2.1　1673 年手稿

この年の前半は先行研究をフォローすることに労力が割かれている様子がわかる．先に掲げた著者の著作からの抜き書きが残されている．ロンドンからパリに戻り，本格的に数学研究に取り組んだ結果，様々な求積問題，接線問題，逆接線問題を一通り学んだと判断できる．対象となる曲線について，数学の世界で古くから扱われた円錐曲線のみならず，微分積分学の理論的形成の核である超越曲線（例えばサイクロイド）に目を向けている．ライプニッツの数学研究を指導したホイヘンスの著作『振子時計』（1673 年刊）を学習した成果である．ライプニッツがその著作の欄外へ書き込んだ内容が明らかにされた（Ⅶ-4，2）．[6]　ライプニッツには早い段階で目標地点が「見えていた」．

ライプニッツが導入した用語として知られる functio の使用については，1673 年夏頃から確認される．例えば，同時期の執筆と推定される「接線法について」（Ⅶ-4，35）では，デカルト「幾何学」やフッデの手法を確認している．それ自体新味はない．だが冒頭「ある共通の関連量の場を持っている（locum quendam functionum habent communem），例えば円，楕円，双曲線のような，既知の曲線があり，そこでは帰された場というのは〔パスカル流の特性〕三角形になる」と述べている．[7]　ここで functio を「関連量」と訳した理由は，現代における関数概念とは一線を画するからである．この手稿では，与えられた曲線に対して法線を引き，そのとき生じる法線影の長さを指している．同時期の他の草稿では，曲線に接線を引いた場合の接線影など，接線・法線によって生じる切片を広く指している．いずれにしても曲線とパッケージにして現れる数学的量（われわれの言う「微分計算」によって求まる量）を示す用語としてライプニッツは導入している．個別の曲線の性質にとらわれず，より一般的に追究しようとしている点に注目しよう．ただし，それを求めるための方法論を獲得するにはまだ遠い．パスカルの特性三角形（＝微小な辺をもつ三角形で有限三角形との比例関係を保持する）の利用，あるいはデカルト流の代数曲線に対する処理に留まっている．

[Mahnke 1926] が内容を紹介し，分析を試みた 1673 年 8 月の日付を持つ「逆接線法，あるいは関連量について」（Ⅶ-4，40）は初めて全貌が明らかになった．いま図 1 において次のように述べている箇所がある．

> 曲線 $ABCDA$ があるとせよ．ただし横線 AE に対してあてはめられた ED の関係がわれわれに既知の何らかの方程式によって表わされる．[中略] たとえ図形が，サイクロイドのように幾何学的でないとしても，何ら問題ではない．というのも，曲線とそれから作られた直線の内に，対比（comparatio）があることをわれわれが知っていると想定することでそれは幾何学との例のように扱われるだろう．それゆえ確かに図形の性質が許す限り，幾何学的でも非幾何学的（ageometrica）でも同様に接線が引かれる．[8]

この手稿中に無限小解析において不可欠な概念「無限小」に言及した箇所もある．やはり図 1 に

[6] [Leibniz A], Ⅶ-4, S. 27-47. なお本文において，アカデミー版第 7 系列第 4 巻，あるいは第 5 巻所収の資料を指示する場合，（巻数，編者による手稿の番号）の形で表示する．

[7] 〔　〕内は引用者の補足．*Ibid.*, S. 584.

[8] *Ibid.*, S. 657.

おいて，横線 AE を等しい無限に多くの部分に分割すると設定される．このとき個々の線分，例えば EF, FG が無限小（infinitas parva）であると記されている．その上で，主題である逆接線法の解法例を示す．すなわち，FN あるいは GN を既知とし，ともに EM よりも小さいを仮定する．そして縦線の位置を次のように求める．

$$ED = \frac{\frac{EN \times FH}{FN} - \frac{FH}{NF}}{1 - \frac{1}{ME}} = \frac{(EN-1) \times \frac{FH}{FN} \times ME}{ME - 1} \tag{1}$$

ライプニッツは,「与えられた図形の中に他の直線からあてはめられた関連量（functiones）が求められるたびごとに，一つの縦線があたかも仮定されたかのように定められ，また次に続くものが得られると言うことができる」と述べている．ただし，式 (1) で AG 上の無限小線分を $GF = FE = HI = 1$（「作図の単位である（unitas constructionis)」）としている．この段階ではライプニッツは無限小の線分を表現する記号を持っていない.「作図の単位」との認識から，便宜上 1 と設定している．曲線を表現するための基礎として無限小が想定されていることはよいとして，式の変形の中で実際に 1 が代入されてしまう．やはり表現法として適切とは言い難い．いずれ修正を必要とする過渡的な段階にすぎないと評価できよう．一方，曲線自体をライプニッツは,「曲線 ADC は，無限に多くの直線の辺から成っていると考えられる」とする．[9] 後の 1684 年の公刊論文（微分算に関する史上初の論文）の中でも表明される発想だが，[10] 1673 年という早い段階から獲得されていたことは記憶に値する．

1673 年の夏，ライプニッツの無限小解析研究が一段階進んだこと示す草稿は他にもある．その時期の執筆と推定される「幾何学の目標」（Ⅶ-4，36）では，先行研究の歴史的総括を行い，自己の目標を設定している．ライプニッツは古代ギリシアから現代に至る流れを総括する．掲げられた数学者の名は，ユークリッド，アルキメデス，アポロニオス，デカルト，ホイヘンス，スリューズ，レン，ヘラート（Heuraet），ロベルヴァル，等々である．その中で特に「ヴィエト，デカルトがアポロニオスをよみがえらせ，ギュルダン，カヴァリエリ，その他の者たちはアルキメデスの上に横たわっている」と述べる．また 1670 年前後に主流となっていた無限級数による求積の表現に関して，メルカトル，ブラウンカーの研究にふれた上で，最終的に「幾何学の完成」は，図形の変換を示す方法，無限小の辺を持つ直角三角形（パスカル流の特性三角形）が必要であると記す．[11] われわれ数学史研究者にとってこうした発言は貴重である．17 世紀の数学研究者であるライプニッツの研究史に関する認識が，現代の研究者のそれと変わらないのが興味深い．先行研究をフォローする中で，ライプニッツは自分の立ち位置を実に的確につかんでいた．短期間で得た見通しに驚きを禁じ得ない．ホフマンがライプニッツを指して,「最初に現れた真の科学史家」（the first true historian of science）と呼んだことは慧眼である．[12] さらに算術的求積の場面において重要な図形の変換についても言及されていることから，1673 年夏にライプニッツの頭脳の中で整理に加えて，新しいアイデアが伴ったと見ることができよう．

[9] *Ibid.*, S. 657, 663f.
[10] [Leibniz GM], V, S. 223, 邦訳 [ライプニッツ 1997]，301 頁.
[11] [Leibniz A], Ⅶ-4, S. 594-597.
[12] [Hofmann 1974], p. 307.

2.2.2 1674年手稿

すでに述べたように，われわれが手にしているアカデミー版第7系列第4巻，第5巻では1674年前半の日付を持つ手稿は収められていない．第4巻は1673年末まで所収している．だが第5巻の冒頭，日付は1674年夏まで飛んでしまう．これは既刊の第7系列一般に言えるが，1674年前半は資料的空白期のままである．ライプニッツはパリ時代，ロンドン王立協会の事務局長ヘンリー・オルデンバーグと頻繁に書簡を送り合った．それらは学問的進展を図るよき目安にもなる．しかしオルデンバーグとの交信も1673年5月26日付の書簡をオルデンバーグから受けとった後，1674年7月15日付の書簡をライプニッツが送るまで中断している．[13] ライプニッツはこの時期に何をしていたのだろうか．疑問は解消されないままである．

さて1674年は，算術的求積に関する成果が顕在化した時期である．$\frac{\pi}{4}$公式の結果が整然とした形で述べられるテキストもある（例えば，ホイヘンス宛書簡（1674年10月））．[14] いわゆる変換定理による図形の等積変形の中にも接線を引くことが本質的な役割を果たす．本来，接線法の定式化を主要なテーマとする無限小解析関連での進展をみるために，第5巻第1手稿（Ⅶ-5, 1）を見よう．アカデミー版編者は1674年夏に執筆された推定している（使用されている紙片の透かし模様が根拠）．この手稿は，内容的に興味を引く．特にタイトルは付されていない．ライプニッツは冒頭で，「探求されるべきことは，次数の高い方程式よりもさらに高次の方程式へと上がっていく図形の中にある．〔中略〕それが幾何学的であることを禁じることは何もないと私は見るが，ただ描くことはできないと考える」と記す．高次の方程式よりもさらに高次とは何を意味するのか？
実際，曲線の方程式$x^\beta = ya^{\beta-1}$に対して，「この接線を見いだすことは次のようになる」とする．

$$\beta p x^{\beta-1} = ya^{\beta-1}, \text{ すなわち } p = \frac{ya^{\beta-1}}{\beta x^{\beta-1}} = \frac{x^\beta}{\beta x^{\beta-1}} = \frac{x}{\beta} \tag{2}$$

ただしβは「xとともに一様に増加する」としている．したがってベキの中に変量を含むような曲線の方程式（＝超越曲線x^x）を実質的に対象としていることがわかる．それを指して通常の高次の代数曲線よりも「さらに高次」としているのである．そしてpを「無限小となるだろう」と称している．[15] 式（2）の左辺を見る限り，pはdxに相当しているとも考えられる．1674年段階で，無限小に関する表現として何らかの記号があてがわれてたことは確かである．前節で述べた無限小を1と表記したことからは異なる段階に入ったのだろうか．しかしいまだライプニッツは，接線法に関して先行研究を大きく乗り越えているように見えない．実際，式（2）の変形は誤っている．べき乗x^n（ただしnは定数）に対しても，記号法含めて十全な表明が見られない．超越曲線が早い段階で視野に入っていたとしても，1676年のニュートン宛書簡で「なお今後の課題」としているような対象をこの時点で本当に扱おうとしたのか．アカデミー版編者の執筆時期の推定に修正（例えば，1676年中に遅らせる）の余地があるかもしれない．

[13]そもそもパリ時代の数学，自然科学関連の書簡を所収するアカデミー版第3系列第1巻に，1674年前半の日付を持つ書簡はない．[Leibniz A], Ⅲ-1を参照． オルデンバーグと交わした書簡のうち重要と思われるいくつかの書簡の内容について[林 2009a]でふれた．

[14][Leibniz A], Ⅲ-1, S. 154-169, 邦訳[ライプニッツ 1997]，134-145頁．

[15][Leibniz A], Ⅶ-5, S. 3f.

2.2.3 1675年手稿

アカデミー版第7系列第5巻も1675年1月にかけて執筆されたと推定される手稿を公にした後，日付は同年の10月以降に飛んでしまう．すでに刊行されている1次資料から明らかになっているように，その時期が記号法導入の決定的時期であるだけに空白は残念である．特に新資料によって研究者たちの間に定着している知見は修正を受けない．そこで微分積分学に関連する記号法導入の経緯を列挙するにとどめる．

1) 「重心論による求積解析」（VII-5，38）（1675年10月25日，26日（？））（図2参照）

   - AEC：任意の曲線，$AB = DC = x, ultima\ x = b$，$BC = AD = y, ultima\ y = c$；$Omn.\overline{yx, ad\ x} + Omn.\frac{x^2}{2} ad\ y = \frac{b^2c}{2}$
   →欄外に「今日では私は，$\int \overline{yxdx} + \int \frac{1}{2} xxdy = \frac{x^2y}{2}$ のように表す」（ハノーファー時代の注記）[16]

2) 「求積解析第2部」（VII-5，40）（1675年10月29日）（図3参照）

   - 記号 $\int$，d の導入：$BL = y, WL = l, BP = p, TB = t, AB = x, WG = a, y = omn.l$；
   $\frac{l}{a} = \frac{p}{omn.l} \iff p = \frac{omn.l}{a} l \to omn.p = omn.\frac{\overline{\overline{omn.l}}}{a} l \to \int \overline{\int \bar{l} \frac{l}{a}}$
   →「ちょうど $omn.l$ の代わりに $\int l$ とするように，omn の代わりに $\int$ と書くと便利だろう」，「$\int l = ya$ ならば，$l = \frac{ya}{d}$ とおくだろう．すなわち $\int$ が次元を増やすように，d は次元を減らす．ところで $\int$ は和を，d は差を意味する.」[17]

3) 「逆接線法の諸例」（VII-5，46）（1675年11月11日）（図4参照）

   - 記号法の定着:$BC = y, FC = dy$，G:FC の中点，FC のモメント $= FC(= dy) \times BG(= y - \frac{dy}{2})$ →「あらゆる差 FC のモメント $= \int ydy = \frac{y^2}{2}$」
   - 計算の公式化をめぐる考察：$d\frac{v}{\psi} = \frac{dv}{d\psi}$ か？←「$\int \frac{z}{y} = \frac{\int z}{\int y}$ は矛盾するので $\int \frac{dv}{d\psi}$ は $\frac{v}{\psi}$ でない」[18]

2.2.4 1676年手稿

新資料は，1675年末から1676年前半にかけて新たに公になった手稿を多く含んでいる．これによって1675年10月から11月にかけて導入され，徐々に定着していったライプニッツ独自の記号法が，1676年前半にはすでに不変のものとなっていることがわかる．注（5）で指摘したように，1676年7月の手稿「逆接線法」に記された内容は，パリ時代のライプニッツ一つの到達点とみな

[16] *Ibid.*, S. 264.
[17] *Ibid.*, S. 293.
[18] *Ibid.*, S. 326, 329.

されてきた．パリを離れた直後1676年11月の日付を持つ草稿「接線の微分算」も合わせてエッセンスを列挙しておく．

1) 「逆接線法」（1676年7月）（Ⅶ-5，90）（図5参照）

- （デカルト書簡集（1667年刊）より「ド・ボーヌの問題」）: BA; 軸, A; 頂点, AB, BC; 定数, BAC; 直角, XN; 接線, $RN = t = c$（定数）, $BR = x, RX = y, PR = SX = dx$, $SV = dy, AQ = TR = z, AC = f, BC = a$; $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{t(=c)} \rightarrow c\displaystyle\int \dfrac{dy}{y} = \dfrac{a}{f}z \rightarrow$「$\int \dfrac{dy}{y}$ は手の内にある（対数になる）」[19]

2) 「接線の微分算」（Ⅶ-5，96）（1676年11月）

- 微分計算の公式化：$dx = 1, dx^2 = 2x, dx^3 = 3x^2, \cdots,\ d\dfrac{1}{x} = -\dfrac{1}{x^2}, d\dfrac{1}{x^2} = -\dfrac{2}{x^3}$, $d\dfrac{1}{x^3} = -\dfrac{3}{x^4}, \cdots,\ d\sqrt{x} = \dfrac{1}{[2]\sqrt{x}}$ →一般則 $dx^e = ex^{e-1}$，また逆に $\int x^e = \dfrac{x^{e+1}}{e+1}$,（商の微分 $d\dfrac{x}{w} = \dfrac{\mp xdw \pm wdx}{w^2}$ を示した例は1676年4月の手稿中にあり）[20]
- 合成関数の微分計算→例: $d\sqrt{a+bz+cz^2} \rightarrow a+bz+cz^2 = x$ とおくと，$\rightarrow \dfrac{d\sqrt[2]{x}}{dx} = -\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $\dfrac{dx}{dz} = b + 2cz,\ d\sqrt{a+bz+cz^2} = -\dfrac{b+2cz}{2dz\sqrt{a+bz+cz^2}}$（テキストのまま）[21]

一方，新たに公になった草稿の中で特に興味深いものを詳しく分析しておこう．1676年6月の日付を持つ「求積線について」（Ⅶ-5，86）（図6参照）は，超越曲線（円積線）の求積を示す典型例である．この時期ライプニッツは，パリ時代前半の算術的求積の成果を一書にまとめあげ，最終稿に近いものを完成させようとしていたらしい．[22] 諸般の事情でその著作は刊行に至らなかった．ただ近過去の研究を振り返る流れの中で，かつて先行研究から学んだ事柄に自分の方法を適用し，再構成することを試みていた節がある．この手稿では，バロウ『幾何学講義』中の議論をライプニッツ流に直すことを試みている．[23]

ライプニッツが記した議論は次のようになっている（ライプニッツの手稿にある計算の誤りは必要に応じて修正した）．[24] いま四分円 CAB に対して $AC = r$，弧 $CFB = \pi$，弧 $EB = a$, $EF = da, MP = m, NR = dm, AP = p, RM = dp, AK = v, DE = LK = dv, EK = y$ とする．求積線の定義より，AB に平行な直線 ST が A から C へ移動する間に，円の半径が反時計回

[19] *Ibid.*, S. 599ff.
[20] 式の中に複号が用いられるのは，dw などに対して「正の向き」が設定されているのが理由である．変量が負の値を持つ場合をマイナスの記号によって表現する．*Ibid.*, S. 506.
[21] *Ibid.*, S. 612ff.
[22] [Leibniz 1993], S. 11, [Hofmann 1974], p. 245ff 参照．
[23] ライプニッツは最初のロンドン訪問時（1673年1月から2月にかけて），バロウの著書（『光学講義』と合本された1672年の版）を手に入れているようである．バロウ『幾何学講義』への欄外書き込み（Ⅶ-5，43）も明らかにされている．[Leibniz A], Ⅶ-5, S. 301-309.
[24] *Ibid.*, S. 563-574.

りに回転する．その速度が一致するので，$\frac{NR}{FE}=\frac{r}{\pi}$ より $dm=\frac{r}{\pi}da$．また三角形 DEF（特性三角形）と有限三角形 EAK の相似関係から

$$\frac{EF}{DE}=\frac{AE}{EK}\text{より } da=\frac{rdv}{y}.\ \text{よって } dm=\frac{r^2dv}{\pi y} \tag{3}$$

となる．一方，AMP と AEK が相似三角形より，$AM:MP=AE:EK$．加えて求積線の作図の方法から

$$\frac{MP}{EB}=\frac{r}{\pi}\text{より } MP=\frac{r}{\pi}a.\ \text{よって } AM=\frac{r^2a}{\pi y}$$

また

$$AM^2=AP^2+PM^2\text{より } p=\frac{ra}{\pi y}\sqrt{r^2-y^2} \tag{4}$$

となり，式（3）と（4），さらに $y=\sqrt{r^2-v^2}$ とを合わせて

$$pdm=\frac{r^3adv}{\pi^2y^2}\sqrt{r^2-y^2}=\frac{r^3avdv}{\pi(r^2-v^2)}$$

を得る．少し錯雑とした議論を経て，$\int pdm=$ 領域 $VAHNMV$ を求める．dv を一定にする（v は「算術的に比例するように与えられた」）という仮定が設定され，[25] 結局（「求められるべき和の」）計算を，

$$\int\frac{av}{r^2-v^2},\ \text{すなわち}\int\frac{av}{r+v},\ \text{または}\int\frac{av}{r-v}$$

に帰着させている．

この手稿は未だ十分に整理された論にはなっていない．ただ求める面積を別の既知の求積（＝双曲線の求積）に帰着することを代数的な式変形の中で確認する意図が明瞭である．これは重要である．ニュートンに代表される同時代人は（正弦などの）超越量が現れる求積において，そうした量を無限級数に展開する．そして（われわれの用語で）多項式の積分に還元する．ライプニッツの記号表現は，17 世紀後半の数学者の手法と一線を画する把握を可能にした．ライプニッツの無限小解析が公に知られるのは 1680 年代になってからである．そこに至るまでいましばらく整理の余地はあっただろう．だがパリ時代の最終的な段階において，ライプニッツは独自の手法に辿りついていたことは確かである．

3 今後の研究課題

研究集会において，1 次資料に関わる説明に時間を費やし，具体的な数学の議論にふれることが少なかった．本論では 1673 年から 1676 年に執筆されたライプニッツの無限小解析関連草稿を見

[25] こうした仮定は現代のわれわれからは不要に見える．しかしライプニッツの無限小解析ではしばしば「必要事項」として設定される．これは曲線の方程式が与えられることはあっても，それを独立変数と従属変数の間の対応という意味で関数の表現と捉えることがなかったことに由来する．したがって積分記号によって示される計算が，あくまでも和の計算であり，決して不定積分（逆導関数）の利用による計算でないことを注意する必要がある．当然のことだが，ライプニッツが微分積分学の創始者であるとしても，あらゆることが彼の手で整えられたのではない．ライプニッツのこうした特殊性にについては [Bos 1974] が分析している．

た．彼の数学研究の特質を明らかにするために他にも論ずべきことはある．最後に自身の課題を述べておきたい．

ライプニッツがパリで過ごした4年あまりの歳月の最後に，2度目のロンドン行きが果たされる（1676年10月）．ライプニッツはすでにこの段階で，ニュートンのいわゆる「前の書簡」（1676年6月13日（旧）付）をオルデンバーグを介して読み，返書（1676年8月27日（新）付）も送っていた．アカデミー版第3系列第1巻には，ライプニッツが王立協会に所蔵されていたニュートンの手稿「解析について」（1669年頃執筆）を筆写した原稿が明らかにされている．[26] 先取権論争が後に勃発し，ライプニッツに不利の証拠として取り上げられることが多かったこの事実は，ニュートンとの往復書簡，すなわちニュートンがオルデンバーグに送付した「前の書簡」，「後の書簡」（1676年10月24日（旧）付）とライプニッツによる返書（1677年6月21日（旧）付）の位置づけを微妙に不明確にしているように見える．ライプニッツは，なぜ「解析について」を筆写したのか？ 何を知りたかったのか？ その点は，彼の理論・技法がすでに固まっていたことをふまえた上で，なお（先取権論争におけるライプニッツの不利な状況を打開しようとする動機とは別に）きちんと捉えるべきことである．

代表的な先行研究 [Hofmann 1974] は，先取権論争に関してライプニッツの擁護を試みる意図が鮮明である．それ自体は問題ない．ただ結果としてライプニッツとイギリス側を仲介したオルデンバーグ，コリンズ，チルンハウスに対して低評価を下している．それは正当だろうか．疑問の余地がある．またライプニッツ自身の影響関係を考える上で，特にホイヘンス，グレゴリーの著作を再検討することが他の数学者（デカルト，パスカル，ウォリス，バロウ）と比べ不十分なようにも見える．さらに資料が前進した1673年中や1676年中の試行錯誤を十分に把握するべきであろう．いずれにしても先取権論争の文脈を離れて，ライプニッツと先行研究，イギリスの数学者たちの数学研究を評価する視点を持つべきだろう．私自身がさらに分析を深めてまた発表する機会を持ちたい．

4 文献

1次文献（著者アルファベット順→刊行順，翻訳も含む）

[Leibniz GM] *G. W. Leibniz Mathematische Schriften*, herausgegeben von Carl Immanuel Gerhardt (1849-1863$_1$)(Hildesheim, New York: Georg Olms Verlag, 1971) .

[Leibniz LBG] *Der Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz mit Mathematikern*, herausgegeben von Carl Immanuel Gerhardt (1899$_1$)(Hildesheim, Zürich, New York: Georg Olms Verlag, 1987) (rep.).

[Leibniz A] *Gottfried Wilhelm Leibniz Sämtliche Schriften und Briefe*, herausgegeben von Der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin(Berlin: Akademie Verlag, 1923–).

[26] [Leibniz A], Ⅲ-1, S. 663-677.

[Leibniz 1993] Gottfried Wilhelm Leibniz, *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis*, kritisch herausgegeben und kommentiert von Eberhard Knobloch(Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1993).

[ライプニッツ 1997] 『ライプニッツ著作集』2『数学論・数学』原亨吉・佐々木力・三浦伸夫・馬場郁・斎藤憲・安藤正人・倉田隆訳（工作舎, 1997 年）.

2次文献（刊行順）

[Mahnke 1926] Mahnke, Dietrich," Neue Einblicke in die Entdeckungsgeschichte der höhren Analysis, " *Abhandlungen der Preußischen Akademie der Wissenscaften Jahrgung 1925*, Physikalisch-Mathematisch Klasse Nr. **1**(Berlin, 1926).

[Bos 1974] Bos, Henk J. M., " Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus, " *Archive for History of Exact Sciences*, **14**(1974), pp. 1–90.

[Hofmann 1974] Hofmann, Joseph Ehrenfried, *Leibniz in Paris 1672-1676: His Growth to Mathematical Maturity*(Cambridge: Cambridge University Press, 1974).

[Belaval *et al.* 1978] *Leibniz in Paris (1672–1676), Studia Leibnitiana Supplementa*, **17**(1978).

[Aiton 1985] Aiton, E. J., *Leibniz: A Biography*(Bristol and Boston: Adam Hilger LTD, 1985).

[Knobloch 2006] Knobloch, Eberhard, "Beyond Cartesian Limits: Leibniz's Passage from Algebraic to "Transcendental" Mathematics," *Historia Mathematica*, **33**(2006), pp. 113–131.

[Antognazza 2008] Antognazza, Maria Rosa, *Leibniz: An Intectual Biography*(Cambridge etc.: Cambridge University Press, 2008).

[エイトン 1990] エイトン, E. J.『ライプニッツの普遍計画』渡辺正雄・原純夫・沢柳文男訳（工作舎, 1990 年）.

[林 2003] 林　知宏『ライプニッツ：普遍数学の夢』（東京大学出版会, 2003 年）.

[林 2009a] 林　知宏「数学史講義（第 3 回）：パリ時代（1672–1676）のライプニッツ」,『学習院高等科紀要』**7**（2009 年）, 31–73 頁.

[林 2009b] 林　知宏「ライプニッツの数学：方程式論と代数的思考様式」, 酒井潔・佐々木能章編『ライプニッツを学ぶ人のために』（世界思想社, 2009 年）所収, 37–56 頁.

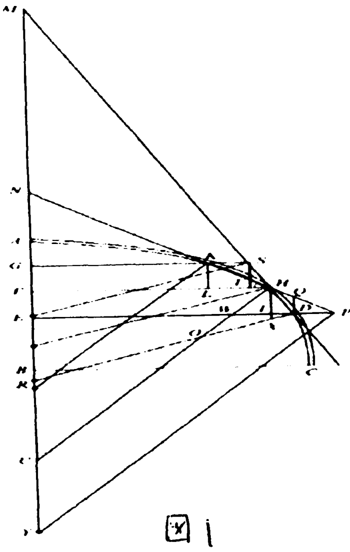

图1

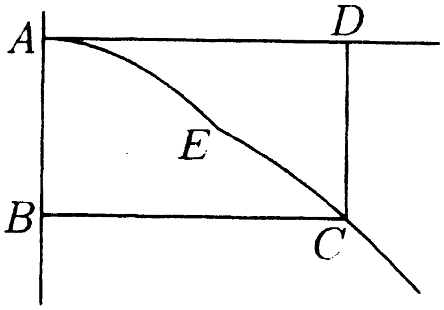

图2

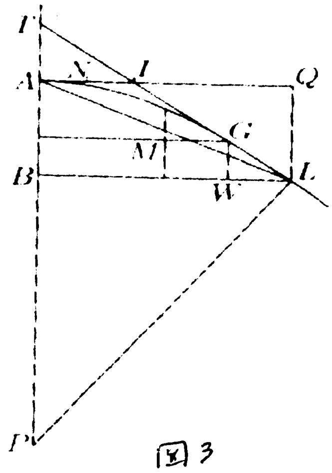

图3

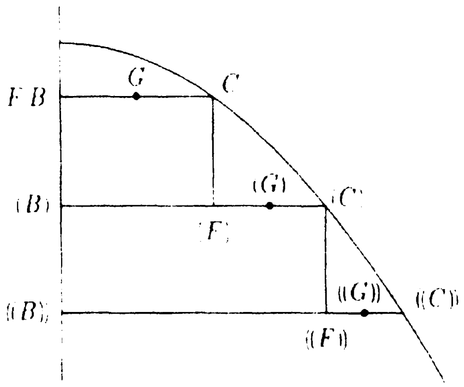

图4

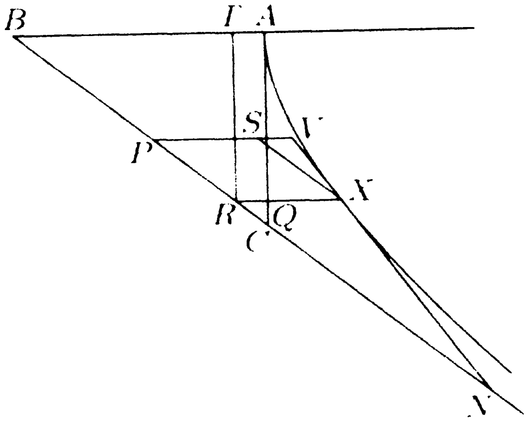

图5

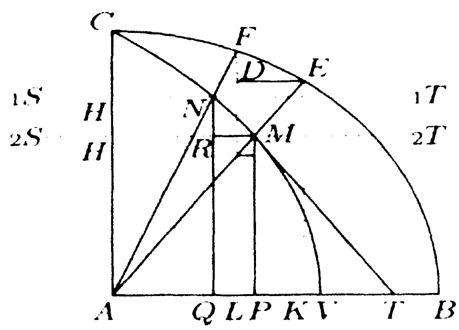

图6