

## ニューロン集団の発火現象に見られる特異統計とネットワークの複雑さ

日本大学理工学部 結城慶一 (Keiichi Yuuki)

College of Science and Technology,

Nihon University

日本大学・量子科学研究所 島田一平 (Ipei Shimada)

Institute of Quantum Science,

Nihon University

### はじめに

数百のニューロンの活動を同時記録する研究手法の導入により、ニューロンの発火パターンの空間的・時間的な振る舞いが解明されつつある。本論考では、こうしたニューロン活動の特異な時間空間構造を理解する目的で、カオスニューラルネットワークモデルを再検討した結果を報告する。

最近になってニューロンのネットワークとしての振る舞いを記録した研究結果が次々に発表されるようになった。そうした一例として、培養された海馬のニューロン群をミリ秒単位の時間分解能で記録したものを動画として見る事が出来る(池谷)。この動画を見ると、いくつかのニューロンがほぼ同時に発火し、つぎの瞬間には別の組み合わせのニューロン群が同時に発火するといった動きがくりかえされていることがわかる。同時に発火するニューロンの組み合わせはつきつぎに変わっていくのだが、パターンの時系列にはなんらかの規則性があることが予想される。別の例として、ラットの皮質スライスから複数電極による同時記録により得られたデータがある (M. Beggs 2007)。この例では、同時に発火しているニューロン数の分布がポアソン分布にはならず、長いテールをもった臨界ゆらぎの性質を示している。これらの例に共通している点は、複数のニューロンが同時に発火するという事象が偶然に起こっているのではないという事である。それは時間空間的に相関をもって起こっていて、さらに言えば、磁性体の秩序相というのではなく、相転移の臨界点のような振る舞いを

示していることである。

このような現象を理解するために、個々のニューロンについての生理学的な知識にもとづいてニューロンネットワークの現実的なモデルを構築し、観測されたニューロンの振る舞いと比較するという行き方もあるのだが、ここではメタファーとしてのモデルを用いて上で述べた同時に発火するニューロンの特徴を再現することにより、背後にある機構を推測することにする。

### カオスニューラルネットワークモデル

一定の空間パターンで発火するニューロンネットワークのモデルとして、記憶想起のホップフィールドのモデルがある。 $x_i$ を*i*番目のニューロンの状態とし、式(1)で時間発展するものとする。このとき、式(2)で表されるエネルギー(リヤプーノフ関数)は常に減少する。エネルギー関数に現れる対称行列 $T^{i,j}$ にはいくつかの発火パターン $\{(x_i^s)\}_{i,j,s=1,2,3,4}$ が式(3)のように埋め込まれている。このようにすると埋め込まれたパターンがエネルギーの極小点となりその結果それらは漸近安定な固定点となる。初期条件に応じて系の状態は固定点のどれかに到達し、これが記憶想起のモデルとなる(Content-addressable memory)。

$$x_i^{t+1} = f\left(\sum_j T^{i,j} x_j^t\right), \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i,j} T^{i,j} x_i x_j \quad (2)$$

$$T^{i,j} = \sum_s (2x_i^s - 1)(2x_j^s - 1) \quad (3)$$

ホップフィールドモデルに過去の発火の記憶による効果を取り入れたモデルとして合原らのカオスニューラルネットワークモデルがある。

$$x_i^{t+1} = f\left(-\alpha \sum_{d=0}^t k_r^d x_i^{t-d} - \theta + \sum_{d=0}^t \sum_j T^{i,j} x_j^{t-d}\right)$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{x}{2\varepsilon}\right)\right)$$

内部変数  $y_i, z_i$  を導入することにより、このモデルは

$$\begin{aligned}
 y_i^{t+1} &= \sum_j T^{i,j} x_j^t + k_2 y_i^t \\
 z_i^{t+1} &= -\alpha x_i^t + k_3 z_i^t + a \\
 x_i^t &= f(y_i^t + z_i^t)
 \end{aligned}$$

という時間遅れのない形に書き直すことができる。このモデルは、単一のニューロンの場合に単純化し、出力を自分自身にフィードバックすることでカオスを発生させることができる。カオスという内部的な不規則性を利用することでホップフィールドモデルの検索効率を高める、というのがこのモデルが考えられたそもそもの理由であった。

### カオスニューラルネットワークモデルの連想記憶状態

ところが、カオスニューラルネットワークには、図1に示すように、あらかじめ埋め込まれた全てのパターンの間を順不同にへめぐるという特徴的な運動の起こることが知られている(Adachi, Aihara 1997)。この特徴的な状態ははじめに紹介したニューロンの発火パターンに見られる時間空間の相関構造を解明する手がかりとなると考えられる。

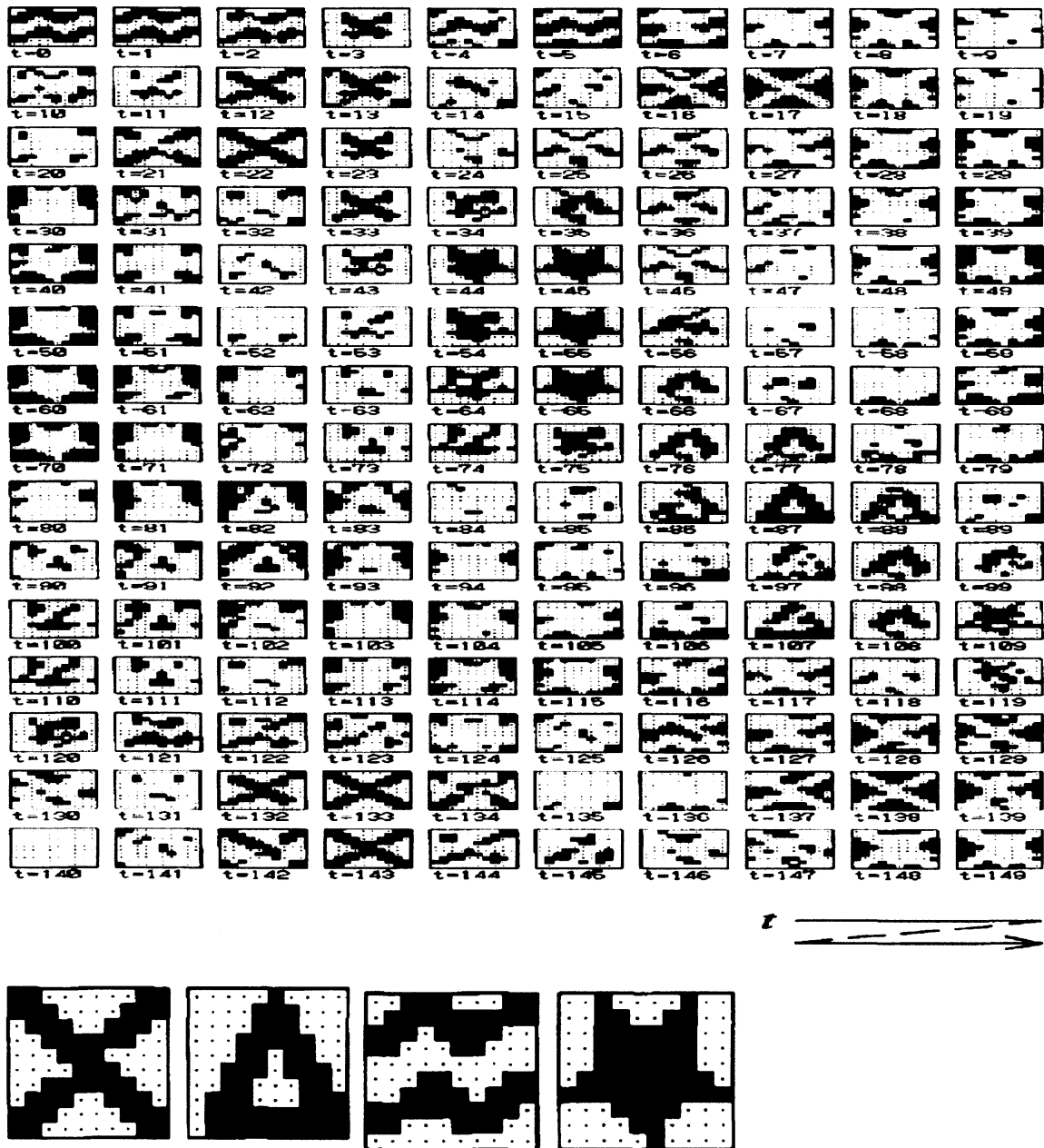


図 1

カオスニューラルネットワークモデルの連想記憶状態は発見された当初、カオスであると考えられていた。カオスの定義はいろいろあるが、軌道の指数関数的不安定さをあらわす最大リヤプノフ指数の数値計算結果を見ると、その値はゼロに近い負の値を示しカオスであるとはいえないようである(高橋 1992)。

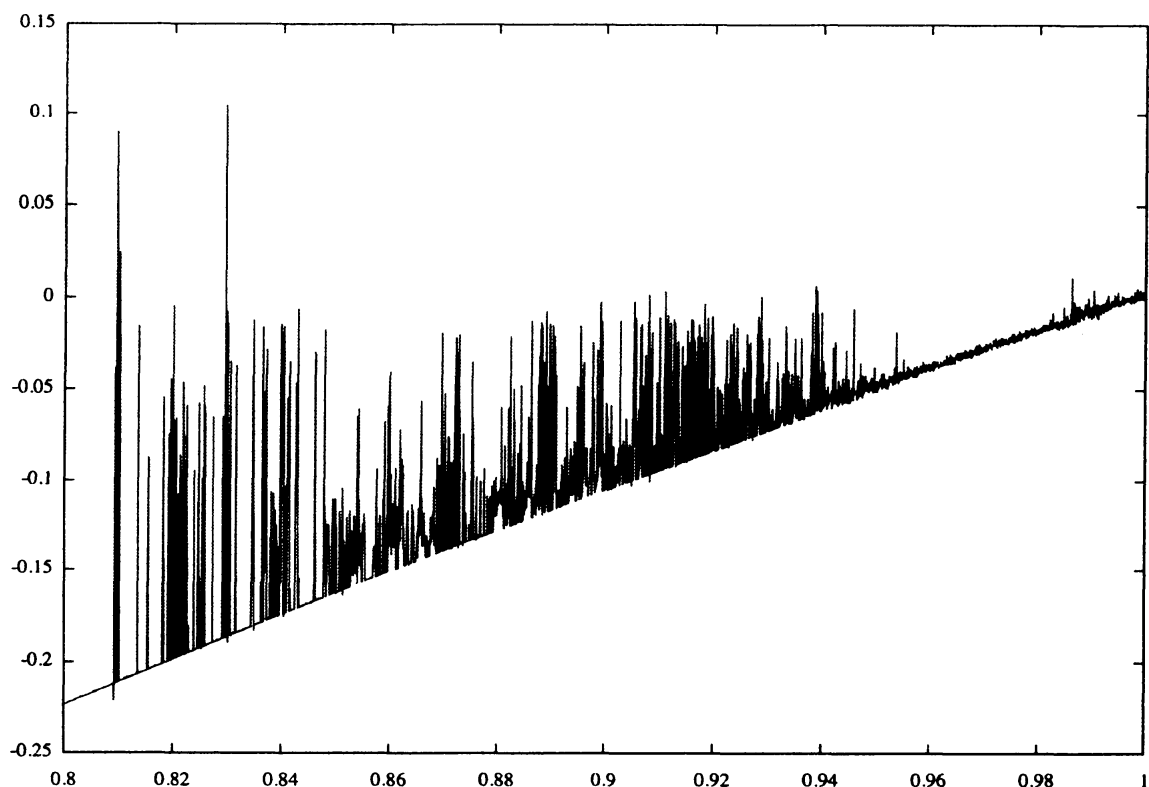


図2 横軸  $k_3$ , 縦軸 最大リャプーノフ指数

連想記憶状態は周期状態でもない。それは準安定状態であり、ある時刻で突然別の状態に変わる。連想記憶状態が終わりそれに続く状態として発生するのは、カオスの場合と周期状態の場合とがある。図3に示す結果は連想記憶状態が周期状態に遷移する様子を系のエネルギーと局所平均拡大率の時系列で見たものである。おそらく、何らかの分岐が起こり、それまでアトラクターだった不変集合に穴があき別のアトラクター（この図の場合は周期アトラクター）に遷移する現象であると考えられる。したがって、パラメーターがこの分岐点に限りなく近くなるならば準安定状態としての連想記憶状態は無限の時間継続する可能性がある。ただし、外部ノイズの影響が無視できるならばの話である。

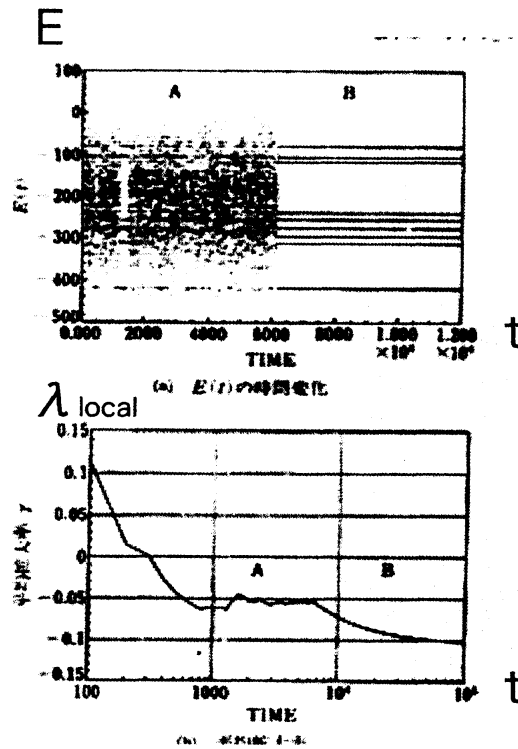


図3 A: 連想記憶状態, B: 周期状態

以下では、連想記憶状態での発火率のゆらぎの性質を解析する。結果は、サンプル数が十分でないために決定的な結論は出ていないという段階である。双曲性を持つカオスの場合、力学変数  $x^t$  の和  $\left\{ \sum_{i=1}^N x^{mN+i} \right\}_m$  の分布は中心極限定理にしたがい正規分布に収束することが知られている。図4-Aはこのような場合を示している。図4-Bが連想記憶状態についての結果である。繰り込み回数  $N$  を増やしたときの分布の収束がカオスの場合に比べてゆっくりしていることがわかる。連想記憶状態がカオスではないことがこのような収束の悪さに関連しているものと思われる。しかしながら、M. Beggs が得たラット皮質ニューロンのゆらぎの場合のように、べき的なテールを持つスケール不変な分布に収束するかというと、図4-Bの結果はそのような傾向をしめしていない。モデルのパラメーター値が臨界点のそれに十分近くないためであろうと推測している。

## 分布 ～ロジスティック写像～

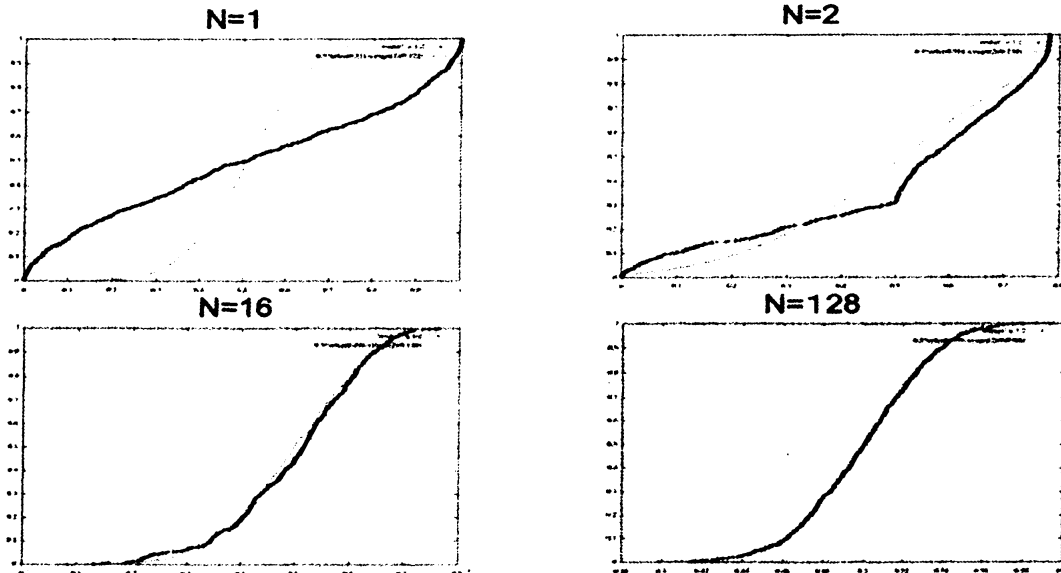


図4-A 分布が正規分布（緑線）に収束する様子。カオスの場合、 $N$ は繰り込み回数

## 分布 ～連想記憶状態～

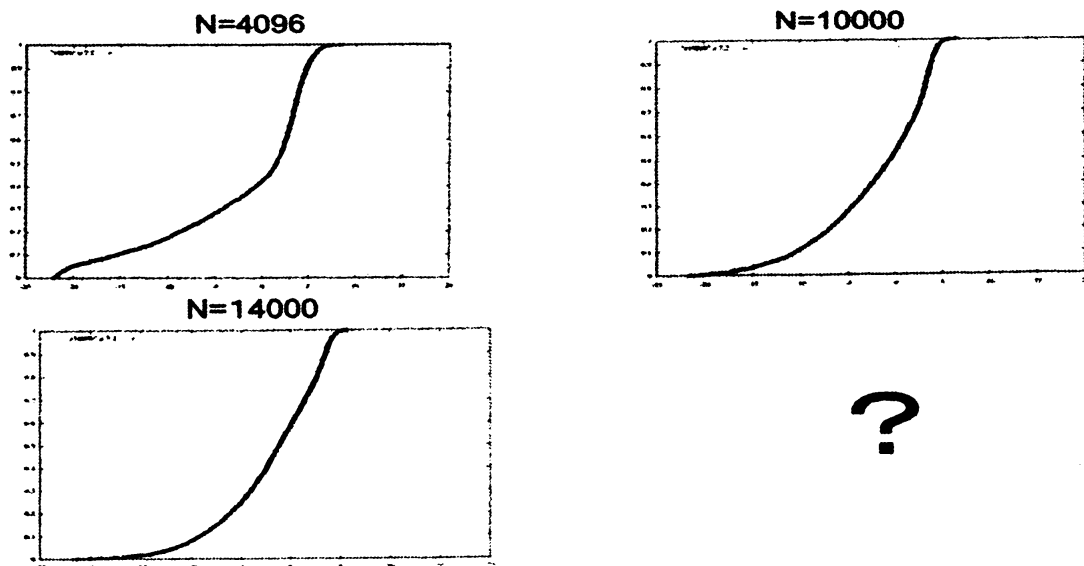


図4-B 分布は収束していない。連想記憶状態

## 1 6次元不変部分集合と系の対称性

カオスニューラルネットワークの内部状態  $(y_i, z_i)_{i=1, \dots, 100}$  の時系列を詳細に見て行くと、初期条件の影響が残るごく短い時間の後に 200 個の変数が 16 個のグループに同期して時間変化している事がわかる。この同期の構造は系の対称性に起因している。

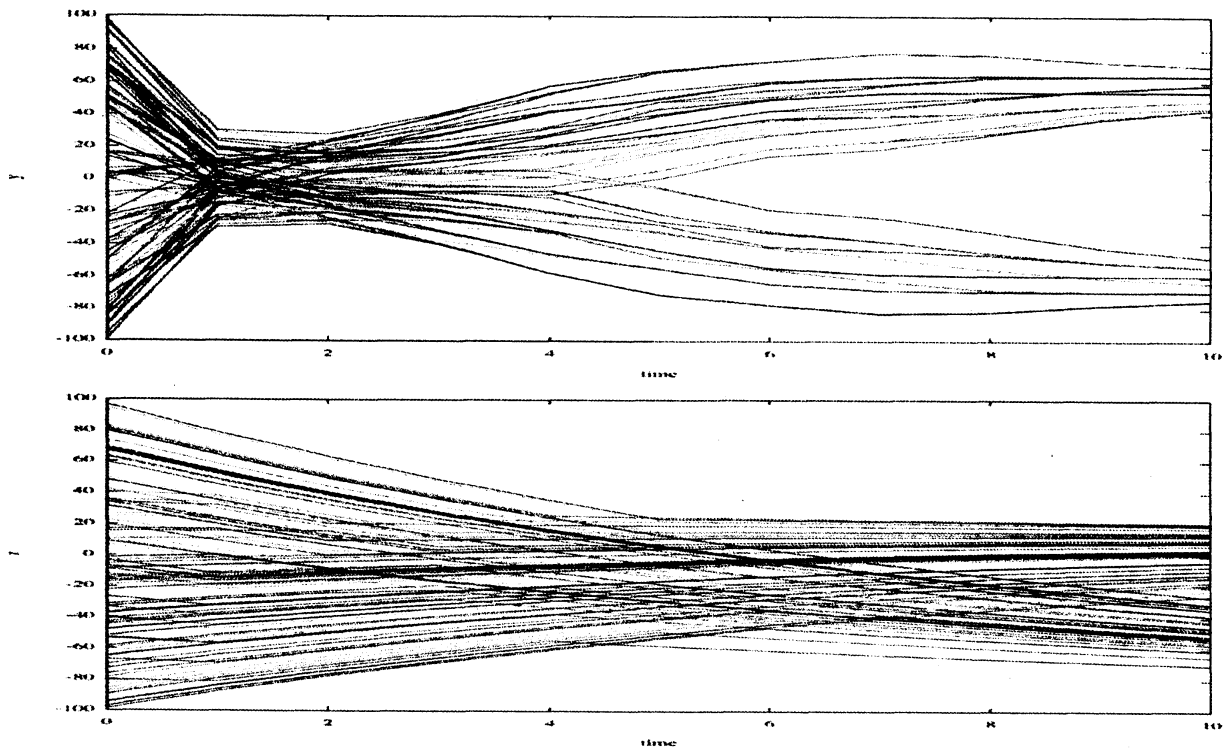


図5 内部状態  $(y_i, z_i)_{i=1, \dots, 100}$  の時系列

この 16 個のグループはさらにふたつずつがたがいに他の鏡映状態に同期する。このグループを表にしたのが図6である。番号は同期する変数の番号をあらわす。同じグループの赤で示した変数と青で示した変数が鏡映の関係で同期する。ここでは内部変数  $y_i$  に関する結果のみ示す。



group 1, -1



赤 (1, 2, 11, 29, 91)

青 (17, 25, 26, 54, 59, 69, 86)

group 2, -2



赤 (3, 14, 70, 73, 76)

青 (83, 89, 90, 92, 99, 100)

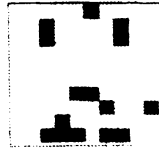
group 3, -3



赤 (4, 5, 21, 31, 32, 60, 71)

青 (34, 35, 38, 44, 45, 57)

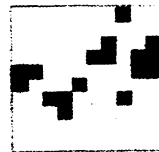
group 4, -4



赤 (6, 80, 84, 93, 94, 95, 97, 98)

青 (13, 18, 23, 28, 65, 66, 77)

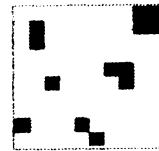
group 5, -5



赤 (7, 30, 39, 40, 41, 42, 49, 50, 51)

青 (27, 36, 37, 55, 63, 64, 68, 74)

group 6, -6



赤 (9, 10, 12, 19, 20, 22, 81)

青 (57, 58, 63, 68, 85, 96)

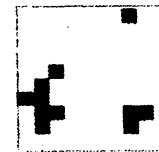
group 7, -7



赤 (15, 16, 87)

青 (24, 33, 46, 56, 67)

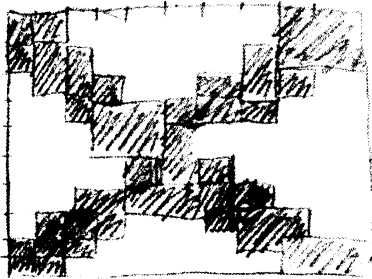
group 8, -8



赤 (72, 73, 78, 79, 82, 88)

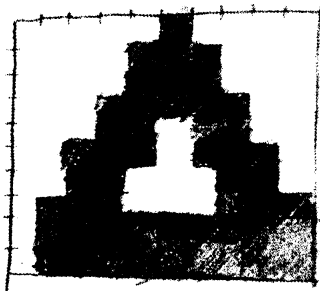
青 (8, 43, 52, 61, 62)

これらの16のグループのそれぞれに属する変数を基底にとると、エネルギー関数に埋め込んだ4種類のパターンの全てをその重ね合わせで表す事が出来る。

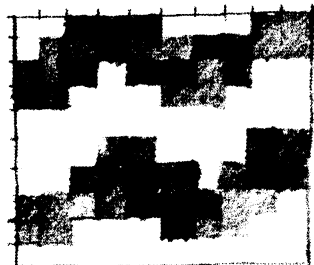


赤: ○ 青: □

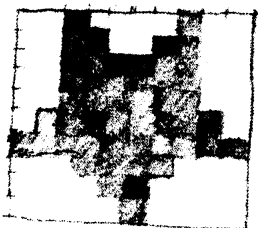
$$\textcircled{1} + \boxed{2} + \boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5} + \textcircled{6} + \boxed{7} + \textcircled{8}$$



$$\boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{3} + \textcircled{4} + \boxed{5} + \boxed{6} + \textcircled{7} + \textcircled{8}$$



$$\boxed{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \boxed{4} + \boxed{5} + \textcircled{6} + \textcircled{7} + \textcircled{8}$$



$$\boxed{1} + \textcircled{2} + \boxed{3} + \boxed{4} + \boxed{5} + \boxed{6} + \boxed{7} + \boxed{8}$$

図7

この事実から、変数の同期は、系の時間発展方程式に現れる行列  $T^{i,j}$  が変数の入れ替え操作に関する対称性を持つ事によるものと考えられる。行列  $T^{i,j}$  はエネルギー関数に埋め込まれたパターンを表現している。

## 考察

ホップフィールドモデルにおいて、あらかじめ記憶させておいた4種類のパターンを思い出すというのはネットワークを設計した人の意図したことである。これは生物の機能としては比較的単純な学習活動を通して実現できる。これに対し、覚えたパターンを順不同につぎつぎと思い出すという動作は設計した人の意図を超えたシステムの振る舞いである。こうした機能は生物が新たな環境におかれ、その状況での行動の選択を迫られる時に必要になる。この機能の創発がカオスニューラルネットワークにおいてどのような機構として実現されたのだろうか？固定点アトラクターとして埋め込まれていた記憶をカオスによって不安定化したからだ、というのがこれまでの解釈である。4種類のパターンが16の基底状態で表現できるという我々の得た知見はこの点についてより突っ込んだ理解を与えてくれる。カオスニューラルネットワークは学習した4種類のパターンを16の基底状態に分解して記憶していたのだと解釈することができる。これは記憶の構造 $T^{ij}$ の持つ対称性によって保証される。さらに、基底状態は同期して時間変化する変数の組という意味をも持つ。記憶 $T^{ij}$ のもつ対称性が力学の時間発展法則のもつ対称性にまで拡大されているのである。これはカオスニューラルネットワークというモデルがそのように出来ているということである。逆に言うと経験をそのような形式にコード化してネットワークに埋め込むしかけがカオスニューラルネットワークモデルなのである。もしかすると、このことはコネクショニストと言われる人々が方針として掲げていた内容を我々が力学モデルとして再認識したにすぎないのかもしれない。

ここまではカオスニューラルネットワークモデルのもつ対称性についての議論であった。16の基底状態から4種類の記憶をつぎつぎと生成していくネットワークの力学はカオスニューラルネットワークモデルのパラメーターが適切な値に調整された時にのみ発生する。ネットワークのもつ潜在的な可能性（対称性）を顕在化させるための力学系の仕組みを理解しなければこのパラメーターの特殊な値の意味は理解できない。この点を理解できるならば、コネクショニストの認識に何かを付け加えることができたと言える。カオスニューラルネットワークモデルの連想記憶状態はその意味で力学系の立場での理解が未だに完全ではない。その分岐の構造、不変集合とその上の不変測度の性質など明ら

かにしなければならぬ事は多い。

#### 参考文献

池谷裕二, <http://hippocampus.jp/dg/>.

M. Beggs (2007), Scholarpedia, 2(1) pp 1344.

Adachi and Aihara (1997), Neural Networks, 10-1 pp83-98, 1997.

高橋文之(1992), Master's thesis, Nihon University, 1992, in *カオスセミナー*, pp127-146, 海文堂出版, 1994.