

パネルディスカッション

「差異パターン形成と拡散方程式の現在」 佐野雅己、
藤本仰一

「生物学的時間とスケール変換」 小林徹也

ノート作成 二階堂愛

1 復習と議論

まずは今回の議論を数学者がどう思ったかを尋ねます。まずは代数からの立場からどうぞ。

- 定性的なものに興味があります。なぜなら定量からは代数になりにくいからです。形態学などから幾何学からの貢献を期待されるが、数学としては形態と幾何は結びつきにくいのです。例えば微分幾何は定量的ですが、位相幾何はそうではありません。生物学でいう形態とは、この2つの数学のその間にあるものではないでしょうか？ それを扱える数学が作れるのであれば、数学者としてもモチベーションがわくのではないかと思います。
 - 例えば、工学には画像解析という分野がある。そこでは人間の認知とメトリックの関係がトピックスです。この問題を解体するとわかりやすくなるのではないのでしょうか。
 - 工学の画像解析と数学のコネクションの例はありますか？
 - テレビゲームの数学、3DCG の数学などはその一例だと思います。新しい数学ではないかもしれないかもしれませんが。
 - しかし、それは代数の例であって、幾何でないのではないのでしょうか？
 - たとえばフラクタル画像圧縮などがあります。自己相似的に画像を構成して画像を圧縮する、自己相似写像と言われているものです。筑波大のかたか Nintendo と製品づくりしているそうです。
- 形態の議論も面白いが生命の不安定性にフォーカスした議論に移りたいと思います。数学的にはやりにくい分野ではないのでしょうか。数学に意見を聞きたいです。特にどのようにやりにくいのか？ 形の問題よりも、比率の決定など、発生学として本質的な問いがあるのではないか。形が生物で持つ意味とはなんのでしょうか？

- 意味とは機能でしょうか? 仕組み(システム)のことでしょうか? また形づくりと比率制御の問題はどちらが先か問題なのではないでしょうか?
 - 佐野先生の global coupling model の話。activator, inhibitor の2変数のモデルで、すばやく拡散する非線形項を入れると比率ができます。これはチューリングパターンをつくる拡散方程式の拡張のような形になっています。
- 数学の人は解けると嬉しいですが、散逸屋さんは解けないと嬉しいと感じます。ところで生物で使われているポテンシャルのイメージは、自然と言えば自然だが実体があるのでしょうか?
 - 生物のひとはその実体を知りたくて研究しています。ミクロスコピックな実体とはなにか、生物のひとは気になるが、ふにおちていません。
 - チューリング vs ワディントン。目的関数と生物学的実体を繋げるにはどうしたらよいか。どうやってインタラクションなどを数式として表現するか。ポテンシャルは微分したら力ですが、力をどう定義するかが生物学的な問題です。
 - ポテンシャルをもたないダイナミクスもあるので対象によるのではないのでしょうか。生物によってどんな表現が自然なのか、生命現象における力とはなにか、などの課題があります。
 - 定常状態におちる現象はポテンシャルで書いてもよいのではないのでしょうか。非平衡にむりやりもってきて意味がないと思います。ワディントンは平衡になる前の話。リヤプノフ関数をみつけるということなのかもしれないが、ミクロから導出できるか自明ではありません。
 - 生物では、目的関数ののりかえ、みたいなことがおきている? 数学ではそのような現象を記載する枠組みがありますか?
 - カオスの遍歴はどうですか。
 - リヤプノフ関数から可能な解が導出できますか?
 - 形はわかるがその仕組みはわからないという欠点があります。
 - 力学系の定理では、任意の力学系は勾配、回帰的な部分にわけられます。一般論としてはかならずできるし、無限和の形で書くこともできます。また計算機でも構成することができます。
 - 分化のようにどんづまりのものは書けるのでは?
 - どのぐらいの部分勾配的、回帰的な部分を分けることができますか。数値計算ができますか?
 - 数理生物学で試しています。レスリー、世代があるポピュレーションモデルが代表例です。次元に制約、2次元写像、などがキーワードです。散逸的なのでトラッピンググリーンジョンがあります。まとめると、有限的な表現をして分解、その外がわかります。

- 数学と生物がわかりあう、助け合うためのライフハックが知りたいです。どうやったらうまくいくのか？
 - 同じところでやる、同じ題材で研究する、データを共有する、などが良いのではないのでしょうか？ パターン形成の分野はチューリングという式を共有しているので、やりやすかったのではないのでしょうか。しかし他の分野、例えば生物学的時間の問題などは共有する数式がありません。
- 巖佐先生のような研究について。
 - 石川先生の感想。理論に期待することとして、数学でできたことを(生物学者が)ふにおちるような説明をすることだと思います。巖佐先生のような研究の話は得るものがありました。明日からの研究に役に立つ感じがします。
 - 西川先生の感想。数学が生命現象を説明するツールとしてうまく使っているな、と感じました。今後は隠れ変数の精密な近似の方向にいくのではかと思えます。
- 新しい数学を生み出すとして生物数理に期待することについて話します。たとえば、凝集・爆発などは、粘菌の現象をきっかけに発達した新しい数学です。チューリングさえ、数学と生物で面白いとおもう時間がずれている。西川先生の話は生命学の見通しを良くしたと思います。
 - ほかに新しい数学を生み出す場となるような生物学的な問題はありますか？
 - 起きていると常に情報はいってくる。学ばざるをえない。これが寿命とどのように関係があるのか疑問を持っています。寿命はカロリー制限と深い関係がありますが、これはモデル生物にのみあてはまる人工的な操作で寿命を操作しているに過ぎないと考えています。言わば冬眠のようなものです。健全な寿命と関係があるとは思えません。
 - カロリー制限と代謝の関係。カロリー制限しても代謝レベルは落ちないことがあります。むしろあがったりします。生きてるあいだの総代謝量が決まっていますと寿命と関係があるという話もありますが、栄養状態をセンスするシステムが寿命に関係あると考えることができます。例えば、酸化ストレスがあります。活性酸素の蓄積が細胞に障害を与え、寿命に影響を与えます。また、集団で寿命を考える場合は、生殖年齢で規定すべきかもしれません。
 - 現代の生物学は実験生物はモデル生物をつかいすぎている。得られた知識にバイアスが生じてしまっていると思います。また一般的には増殖期にあるものしか見ておらず成長の過程などを観察していないのではないのでしょうか。野生の生物を積極的に研究するべきではないのでしょうか。ほとんどの生物学的時間は再生産していないのではないのでしょうか。
 - 高齢出産を強制し寿命が伸ばせるか、という進化的実験が可能かもしれないです。この操作で寿命を遺伝子に還元できるかが面白い問題です。体の大きさなどはIGFRという単一の遺伝子で決定されています。複雑と思える現象がひとつの遺伝子できまっている例もあるので、このような実験も可能かもしれません。

- 発生学に残された重要な問題とは。global coupling model が生体でなりたっているかを知りたい。社会性昆虫の分業も表現できるか。n 種類の分業を説明しにくい。空間を入れたらよいのでは。閾値モデルというのものもある。個体によって閾値がばらついている。
- 2 から n 種類への分化を説明する数学的なモデルは存在しますか？
 - 社会性昆虫に見られるような、集団のなかでがまんできない個体が働くモデル。これを達成するには、なくなったことを認識、なくなったものを直す仕組みなどが必要になります。これは記憶と学習の問題と捉えることができます。ハチは記憶をつかうが蟻はつかってないと考えられています。記憶を使っているとすれば、職種を記憶しているのかもしれませんが。生物学的には unknown factor が多く、モデル構築が難しい問題かもしれません。しかし、モデルの抽象化のレベルがあるので、そのような視点の研究が必要だと思います。
 - これは未分化細胞のイメージと繋がります。未分化細胞とはなにもしていない細胞と考えることができるかもしれません。原核生物はゲノムが裸で 0 or 1 のデジタル信号を符号しているように感じます。真核生物はクロマチン構造という複雑な構造を持つため、転写遺伝子のアクセスしやすさがかわります。このせいで発現制御は連続値のように表現する必要があると思います。例えばES細胞という未分化細胞は 0.1 ぐらいでほとんどの遺伝子がちょろちょろと発現しています。このES細胞ではクロマチン構造がゆるいということが実験的に観察されています。
 - これは確率モデルとして捉えることができるのではないのでしょうか。具体的にはスピンが並んでいるような描像です。マルチバレント結合とヒストン、シナプスのようなアナロジーを考えています。これは生命の本質は「組み合わせ」であるかどうか、という古典的な議論に戻るのではないかと思います。西成先生の曲線の話と DNA 構造についてのアナロジーも興味深いと思います。
- 会議全体の感想ですが、非線形と生物学者の会議のようになっています。純粋数学者をモチベートできたかが少し疑問です。数学側からもっと議論に加わって頂きたいと思いました。
- 藤本先生によるまとめ。物理学者はなんでもやろうという気概がある。数学者はちゃんとした(厳密)な問題や解法を好むという印象を持っています。しかし、アメリカの応用数学の学会はもっとカジュアルで、様々な分野のひとがプレゼンします。このようなスタイルに似ているかもしれません。また、反応拡散は生物との相性は良かったと思います。