

# 数学 e ラーニングシステム STACK のグラフ描画機能の 強化

名古屋大学・大学院情報科学研究科 中村 泰之 (Yasuyuki Nakamura)

Graduate School of Information Science, Nagoya University

名古屋大学・情報文化学部 天野 晴仁 (Haruhito Amano)

School of Informatics and Sciences, Nagoya University

合同会社・三玄舎 中原 敬広 (Takahiro Nakahara)

Sangensha LLC

株式会社・e ラーニングサービス 秋山 實 (Minoru Akiyama)

e-Learning Service Co., Ltd

## 1 はじめに

情報技術による社会基盤の整理に呼応し、教育の分野においても情報化が加速している。e ラーニングも情報技術を活用した教育手法として注目されており、時間と場所に制約を受けず、学習者がある程度自由に利用可能であること、学習の進捗状況を管理できること、自動採点が可能なオンラインテストを受けられることといったメリットがあげられる。このため、企業や学校、通信教育など様々な分野で e ラーニングは利用されるようになってきている。

e ラーニングは基本的には学習分野を選ばないが、向いている分野とそうでない分野は存在する。例えば、e ラーニングシステムの重要な機能の一つであるオンラインテストでは、問題形式が正誤問題、多肢選択問題、数値問題など比較的単純な形式に限られており、文字を含む数式などの計算問題を扱うことは難しく、理数科系科目でオンラインテストを行うには、制限があると言わざるを得ない。それを克服するために提案されたのが、英国バーミンガム大学の Sangwin らによって 2004 年から開発が始まった数学 e ラーニングシステム STACK (System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel) [1, 2] である。STACK はオンラインテストで、数式を含む解答を受け付けることが可能であり、数式を数式として処理 (解釈, 正誤評価) することのできるシステムである。このシステムを利用することにより、数式を使った問題を課すことが可能となり、数学をはじめとする、理数科系科目におけるオンラインテストの利用の幅が広がることを期待される。

STACK には様々な問題作成機能があり、数式だけでなく、グラフを利用した問題を作成することも可能であるが、単純な一変数関数の描画にとどまっている。本論文では、弱点とも言える STACK の描画機能を改善するために、MapleNet [3] を利用して、立体図形、ベクトル場など様々な描画に対応した。

## 2 グラフ機能の強化

### 2.1 従来のグラフ描画機能

STACK では、Maxima を利用してグラフを描画することが可能である。グラフを利用した問題の一例を図 1 に示す。(1, 0), (3, -4), (5, 0) の 3 点を通る関数を求める問題であり、この例では、 $x^2 - 6x + 5$  という解答が与えられている。

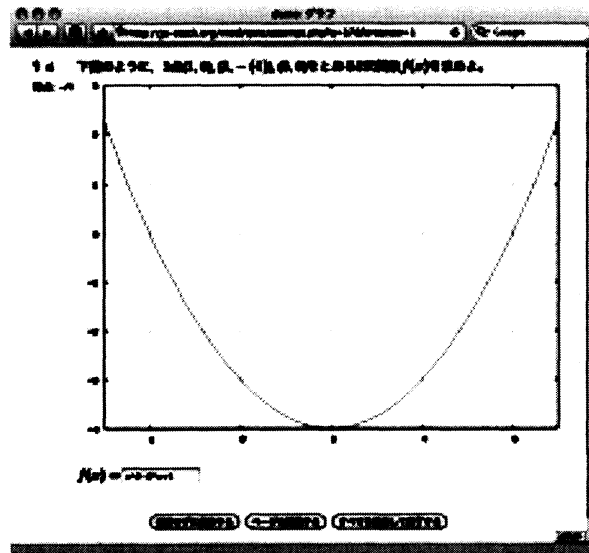


図 1: グラフを利用した問題例

STACK はランダムに問題を作成する機能があり、ランダムに 3 点を生成し、その値に応じて、動的にグラフが描画される。このように、単にグラフを静的な画像で表示するだけに比べれば、問題の幅は広がるが、描画できるグラフは単純な一変数関数のものに限られている。そこで、立体図形、ベクトル場など様々な描画を可能にし、より幅広い問題に対応できるように、機能を拡張する。

### 2.2 MapleNet

MapleNet は数式処理システム Maple[4] の計算エンジンをオンラインで利用することを可能にしたサーバソフトウェアである。MapleNet 14 から PHP 言語での利用ができるようになったため、同言語で開発されている STACK からの利用にも対応できると考えた。基本となるコードは図 2 に示されているものである。この例では、描画する関数をコード内に直接指定しているが、この部分を動的に指定できるようにすればよい。これにより、立体図形の描画、ベクトル場の描画など、MapleNet の様々なグラフ描画機能を STACK から利用することが可能となる。

```

<?php
    $soapclient = new SoapClient(
        "http://mapleserver.com:8080
        /maplenet/services/MapleService?wsdl"
    );
    $d = $soapclient->callMaple(
        array('plot3d(y-x, x=-1..1, y=-1..1)')
    );
    $e = explode(' ', $d->return);
    $f = rtrim($e[2], " ");
?>


```

図 2: PHP 言語から MapleNet の利用

## 2.3 拡張された STACK の描画機能

図 3 に、今回拡張された STACK の描画機能を利用した問題例を紹介する。この例は、連立一階常微分方程式の平衡点の安定性を議論するものである。問題の中ではグラフは利用されていないが、後述する解答の手引きの中で、平衡点が安定か不安定化を視覚的に理解できるように、微分方程式の平衡点のまわりのベクトル場が利用されている。

図 3 で示した問題では、

1. 連立一階常微分方程式の平衡点を求める
2. 平衡点近傍のふるまいを調べるために連立一階常微分方程式の線形化を行う
3. 線形化された連立一階常微分方程式の係数行列（ヤコビ行列）の固有値を求める
4. 得られた固有値をもと平衡点の安定性を判定する

という流れで問題を解くようになっている。平衡点の安定性の議論の基本的な流れではあるが、実際に平衡点の安定性を視覚的に確認することは教育上有効であると考えられる。そこで、この問題では、STACK で用意されている、解答の手引きの表示機能を利用し、その中で平衡点の安定性をベクトル場の表示により示し、平衡点  $(0, 0)$ ,  $(-3, -1)$  がそれぞれ安定、不安定であることが理解できるようにした（図 4）。このベクトル場は Maple の DEplot コマンドを利用したものである。

## 3 おわりに

本論文では、MapleNet を利用して、数学 e ラーニングシステム STACK のグラフ描画機能が強化されたことを示した。単純な一変数関数にとどまらず、ベクトル場の描

次の連立微分方程式について考えよう。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- 1 固有値以外の平衡点を求めよ。(a, b) の形式で入力せよ
- 2 1で求めた平衡点のまわりで微分方程式を線形化し、

$$\frac{d}{dt} \phi = A\phi$$

を得た。行列 A の固有値を求めよ。ただし、平衡点を  $(a_0, b_0)$  とし、 $x = x - a_0, y = y - b_0, |x|, |y| \ll 1$  であり、

$$\phi = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

- とする。
- 3 行列 A の固有値を求めよ。(a, b) の形式で入力せよ
  - 4 1で求めた平衡点は安定(1)であるか不安定(2)であるかを判定せよ。  
 安定  不安定



図 3: 連立微分方程式の固定点の安定性に関する問題

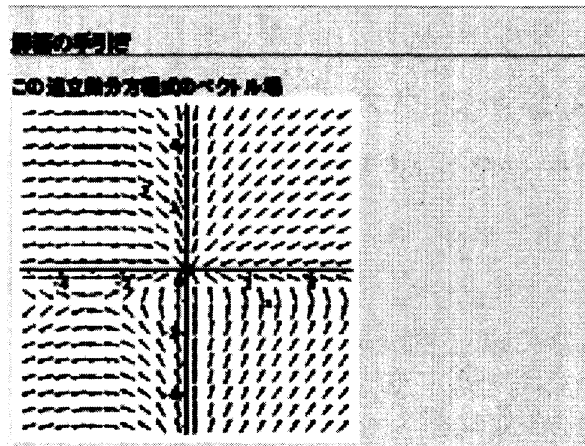


図 4: 連立一階常微分方程式のベクトル場

画をはじめ、様々な描画が可能になった。  $y = x(-\pi \leq x < \pi)$  のフーリエ級数展開  $y \simeq \sum_{k=1}^n \frac{2(-1)^k \sin(kx)}{k}$  で、項数  $n$  を変更したときの描画速度をまとめたものが表 1 である。簡易的な評価ではあるが、少なくとも  $n$  が大きい時、MapleNet を利用した場合、描画速度が改善されるという傾向は得られた。

表 1: Maxima と MapleNet の描画速度

$n$	Maxima	MapleNet
1	1.19	1.19
5	1.56	1.25
10	2.21	1.25
20	3.35	1.22
25	4.31	1.24
30	エラー (描画できず)	1.24
$\infty$	エラー (描画できず)	1.23

## 参考文献

- [1] STACK, <http://www.stack.bham.ac.uk/>
- [2] 中村泰之, “数学 e ラーニング”, 東京電機大学出版局 (2010)
- [3] Share and Deploy Technical Knowledge and Applications Online – MapleNet – Maplesoft, <http://www.maplesoft.com/products/maplenet/>
- [4] Maple 15 – Technical Computing Software for Engineers Mathematicians, Scientists, Instructors and Students, <http://www.maplesoft.com/products/Maple/>