

# 渦を介した振動円柱間同期の位相記述の試み

広島大学大学院・理学研究科 飯間 信

Makoto Iima

Graduate School of Science, Hiroshima University

北海道大学大学院・理学研究院 中筋 真生

Masaki Nakasuji

Graduate School of Science, Hokkaido University

生物の飛翔や泳ぎは、流体力学的には流体中の振動物体の運動と考えることができる。このような物体が複数存在する場合、お互いが作る流れ場が干渉して振動の挙動に影響をあたえることが予想される。中でも振動の位相同期は流れのパターン形成にも関わる大事な問題である。ここでは振動物体の流体力学的位相同期に問題を限定し、バネで支持された円柱を一樣流中に置いたときの運動を数値的に計算した。レイノルズ数は 400 であり、静止円柱の場合はカルマン渦列が発生する。円柱が 1 つの場合、固有振動数と観測された振動数の関係から、2 種類の振動挙動が観察される。この関係は円柱の運動と後方にできる渦の相互作用による。円柱 2 つを流れに垂直な方向に並べた場合、これらの固有振動数が異なっても 2 つの円柱は同期を起こす。位相同期のダイナミクスを抽出するためにある位相縮約の方法を適用することを試みた。

## 1 Introduction

### 1.1 生物の自由飛翔・遊泳とリミットサイクル

昆虫や魚のような自然界の生物の多くは流体中を運動する。その推進力は翼やひれの周期運動により生み出される場合が多い。また姿勢の安定性や方向転換を行う際の制御 (の一部) も翼やひれの運動で行われている。つまり飛翔や遊泳は流れとひれや翼の運動が相互作用した結果起こる。飛翔や遊泳の基礎方程式は、筋肉や外骨格の弾性

による内力を含む運動器官の運動方程式と、翼やひれの運動で駆動される流体運動の方程式であり、これらの結合系の挙動が飛翔や遊泳の特性を決定する。飛翔の場合は一般にこういった結合系は不安定であるため [14, 16], 何らの制御機構が必要であると考えられている。一方昆虫や魚の運動を流体と境界運動の相互作用と捉え、この特性に興味の対象を絞るならば運動や流れに制限を加えることが正当化され、安定飛翔を実現させることが出来る。最も簡単な例は対称性を課すというもので、左右対称な一对の翼をはばたき運動させ、駆動される流れにも左右の対称性を課すと(対称はばたきモデル)、昆虫の重心運動は鉛直線上を運動する [7]。このような状況では重心運動の方向に対して系が不安定でなければ安定飛翔が実現することになる。実際、対称はばたきモデルでは制御機構がなくても安定飛翔が実現し [7, 13], 系はリミットサイクルに収束している [8, 9]。重心運動に制限を加えることで重心運動を伴う振動翼が安定運動を生み出すことは他の数値モデル [6] や実験においても知られている [18]。このような系を考えることは理想的な運動制御機構を仮定することになるが、その代わりにより複雑な相互作用の考察が可能となる。

物体と流れの相互作用でリミットサイクルが現れる他の例は、流れの中に置かれた物体が自身の後流との相互作用で起こる運動である。よく研究されているのはバネにつながれた、あるいは弾性体でできた円柱(運動方向の自由度と減衰係数は色々選択肢がある)を一様流中に置いた系で、後方に出来るカルマン渦と円柱の相互作用で起きる円柱振動の特性(振動振幅やモード間遷移)が調べられている。これは *vortex induced vibration* と呼ばれ、古くから工学的興味の対象である [21]。この場合は重心運動は平均ゼロであるが、定常状態が得られた場合、それはリミットサイクルとなる。また、円柱に外力を加えて与えられた振動を起こさせる時、その振動数や振幅に応じて様々な渦パターンが発生する [20]。通常のカルマン渦列型のパターンでは半周期毎に一つの渦が発生するが、場合によっては半周期毎に渦対が発生する場合もあり、これらの組み合わせで流れ方向に対して非対称なものを含む色々な渦パターンが生じる。これ以外にも非周期的なパターンなども報告されている。また、翼を振動させる場合にも色々な渦パターンが発生することが報告されている [10]。何れにしても得られた系の挙動が時間周期的である場合、流れ場を含む系全体はリミットサイクルをなす。

このように流れと物体運動の相互作用がリミットサイクルを作る場合、この系全体を一つの振動子とみなすことが出来る [22, 23]。振動子とはリミットサイクルを示す動的単位のことであり、通常はエネルギーの流入と散逸のバランスで成立するものを指す。いわゆる単振子のような、エネルギーが保存して漸近軌道が初期条件で変わる系とは異なる点に注意されたい。

ひれや翼の運動は通常は自励系で記述され、絶対時間には依らない。このため外部摂動により振動の位相が変わってもその位相を摂動を受ける前の位相に戻す復元力は働かない。これは外部摂動が軌道をリミットサイクルから外れる方向に働いた場合に、リミットサイクル上に戻す復元力が働くことと対照的である。つまり、振動子が2つ以上あった場合におこる相互作用の影響は、その影響が小さくてリミットサイクル自身が大きく変化しなければ振動子の位相にだけ影響すると考えられる。

## 1.2 渦発生を伴う物体の振動子モデル

以上を踏まえて複数の生物が自由飛翔・遊泳している場合について考える。翼やひれの駆動ダイナミクスにおけるパラメータは生物の個体差により全く同じにはならないため、リミットサイクルの特性、特に振動数は（モデルとなる生物の種類が同じであっても）一般に異なると考えるのが自然である。

流れの観点から考えると、もし複数の生物が流体中で運動する状態を考えた場合、その相互作用は非線形であるので複雑な流れパターンを発生させうる。生物の飛翔・遊泳での駆動力は流れパターンに大きく依存するので、生物の運動が不安定化することもありうる。生物自身の制御機構に頼らずに集団運動における不安定化を抑える一つの機構として考えられるのは、振動の位相・周期を変えることで流れパターンの定性的変化を防ぐことである。これは同期の問題にほかならない。このような流体力学的同期の問題は、定常ストークス流で記述されるような遅い流れにおいてよく研究されてきた（例えば [17]）。この場合境界運動を定めると流れ場は一意的に定まるため、理論的な取り扱いは相対的に容易である。しかし、昆虫飛翔に見られるような渦構造を伴うレイノルズ数領域での同期の研究はあまり行われていないようである。

渦剥離を伴うようなレイノルズ数領域では流れは非定常となる。一様流におかれた円柱の場合、円柱直径と一様流速で定まるレイノルズ数が50程度で流れの定常性が破れて時間周期的な流れが発生し、カルマン渦列が発生する。このように流れ構造自身が時間周期性を持つ場合、状況はやや複雑となる。

まず、円柱がバネにつながれていて（バネ支持円柱）、バネ-円柱系が固有振動数をもつ場合、流れのもつ振動数と円柱の固有振動数は一般に異なるため、これらの間の同期の問題がまず考えられる。これは前述の *vortex induced vibration* に該当する。最終状態が周期状態ならばこの系全体は一つの振動子と考えることが出来る。

次に、2つの静止円柱を一様流中に置いた場合を考えると、それぞれの円柱から発生するカルマン渦列の干渉による渦構造間の位相同期の問題が考えられる [15]。円柱

を流れ方向に垂直に配置した場合、円柱間の距離が近いと各円柱に伴う渦構造の位相は同位相となり、離れると反位相となる。その詳細については分岐解析が行われている [1].

### 1.3 自由飛翔・遊泳の振動子モデル

このように考えると飛翔・遊泳を行う生物の集団運動は同期の問題と関係があり、個々の振動子の流体力学的相互作用を介した同期は生物流体力学における集団運動の安定性と関係があることがわかる。この視点は、従来あるような均一の生物が与えられた配置をとり、定常的な渦パターンが出来ることを仮定した時の運動効率を考えるとといった静的な視点 (例えば [19]) ではなく、非一様な個体間相互作用による、流れや運動のパターン変化を含む動的な側面に注目している点に注意されたい。こういった流体力学的相互作用を介した結合振動子系は一個体の翼やヒレ同士の干渉、あるいは昆虫飛翔、魚、鳥の集団運動を考える上で基本となるモデルの一つである。最近、弾性体でできた円柱を並べた場合の位相同期についての実験的研究が報告されているが [5], この実験ではレイノルズ数が数千オーダーと大きく、単一の円柱の場合でも軌道はリミットサイクルに収束していないようである [4].

以上の観点から、この報告では固有振動数が異なる2つのバネ支持円柱を一様流中に置いたときの同期について考える。このため円柱運動と流体運動の連成問題を数値的に計算した。特に流体運動は Navier-Stokes 方程式を直接数値計算しており、レイノルズ数は 400 である。円柱が1つの場合、観測される円柱の振動数がカルマン渦の固有振動数に引き込まれる場合と固有振動数で定まる場合の遷移が見られる。円柱が2つの場合、円柱振動同期の位相縮約を試み、同期時の位相差を説明することに成功した。

## 2 計算モデル

本研究では複数の生物間での流体力学的同期を動機としているが、振動物体周囲に出来る渦パターンは多様であること [20, 10], 生物を振動物体であると単純化しても、発生する渦パターンに周期性があるためと振動物体との相互作用、あるいは物体間の相互作用に幾つかの組み合わせが考えられ、やや込み入っていること (1.2 章), 複数物体の相互作用を振動子同期という視点で考える上では振動子の非一様性が重要であるがそのようなモデルはあまり研究されていないこと、から2つのバネ支持円柱の流体力学的同期を問題とすることにした。バネ円柱が受動的に運動する場合は外力で

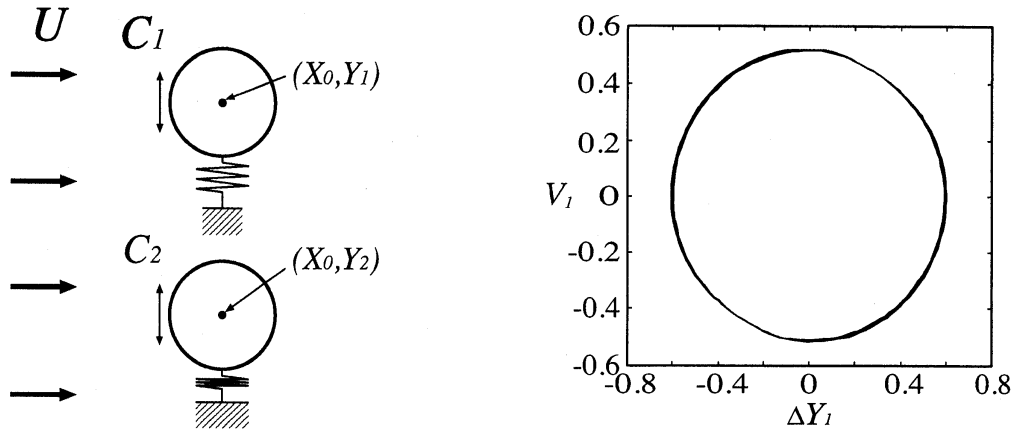


図1 左: 一様流に置かれた2つのバネ支持円柱. 右: 円柱  $C_1$  一つの場合に見られる相空間での軌道 ( $f_1 = 0.15$ ). ほぼ対称なリミットサイクルになっている.

駆動する場合とは状況は異なるが、流体力学的相互作用を結合振動子として記述する場合の技術的問題点はあまり変わらないと想定される。そこでここでは渦発生を伴うレイノルズ数領域での流体力学的同期で結合振動子記述が可能かどうか、またその場合の問題点を考えることを目的とする。

2次元空間におけるバネで支持された直径  $d_i$ 、質量  $m_i$  の円柱  $C_i (i = 1, 2)$  を考える。これらの円柱は一様流  $U = (U, 0)$  に垂直方向に配置されている (図1, 左)。それぞれの円柱は  $y$  方向にのみ動くことができ、その際の振動中心は  $(X_0, Y_{i,0})$  とする。円柱の中心座標を  $(X_0, Y_i)$  とするとき、円柱  $C_i$  の運動方程式は、

$$\dot{Y}_i = V_i, \quad m_i \dot{V}_i = -m_i (2\pi f_i)^2 (Y_i - Y_{i,0}) + F_{i,y}, \quad (1)$$

となる。ここで  $f_i$  は円柱  $C_i$  の固有振動数、 $F_{i,y}$  は  $C_i$  にかかる流体力学的力の  $y$  成分である。

流体の運動は非圧縮 Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

で支配される。ここで  $\mathbf{u}$  は流速、 $p$  は圧力、 $\rho$  は流体の密度、 $\nu$  は動粘性率である。

式 (1) および (2) の数値積分は有限体積法により行った [11]。移流項の計算には流速分離法と3次の風上差分を用いている。本計算では複数の円柱の運動を取り扱う必要があるため、キメラ格子を導入した。計算領域  $([0, L_x] \times [0, L_y] (L_x = 30, L_y = 20))$  をカバーする「全体領域」は不等間隔直交格子 (格子数  $N_x \times N_y$ ) を用いた。円柱近

傍 (円柱の中心から半径  $R = 3$  までの領域) をカバーする局所領域は極座標を用いて動径 ( $r$ ) 方向と偏角 ( $\theta$ ) 方向に不等間隔分割された格子 (格子数  $N_r \times N_\theta$ ) を用いた. 本計算では  $(N_x, N_y, N_r, N_\theta) = (40, 40, 30, 60)$  としている. これらの格子で計算された流れ場を接合するためには解強制置換法を用いた [2]. 計算領域での境界条件は  $\mathbf{u}(0, y) = \mathbf{u}(x, 0) = \mathbf{u}(x, L_y) = U$  および  $\partial \mathbf{u} / \partial n(L_x, y) = 0$  を, 円柱  $C_i$  上での境界条件は  $\mathbf{u} = (0, V_i)$  を用いた. なお  $L = |Y_{1,0} - Y_{2,0}|$  を円柱間隔と定義する. 本報告では  $m_1 = m_2 = 7, d_1 = d_2 = d = 2, \nu = 0.005$  および  $\rho = 1$  とおいている. つまりレイノルズ数  $Re (= Ud/\nu)$  は 400, 換算質量  $m^* = m/(\rho d^2)$  は 1.75 である. 本計算では円柱には単純な線形バネからの力と流体力学的力のみがかかり, 機械的な減衰や駆動の効果は考えない. 支配パラメータは  $\lambda (= L/d)$  (無次元化された円柱間距離) と円柱の固有振動数  $f_i$  である. 本計算と同じパラメータで固定円柱の抵抗係数  $C_D$  を計算した所,  $Re = 400$  で  $C_D = 1.54$  となり, Henderson[3] らの結果  $C_D = 1.41$  に近い値が得られた (相対誤差は 8.4%). 本計算ではメッシュ数がやや少ないため誤差が少しあるが, これは計算パラメータをたくさん計算する必要があるため止むを得ず, より高精度の計算と本質的な結果は変わらないと考えられる.

## 3 結果

### 3.1 単独円柱における引き込み

図 1(右) に円柱  $C_1$  単独の場合の軌道  $(V_1, \Delta Y_1)$  ( $\Delta Y_1 = Y_1 - Y_{1,0}$ ) を示す ( $Y_{1,0} = 10$ ). リミットサイクルが観測されており, しかもその軌道は原点に対してほぼ対称である. このとき観察される渦パターンは 2S パターンに近い [20]. ただし採用パラメータ以外のパラメータでは様々な渦パターンが観測される. ここでは渦を伴う流体力学的相互作用について位相縮約を含む同期現象の解析を行うことが目的であるため, なるべく単純な渦パターンがでるようなパラメータを選んだ.

単独円柱で系が漸近状態に達するまで十分長い計算を行い, その時観測される周波数を図 2(左) に示す. この図には  $Y_1$  の周波数  $f$  が  $f_1$  の関数として示されている.  $f$  は  $f_1 = f_c = 0.23$  で遷移を起こしており, ここを境に  $f$  の値は 0.185 から 0.136 へと落ちている. 以後, 領域  $f_1 < f_c$  を「領域 I」, 領域  $f_1 > f_c$  を「領域 2」と呼ぶ. 領域 I では  $f$  は概ね  $f_1$  に比例している:  $f \sim \beta f_1$  ( $\beta$  は定数). 一方領域 II での  $f$  の値はほぼ定数である (約 0.127).

領域 I での  $f$  の線形性はポテンシャル流れの中を運動する物体にかかる仮想質量で

大まかに説明が出来る。円柱の仮想質量は  $m'$  は  $m' = \pi\rho(d/2)^2$  により与えられる。円柱に働く流体力学的力を仮想質量による力と、渦パターンが生み出す時間周期的な力に分けられると仮定すると円柱の振動数  $f'$  は  $f' = \sqrt{m/(m+m')}f$  で与えられる。この見積りは  $\beta \sim 0.83$  を与える (図 2(左) の破線)。もし振動数が仮想質量込みの円柱の固有振動数  $f'$  で近似できるとすると、後流の渦パターンが及ぼす力は振動数を決定しないことになる。一方領域 II では、観測された振動数  $f (= 0.127)$  は固有振動数に寄らずに固定円柱後ろにできる渦パターンの振動数  $f_K$  ( $f_K = 0.12(St = f_K d/U = 0.24)$ ) に近い。つまり領域 II では円柱振動は円柱後ろの渦パターンが作る時間周期的な振動への引き込みとして理解が出来る。

図には示していないが振動振幅  $A_1 = \max |\Delta Y_1|$  を  $f_1$  に対してプロットした場合、 $A_1$  の値は  $f = f_c = 0.23$  で遷移を起し、0.59 から 0.25 に大きく下がる。領域 I では  $A_1$  は 0.6 程度でほぼ一定であり、領域 II では  $A_1 < 0.3$  となる。このように  $A_1$  の振る舞いは  $f$  の場合と異なっている。

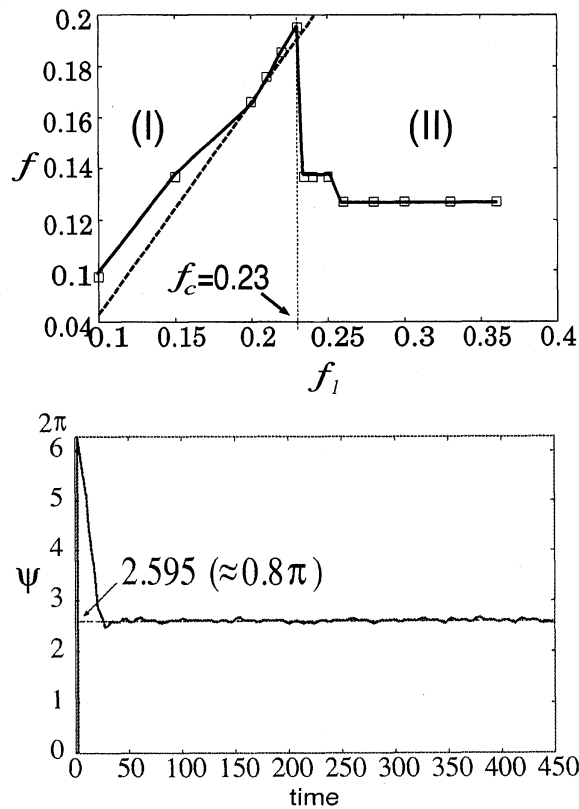


図 2 左: 円柱の振動数  $f$  と固有振動数  $f_1$ . 右:  $\psi(t)$  ( $\lambda = 2.5, \gamma = 1.05$ ).

### 3.2 2円柱の同期現象の位相縮約

続いて2円中の同期を調べる。ここでは  $f_1 = 0.15$  とし、振動数比  $\gamma$  を  $\gamma = f_2/f_1$  として導入する。相互作用の強さは円柱間距離  $L$  を変えることで制御し、制御パラメータとして  $\lambda (= L/d)$  を変えることにする。また、 $Y_{1,0} = L_y/2 + L/2$  および  $Y_{2,0} = L_y/2 - L/2$  とおく。

円柱  $C_i$  の位相  $\phi_i$  は以下のように定義する。 $Y_i$  の  $k$  番目のピークを  $t_k$  と置いた時、 $[t_k, t_{k+1})$  での位相  $\phi_i$  は、

$$\phi_i(t) = 2\pi \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} \quad (3)$$

とする。

$\lambda = 2.5$  の場合に同期が起こる様子を示す。図 2(右) には2円柱の位相差  $\psi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t)$  を  $\gamma = 1.05$  の場合に示している。 $\psi$  は  $t > 40$  の場合ほとんど一定なので、位相同期が起こっていると考えられる ( $\gamma \neq 1$  なので、相互作用がなければ位相差は一定にはならない点に注意)。この時の位相差  $\psi$  は  $2.595 \approx 0.8\pi$  であり、反位相に近いが位相差は  $\pi$  とは異なる。図 3 にはこの場合の渦パターンを示す。両方の円柱から剥離した渦同士は互いに干渉を起こしており、これが円柱間相互作用を生み出している。図には示していないが同様の解析を  $\gamma = 1.055$  の場合に行った場合、図 2(右) に示した場合との  $\gamma$  の違いはわずか  $0.005$  であるが、位相同期は起こらない。その代わりに  $\psi(t)$  のおそい変動が示されている。円柱単独の場合の振動周期はおよそ  $6.67$  単位時間であるが、ここで位相差の変化が  $2\pi$  変わるには概ね  $300$  単位時間かかる。

$f_1 = 0.15$  (領域 I) の場合に  $\gamma$  と  $\lambda$  を色々変えて同期が起こる場合の位相差を調べると、位相差はいつでも反位相に近い値を取る。この場合、円柱の振動振幅は領域 II の場合に比べて大きい。円柱の振動振幅がゼロの極限として固定した2円柱の場合を考えると、反位相と同位相の両方が観測される [1]。固定した2円柱の場合、同位相の渦パターンは  $\lambda$  が小さい時に起こり、反位相の場合は  $\lambda$  が大きい場合に起こる。つまり領域 I での同期の挙動は固定2円柱の場合とは異なる。単一円柱で振動振幅が小さい場合は領域 II に対応するが、この領域に対応する振動数  $f_1 = 0.30$  で同期を調べた場合、同期が起きる場合の位相差は同位相と反位相が共に観測される。ただしそれらの境界は明確ではなく、また位相差も  $0$  や  $\pi$  とは異なる。このように同期の挙動は系のパラメータにより異なり、固定円柱の場合とは必ずしも対応しない。振動振幅が大きい場合、単一円柱を振動子とみなした場合の振動数は円柱-バネ系の固有振動数で決まることから周囲の渦パターンの影響が少ない。このため流れ場自体の同期である2つ



の静止円柱間同期とは状況が異なると考えることが出来る。

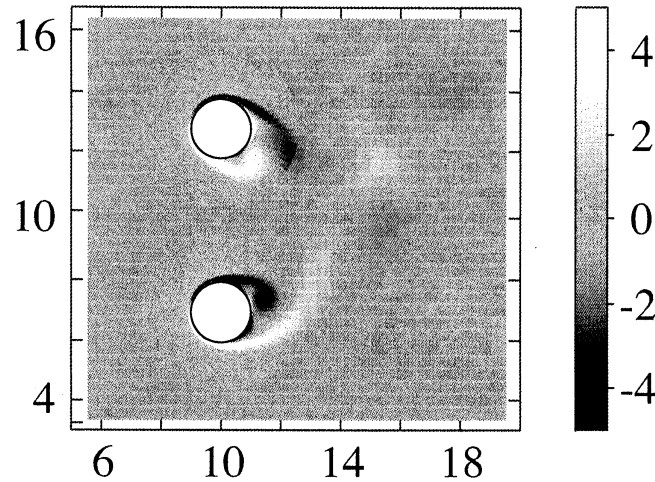


図3 渦パターン ( $\gamma = 1.05, \lambda = 2.5$ )

この系において同期の挙動は 1) 円柱-バネ系, 2) 渦の剥離, 3) 剥離した渦が作る渦パターンにより決定されるが, その挙動は複雑であり, 解析は簡単ではない. しかし結合振動子であるとみなすと, その相互作用は結合関数という一つの関数で記述されることになる. ここでは実際の計算データを用いて位相縮約法を用いることで同期に関わる振動子相互作用の特性を抽出することを考え, Miyazaki ら [12] の手法を用いて位相縮約を行った. なお, 実際の位相縮約法は相互作用が十分弱い場合に正当化されるが, 図3の渦の干渉をみても分かるように本計算の系では相互作用の強さは十分弱いとまでは言えないと考えられる. その意味では本手法の適用は近似の範囲を越えてはいるが, 逆に適用が出来る部分とできない部分が現れていればそこに渦を介した相互作用の特性が見えていると考えられる.

Miyazaki ら [12] の手法の概要は以下のとおりである.  $C_1$  および  $C_2$  の位相をそれぞれ  $\phi_1$  および  $\phi_2$  とおき, 以下の方程式で記述できるものと仮定する.

$$\frac{d\phi_1}{dt} = \omega_1 + \Gamma(\phi_1 - \phi_2), \quad \frac{d\phi_2}{dt} = \omega_2 + \Gamma(\phi_2 - \phi_1), \quad (4)$$

ここで円柱  $C_1$  と  $C_2$  の結合関数を  $\Gamma$  と書いており,  $\omega_i = 2\pi f_i$  である. 位相差  $\psi = \phi_1 - \phi_2$  が  $\phi_1$  あるいは  $\phi_2$  の位相が  $2\pi$  変わる間には大きくは変化しないと仮定し, 式(4)の第一式を一周期平均すると, 式  $2\pi/T_1(\psi) = \omega_1 + \Gamma(\psi)$ , を得る. ここで  $T = t_{k+1} - t_k$  である.  $T_1$  および  $\omega_1$  は数値計算で計測できるため, そのデータを用い

ば  $\Gamma(\psi)$  を

$$\Gamma(\psi) = \frac{2\pi}{T_1(\psi)} - \omega_1. \quad (5)$$

のように求めることが出来る。図 4(左) は 750 単位時間の間のデータから作った  $\Gamma(\psi)$  の分布である。関数  $\Gamma(\psi)$  の形を 5 次までとったフーリエ級数でフィッティングし、得られた曲線と同じグラフ中に実線で示している。

$\Gamma(\psi)$  が与えられると、同期の条件は以下のように得られる。

$$F(\psi) = \Gamma(\psi) - \Gamma(-\psi) = -\Delta\omega, \quad (6)$$

ここで  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$  である。同期した時の位相差 ( $\psi_0$ ) が安定になるのは  $\partial F / \partial \psi(\psi_0) < 0$  ( $F(\psi_0) = 0$ ) の時である。 $F(\psi)$  を図 4(右) に示す。

もし  $\Gamma(\psi)$  の  $\gamma$  依存性が大きくないと仮定すると、同期した場合の位相差は得られた関数形により決まるはずである。 $\gamma = 1.05, 1.03, 1.01$  の場合の位相差  $\psi$  と対応する  $\Delta\omega$  が図 4(右) に破線で示されている。 $\gamma = 1.05$  の場合の  $\psi$  は  $F(\psi)$  の最大値から少しずれているものの、数値計算の結果は  $\Gamma(\psi)$  のばらつきを考えると理論値と概ね合っていると考えられる。

一方で、図 4(左) を見ると、概ね  $5 < \psi < 2\pi$  の領域では点が広範囲に分布しており、単一関数での記述に疑問が生じる。実際  $\psi(t)$  の関数を見るところこの範囲での  $\psi(t)$  は逆戻りをしており、 $d\psi/dt$  が  $\psi$  の一価関数であるという仮定が破綻している。このことから、ここでの相互作用は位相縮約で記述できるほど簡単ではないことを示唆している。なお、渦パターンを詳細に見ると、 $\psi$  の値と  $d\psi/dt$  の符号が同じ場合、異なる時刻であっても渦パターンは非常によく一致しているので、この系の挙動の少数自由度での記述可能性を期待させる。

## 4 まとめ

一様流中に置かれたバネ支持円柱の振動を調べた。パラメータは対称なりミットサイクルが得られるように選んだ。単独の円柱の場合固有振動数により 2 種類の振動が観測された。円柱が 2 つの場合、円柱間距離と自然振動数の差による同期条件を調べた。領域 I では同期した渦パターンはいつも反位相に近いことがわかったが、領域 II では同期した渦パターンはいつも同位相および反位相に近いものが観測される。

固有振動数差の同期領域は、円柱間距離が大きくなると狭くなるが、円柱間距離がある程度以上近くなると必ずしも広くなるとは限らない。これは相互作用が強くなる

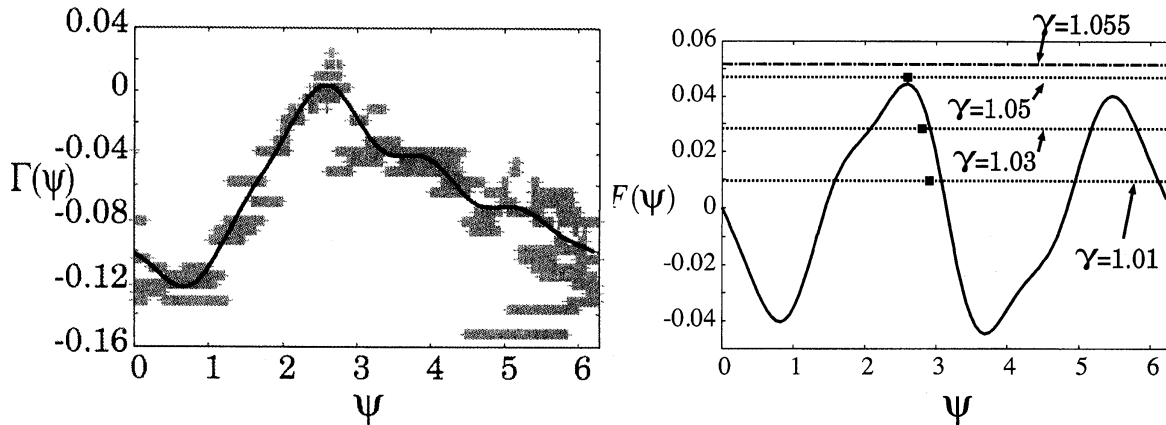


図4 左: 数値計算結果から得た  $\Gamma(\psi)$ ; 右:  $F(\psi)$ . 水平線は  $\gamma = 1.055, 1.05, 1.03$  および  $1.01$  に対応する  $\Delta\omega$  を表す. 黒い丸は同期した状態の  $\psi$  を示す.

ためだと考えられる (図 3). この相互作用を位相ダイナミクスに縮約することを試みた. 得られた結合関数は異なる固有振動数の組に対する位相差を説明することが出来る. つまり単純な位相方程式が複雑な流体運動を記述できることを示した.

流れの相互作用は身近であるにもかかわらず複雑で難しい問題である. とくに物体運動を伴う場合は非常に複雑となる. 昆虫飛翔の問題に立ち返ると, どうして彼らがこのように複雑な流れを制御して運動出来るのかという問題は重要であるが答えるのが難しい. 本稿で述べたような同期を含む, 流れと物体の結合系がもつ何らかの安定化機構と, 自身の意思による陽的な制御をうまく使い分けていると考えられるが, その問いに答えるためには, 実際の生物観測や実験室実験, 実際の生物に近づけた数値計算の知見ももちろん重要であるが, まずは本稿で述べたような単純な系の数理解析の知見を融合させることが必要であると考えられる.

## 5 謝辞

研究集会における参加者皆様の有益なコメントに感謝します. 本講究録の数値計算はすべて中筋真生が行ったものである. 本研究の一部は科研費 (23540433, 22360105, 21340019) および CREST (PJ74100011) の補助を受けたものである.

## REFERENCES

- [1] T. Akinaga and J. Mizushima. Linear Stability of Flow past Two Circular Cylinders in a Side-by-Side Arrangement. *J. Phys. Soc. Jpn*, 74:1366–1369, 2005.

- [2] K. Fujii. Unified zonal method based on the fortified solution algorithm. *J. Comput. Phys.* , 118:92–108, 1995.
- [3] R. D. Henderson. Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. *Phys. Fluids*, 7:2102–2104, 1995.
- [4] F. J. Huera-Huarte and P. W. Bearman. Wake structures and vortex-induced vibrations of a long flexible cylinder—Part 1: Dynamic response. *J. Fluids and Str.* , 25:969–990, 2009.
- [5] F. J. Huera-Huarte and M. Gharib. Flow-induced vibrations of a side-by-side arrangement of two flexible circular cylinders. *J. Fluids and Str.* , 27:354–366, 2011.
- [6] M. Iima. A two-dimensional aerodynamic model of freely flying insects. *J. Theor. Biol.* , 247:657–671, 2007.
- [7] M. Iima and T. Yanagita. An analysis of a symmetric flapping model: A symmetry-breaking mechanism and its universality. *Theor. Appl. Mech.*, 50:237–245, 2001.
- [8] M. Iima and T. Yanagita. Asymmetric Motion of a Two-Dimensional Symmetric Flapping Model. *Fluid Dyn. Res.* , 36:407–425, 2005.
- [9] M. Iima and T. Yanagita. A transition of ascending flight to vertical hovering: a study of a symmetric flapping model. *Europhys. Lett.* , 74:55–61, 2006.
- [10] K. D. Jones and K. B. Center. Numerical wake visualization for airfoils undergoing forced and aeroelastic motions. *AIAA Journal*, 96-0005, 1996.
- [11] H. Liu and K. Kawachi. A numerical study of insect flight. *J. Comp. Phys.* , 146:124–156, 1998.
- [12] J. Miyazaki and S. Kinoshita. Determination of a Coupling Function in Multicoupled Oscillators. *Phys. Rev. Lett.* , 96):1–4, 2006.
- [13] K. Ota, K. Suzuki, and T. Inamuro. Lift generation by a two-dimensional symmetric flapping wing: immersed boundary-lattice Boltzmann simulations. *Fluid Dyn. Res.* , 44:045504, 2012.
- [14] K. Senda, T. Obara, M. Kitamura, T. Nishikata, N. Hirai, M. Iima, and N. Yokoyama. Modeling and emergence of flapping flight of butterfly based on experimental measurements. *Robotics and Autonomous Systems*, 60:670–678, 2011.
- [15] D. Sumner. Two circular cylinders in cross-flow: A review. *J. Fluids and Str.* , 26:849–899, 2010.
- [16] G. K. Taylor and R. Zbikowski. Nonlinear time-periodic models of the longitudinal flight dynamics of desert locusts (*Schistocerca gregaria*). *J. R. Soc. Interface*,

- 2:197–221, 2005.
- [17] N. Uchida and R. Golestanian. Synchronization and Collective Dynamics in a Carpet of Microfluidic Rotors. *Phys. Rev. Lett.* , 104:1–4, 2010.
- [18] N. Vandenberghe, J. Zhang, and S. Childress. Symmetry breaking leads to forward flapping flight. *J. Fluid Mech.* , 506:147–155, 2004.
- [19] D. Weihs. Hydromechanics of Fish Schooling. *Nature*, 241:290–291, 1973.
- [20] C. H. K. Williamson and W. Roshko. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 2(4):355–381, July 1988.
- [21] C H K Williamson and R. Govardhan. Vortex Induced Vibrations. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 36:413–455, 2004.
- [22] 蔵本由紀, 河村洋史. 同期現象の数理. 培風館, 東京, 2010.
- [23] 郡宏, 森田善久. 生物リズムと力学系. 共立出版, 東京, 2011.