数理解析研究所講究録
第 1831 巻 2013 年 85-103

関孝和と大成算経

Seki Takakazu and the *Taisei Sankei*

長田 直樹 (Osada, Naoki)
東京女子大学
Tokyo Woman's Christian University

1 はじめに

関孝和が『大成算経』編纂にあたりいかなる役割を果たしたかについては不明なことが多い。当事者の『大成算経』についての直接の言及があるのは、建部賢明『建部氏伝記』と建部賢弘『綴術算経』にすぎない。本研究では、『大成算経』、『建部氏伝記』、『綴術算経』と関孝和が建部賢弘著『研幾算法』『発微算法演段諺解』に寄せた跋文、および関孝和編とされるいくつかの写本を手がかりに、関孝和と『大成算経』の関係を調べることにする。

『綴術算経』には「關氏」「關子」「孝和」の記述が十四箇所ある。これらのうちの十一カ所は『大成算経』巻之十二と巻之十三に関連している。(詳細は付録に載せる。) 巻之十二と巻之十三には、関の導出と考えられる球の表面積と球の体積の公式が採録されている。そこで、球の表面積と体積について『立円率解』、『解見題之法』、『求積』、『大成算経』と『綴術算経』の記述を比較することにより、『大成算経』巻之十二と巻之十三の原著者を推定する。

さらに『求積』と『大成算経』巻之十三に現れるいくつかの字句を照合することにより、『求積』と巻之十三の関係を明らかにする。その結果、巻之十三の成立過程と『大成算経』における関孝和の役割についても推測することが出来る。

2 『大成算経』編纂における関孝和

2.1 建部賢明『建部氏伝記』

『大成算経』の編纂について建部賢明『建部氏伝記』(1715) の自伝「建部隼之助賢明伝」に

> 凡倭漢ノ數學、其ノ書最モ多シトイヘトモ、未タ釋鎖ノ奥妙ヲ盡サヽル事ヲ歎キ、三士 (関孝和、建部賢明、建部賢弘) 相議シテ、天和三 (1683) 年ノ夏ヨリ、賢弘其首領ト成テ、各新ニ考ヘ得ル所ノ妙旨悉ク著シ、就テ古今ノ遺法ヲ盡テ、元禄ノ中年 (1690 年代) ニ至テ編集ス。總十二巻、算法大成ト號シテ粗是ヲ書寫セシニ、事務ノ繁キ吏ト成サレ、自ラ其微ヲ窮ル事ヲ得ス。 [8]

とある。2.2 節で述べる関の跋文、2.3 節で述べる関の草稿の年紀などから、『大成算経』の編纂が開始されたのは天和三 (1683) 年夏と判断して間違えないであろう。

2.2 『研幾算法』『発微算法演段諺解』に寄せた関孝和の跋文

『大成算経』の編纂についての関の意図は、建部賢弘が刊行した『研幾算法』(1683) と『発微算法演段諺解』(1685) に寄せた関孝和の跋文から、窺い知ることができる。

表 1: 関孝和編の年紀のある数学の稿本

西暦	和暦	数学の稿本
1680	延宝八年	『立円率解』(七月費書)
1683	天和三年	『方陣之法・圓攅之法』(六月訂書)『拾遺諸約之法・翦管術解』(六月重訂)『角法並演段図』(八月重訂)『解伏題之法』(九月重訂)
1685	貞享二年	『解隠題之法』(八月費書)『開方翻變之法』(十一月重訂)『病題明致之法』(十一月重訂)
1686		『題術辯議之法』(十二月)

閲之悉發揮一理貫通之妙旨矣寔解難之標準也凡數至直之道也毫釐謬則差以千里焉頃年耳爲邪説而惑世誣民之徒甚夥矣學者當詳察而已　『研幾算法』跋 [9]

これを閲(けみす)るに、ことごとく一理貫通の妙旨を発揮す。まことに難きを解くのこれ標準なり。およそ数は至直の道なり。毫釐(ごうり)も謬(あやま)るときには、差(たがふ)こと、千里をもってす。頃年邪説をなして世を惑はし、民を誣(しひ)るの徒、はなはだ夥(おびただ)し。学者、まさに詳察すべきのみ。

筭學ハ何(ナニノ)爲(タメ)乎(ソヤ)學ブナリ下難題易題盡(コトコトク)无ノレ不レ明之術ヲ上也雖ニ説クコトレ理ヲ高尚ナリトニ解クコトレ術ヲ迂闊ナル者ノハ乃シ筭斈之(ノ)異端也(ナリ)　『発微算法演段諺解』跋 [10]

算学は何(なに)の為(ため)ぞや。難題、易題、尽(ことごと)く明(あかさ)ざるということ無(なき)術を学ぶなり。理を説くこと高尚なりといへども、術を解くこと迂濶(うかつ)なるのは、乃(すなは)ち算学の異端なり。

関は、難易を問わずあらゆる問題に対し、理を明らかにし解術を与えることができる数学、一つの理が貫通している数学を纏めることを目的としていた、と考えられる。

2.3 関孝和編の稿本

関孝和編として年紀の入った数学の稿本は表 1 に示すように、『立円率解』を除き、天和三年夏秋冬と貞享二年秋冬に訂書、重訂あるいは費書している。貞享元 (1684) 年は検地の仕事で時間が取れなかったものと思われる。

天和三年と貞享二年の稿本は、『角法並演段図』を除き題名はすべて『○○○之法』である。これらは『算法大成』の草稿として書かれたのであろう。

下平和夫は「この『大成算経』を完成させるために、各自の論文を整理した、というのであるから関孝和の多くに天和 3(1683) 年、貞享 2(1685) 年の年紀があるのは偶然ではなく、この『大成算経』の編集のための準備でなかったかと思える。すなわち『訂』とか『重訂』があるのもうなずける。」[20] と述べている。下平のこの指摘は、関の著作と『大成算経』との関連についての、筆者の知る限り最初のものである。

2.4 関孝和は「考検熟考スル事能ハス」だったか

建部賢明は『建部氏伝記』において、2.1 節の引用部分に続き

> 孝和モ又老年ノ上、爾歳病患ニ遭ラレテ考検熟考スル事能ハス。是ニ於テ同十四 (1701) 年ノ冬ヨリ、賢明官吏ノ暇ニ躬ラ其思ヲ精スル事一十年、廣ク考へ詳ニ註シテ二十巻ト作シ、更ニ大成算経ト號テ、手親ラ草書シ畢レリ。 [8]

と書いている。「孝和モ又老年ノ上爾歳病患ニ遭ラレテ考検熟考スル事能ハス」について検討する。

真島秀行は「元禄十四年以降は御勘定頭差添筋となり、始めは勘定頭の補助的な仕事であったものが、後には勘定吟味役として代官の不正なども検挙する立場となり激務であったと考えられる (賢明は、病気のため数学を考えられなくなっていたと描写するが、最後は病気だったとしてもそれに至る過程では多忙であった、ということであろう)。」[17] との見解を述べている。

下平は「爾歳」を「その年」と解し、「関孝和が『その年は病気にかかり、数学を考えることが出来ない』ということをどう考えるか。あるいは55歳という年齢であるから、そう言ってもおかしくはない。関孝和の病気がそれほど長くなかったことは、『天文数学雑著付二十四気昼夜刻数』(1699) などを著していることを考えれば良いであろう。」[20] と『建部氏伝記』の記述を解釈している。

下平が言及している『二十四気昼夜刻数』の写本は、狩野文庫『数学雑著』[5] の冒頭に合綴されている。(『数学雑著』の書誌学的検討は小林龍彦 [14, pp.88-104] が行っている。)『二十四気昼夜刻数』の序文に年紀「元祿己卯 (1699) 雨水日革墩藤子豹書」がある。革墩(かくとん)の原意は革製の太鼓の形をした腰掛けと思われるが、真意は不明である。藤原松三郎は子豹を関孝和の字 [23, p.131] とし、小林は藤子豹を関孝和の号 [14] としている。

広瀬秀雄は『二十四気昼夜刻数』について「こんな昼夜刻数の計算は、既に天和元年頃の孝和の著書『授時暦経立成』で完成しているので『気昼夜刻数』の年紀元禄十二年は単にそれを書写した年月を示すにすぎず、研究完成の年とは何の関係もないとすべきであろう。」[15, p.207]「数学的にも、暦学的にもほとんど意味のない」[15, p.211] と酷評している。しかしながら、元禄十二年頃は暦学について間違った解釈が横行していたのでこれを執筆したのであろう。当時の暦学では、たとえば正徳三 (1713) 年出版の『和漢三才図会』[12] 第五巻にあるように、冬至の昼四十刻、夜六十刻が定説であったので、関は『二十四気昼夜刻数』で

> 余竊ニ於江府一測ニ北極出地ヲ推ニ二至刻數一得ニ冬至晝三十九刻七十分奇夏至晝六十刻三十分弱ヲ一 [5]
>
> 余江府に於て、竊(ひそ)かに北極出地を測る。二至刻数をおしはかり、冬至昼三十九刻七十分奇、夏至昼六十刻三十分弱を得る。

として、冬至の昼三十九刻七、夜六十刻三と改めた。『二十四気昼夜刻数』に数学的新規性はないとしても、暦学的に十分意味はあったと思われる。

また、『四余算法』という暦学に関する写本が東北大学岡本文庫、東京大学旧南葵文庫にある。岡本文庫のは『宿曜算法』と、旧南葵文庫のは『関氏雑著』[7] として『授時発明』『宿曜算法附』『算脱験符』と合綴されている。『四余算法』の序文に「元祿歳次丁丑 (1697) 孟夏望後三日革墩關孝和子豹謹書」[4] とある。本文では、元禄九 (1696) 年を例にとり計算されている。さらに、『四余算法』は榊原霞洲の写本『関氏雑著』に含まれるので、関が1697年に執筆したものと思われる。

佐藤賢一によると、関孝和は元禄十一 (1698) 年に甲府藩の書簡に署名している [19, p.212]。また、関は新井白石が記録した元禄十五 (1702) 年証文の発給者になっている [19, p.58]。これらのことから、この時期には職務をこなしていたことが推察される。

元禄中年『算法大成』編集後に、関は職務もこなしており、暦学的に意味のある書を少なくとも2編著している。したがって「考検熟考スル事能ハス」は、下平あるいは真島のような解釈をしない限り疑問が残る。

3　球の表面積

球の表面積は『解見題之法』、『大成算経』巻之十二、十三、『綴術算経』に現れる。著者名が明確なのは『綴術算経』の建部賢弘だけであるが、これに建部賢弘の方法と関の方法が紹介され、比較されている。

3.1　建部賢弘の方法

『綴術算経』探求球面積術第八では、球の表面積を求める 2 つの方法を述べている。最初に建部自身の方法が述べられている。

直径一尺一厘 (10.01 寸) の球の体積と直径一尺の球の体積をとの差を、半径の差 (片厚) 五毛 (0.005 寸) で割り片面積

$$S_0 = \frac{\frac{\pi}{6}(10.01^3 - 10^3)}{0.005} = 314.473529344 \text{強}$$

を得る。片面積は球の体積の 1 階差分商 (片実積) の 2 倍である。次に直径一尺一糸 (10.0001 寸) の体積との差を半径の差五忽 (0.00005 寸) で割り片面積 $S_1 = 314.162406962$ 強を得る。さらに直径一尺一微 (10.000001 寸) との差を半径の差五繊 (0.0000005 寸) で割り片面積 $S_2 = 314.159296775$ 弱を得る。建部は記述していないが直径 10.00000001 寸との差を半径の差 0.000000005 寸で割り片面積 $S_3 = 314.159265673$ 強を求め、エイトケン Δ^2 法 (建部は「損約ノ術」と呼んでいる)

$$S_2 - \frac{(S_1 - S_2)(S_2 - S_3)}{(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)} = 314.159265359 \text{弱} \fallingdotseq 10^2\pi$$

により、直径 D の球の表面積 πD^2 を導いている。建部は「三件ノ片面積 (S_0, S_1, S_2) ヲ視テ損約ノ術ニ依テ」と書いているが損約術を適用したのは S_1, S_2, S_3 である。S_0, S_1, S_2 に損約術を適用すると 314.1592653694 強となり、建部が与えている 314.159265359 弱にはならない。(森本 [18, p.92] が指摘している。) 建部は『綴術算経』執筆に当たっては、新規に計算を行わなかったものと思われる。

直径 D を固定し

$$S(h) = \frac{\frac{\pi}{6}(D+h)^3 - \frac{\pi}{6}D^3}{\frac{h}{2}} = \pi(D^2 + Dh + \frac{1}{3}h^2)$$

とおく。(表面積 πD^2 との誤差はおおよそ h に比例する。)

$$S(h^2) = \pi(D^2 + Dh^2 + \frac{1}{3}h^4), \quad S(h^3) = \pi(D^2 + Dh^3 + \frac{1}{3}h^6), \quad S(h^4) = \pi(D^2 + Dh^4 + \frac{1}{3}h^8)$$

これより、

$$\begin{aligned}
& S(h^3) - \frac{(S(h^2) - S(h^3))(S(h^3) - S(h^4))}{(S(h^2) - S(h^3)) - (S(h^3) - S(h^4))} \\
&= \pi(D^2 + Dh^3 + \frac{1}{3}h^6) - \frac{\pi^2 h^5 (1-h)^2 \left\{D^2 + \frac{h^2}{3}(1+h)^2 D + \frac{h^5}{9}(1+h)^2\right\}}{\pi h^2 (1-h)^2 \left\{D + \frac{h^2}{3}(1+h)^2\right\}} \\
&= \pi(D^2 + Dh^3 + \frac{1}{3}h^6) \\
&\quad - \pi h^3 \left\{D + \frac{h^2}{3}(1+h)^2 + \frac{h^5}{9D}(1+h)^2\right\}\left\{1 - \frac{h^2}{3D}(1+h)^2 + \frac{h^4}{9D^2}(1+h)^4 + O(h^6)\right\} \\
&= \pi D^2 + \frac{\pi}{3}h^6 - \frac{\pi}{9D}h^7 + O(h^8)
\end{aligned}$$

建部は $D=10, h=0.01$ としているので理論的誤差は

$$\frac{\pi}{3}10^{-12} = 1.05 \times 10^{-12}\text{弱}$$

となる。建部の計算をコンピュータで追試すると、誤差は

$$314.159265358980371 - 314.159265358979324 = 1.047 \times 10^{-12}$$

となる。建部は誤差が $10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}$ の 3 つの片面積から球の表面積を計算し誤差 10^{-12} の近似値を得ている。

3.2 関の方法

『綴術算経』探求球面積術第八では、球の表面積について建部自身の方法を述べた後、

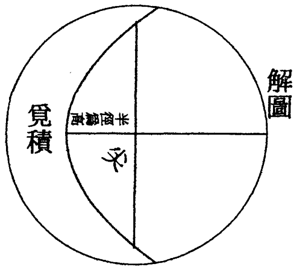
> 亦球心ヲ錐ノ尖ト見、球半徑ヲ錐ノ高ト見、球積ヲ錐ノ積ト見テ、積ニ錐法三ヲ乗シ錐高ヲ以テ除テ錐面ノ積ヲ得ルヲ便球面ノ積トス。 [11]

を紹介している。次の記述から関の方法であることが分かる。

> 關氏曰ク、萬法ヲ理會スルハ形ヲ見、道條ヲ立ヲ以テ原要トス。是ハ此探事ヲ不爲シテ首ヨリ眞術ヲ會スルノ奥旨也ト。乃後ノ術球ノ形ヲ察シテ中心ヲ極トシ錐形ニ見造ハ即形ヲ見、道條ヲ立ルニシテ探ル事無ク直ニ眞術ヲ理會スル也。故ニ始ノ術ヲ以テ下等ナリト爲リ。 [11]

関の方法は、ほとんど同じものが関孝和編『解見題之法』折乗第四にある。

> 假如有立圓徑 若干 問覚積
> 置徑自乗之得數以圓周法乗之得覚積
> 　解術視錐而半徑爲高中心
> 　爲尖立圓積爲錐積三之以
> 　高除之得錐面之覚積即立
> 　圓覚積也



たとへば、立円有り。径若干覚積を問ふ。
径を置きこれを自乗し得る数を円周法を以てこれに乗じ覚積を得る。
　解術。錐を視、半径を高さとなし、中心を尖となし、立円積を錐積となし、これを三し、高さを以てこれを除し、錐面の覚積を得、すなわち立円覚積なり。

解術は、球[立圓]の中心を頂点[尖]とし、高さが半径 $D/2$ に等しい小錐体[錐]に分割する。小錐体の体積の和が球の体積に一致し、底面積の和 S が半球の表面積[覚積]になる。錐体の底面積を無限小にすると

$$\frac{1}{3}\frac{D}{2}S = \frac{\pi}{6}D^3$$

から $S = \pi D^2$ が導かれる。

関が球を無限小の錐に分割するという無限小幾何学の考えを用いていることは、『大成算経』巻之十三において、円の面積を底辺が無限小の二等辺三角形[圭]の和として求めていることから推察できる。

解曰是角所極而自中心累圭者成此形故周擬圭闊半徑擬圭長求之

解曰く、これ角の極むる所、而して中心より圭を累ね、この形を成す。故に周を圭の闊 (底辺) に擬し、半径を圭の長 (高さ) に擬しこれを求む。

『大成算経』巻之十三の著者は明らかではないが、円径率を 355/113 としていることから書かれている数学は関のものと考えられる。

円の面積および球の表面積に関する関の方法は、ヨハネス・ケプラー (Johannes Kepler) が『ぶどう酒樽の新立体幾何学』*Nova Stereometria Dolliorvm Vineriorvm* (1615)[1] で与えたものと本質的に同じものである。ケプラーは球の表面積から球の体積を導き出したが、関は錐の体積が柱の体積の 1/3 となることおよび球の体積から球の表面積を導き出している。原亨吉 [13, p.140]、杉浦光生 [21] を見よ。

3.3 『大成算経』巻之十三

『大成算経』巻之十三は

假如有全球徑一尺問冪積

答日冪積三百一十四寸 一百一十三分寸之一十八

術日置徑 一尺 自之以圓周率相乗得 三萬五千五百寸 爲實以圓徑率除之得冪積

解日界于半径視圓錐 乃中心爲尖球徑爲錐徑球半徑爲高 求半球積準錐積

三之準壔積以錐高 即球半徑 除之得圜面平積即爲半球冪積倍之得全球冪積

例えば全球有り、径一尺冪積を問ふ。

答えに日く、冪積三百一十四寸 [一百一十三分寸之一十八]。術に日く、径 [一尺] を置き、之を自し、圓周率を以て相乗 [三萬五千五百寸] を得實となし、円径率を以て之を除し、冪積を得る。

解日、半径を界し圓錐と見 [乃ち中心を尖となし、球径を錐径となし、球半径を高となし] 半球積を求む。錐積に準じ之を三たびし、壔積に準じ錐高 [即ち球半径] を以て之を除き、円面平積を得る。即ち半球冪積となし、之を倍して全球冪積を得る。

となっている。

『綴術算経』の「後の術」および『解見題之法』と同系統の解法である。「後の術」では球を錐に分割するのに対し、巻之十三では半球を錐に分割し半球の表面積を 2 倍して球の表面積を得ている。また、「後の術」の「錐」が巻之十三では「圓錐」になっている。

3.4 何故建部の方法は「下等」とされたか

建部賢弘が関孝和から言われた「形《カタチ》ヲ見《ミ》、道條《ミチスチ》ヲ立《タ》」ててないということを別の視点から見てみる。

3.1 節で述べたように建部が与えたのは πD^2 に近づくことを数値的に示しただけで、値が πD^2 になることを導いた訳ではない。関は『題術辯議之法』において、目的結果は正しいが、その手段が常道に反する方法 (権術《けんじゅつ》) について

權術第三

權術有四塞断跡碎是也 (中略) 碎者自遠至近數次而求所問故其術不完也

> 権術に四あり。塞断踈砕これなり。(中略) 砕は遠くより近くに至る、数次問ふ所を求む故その術不完なり。 [3]

と書いている。(「権術」は朱子『大学章句序』にある「権謀術数」をからとったのかも知れない。) 建部の方法は「砕」(逐次近似法) に該当する権術と見なされた。

実は、建部が $h, h/2, h/4$ に累遍増約術 (リチャードソン補外) を「逐差ノ數」$2^{-1}, 2^{-2}$ として適用していれば正確な値を与えることができた。

$$s(D,h) = \pi D^2 + \pi Dh + \frac{1}{3}\pi h^2$$
$$s(D,h/2) = \pi D^2 + \frac{\pi}{2}Dh + \frac{1}{12}\pi h^2$$
$$s(D,h/4) = \pi D^2 + \frac{\pi}{4}Dh + \frac{1}{48}\pi h^2$$

より

$$s_1(D,h) = 2s(D,h/2) - s(D,h) = \pi D^2 - \frac{1}{6}\pi h^2$$
$$s_1(D,h/2) = 2s(D,h/4) - s(D,h/2) = \pi D^2 - \frac{1}{24}\pi h^2$$

を作ると

$$s_2(D,h) = s_1(D,h/2) + \frac{1}{3}(s_1(D,h/2) - s_1(D,h)) = \pi D^2$$

と真値が得られる。建部がこの方法を示していれば、関の評価は異なっていたかもしれない。

『大成算経』巻之十六『大成算経』巻之十六には

> 権術第四 砕索断約疎
>
> 権術有五焉砕者以一爲首逐一増損數毎次比量題數馴積而求之遂得定數者是也 俗謂之目子算 索者臨機而或仮設親法或即属顕数窺得初数而後依術視有余不足以其差損益而屢求之遂得的数者是也 俗謂之攷帯従 此両術者自浅窮深自遠至近之法雖其所為漸遅求難得之数者莫過焉是以或得式乗数最高自難得開出者或弧円成截補之巧而難輒求者皆由此却速求得其数是故諸術之本也
>
> 権術(けんじゅつ)に五あり。砕(さい)は、一を以て首(はじめ)となし、逐一、数を増減し、毎次、題数を比量し、積を馴らして之を求め、遂に定数を得る者これなり。[俗に之を目の子算と謂う。] 索(さく)は、機に臨んで或いは仮に親法を設け、或いは即ち顕数に属し、初数を窺い得て後、術に依りて有余不足を視て、其の差を以て損益して屢(しばしば)之を求め、遂に的数を得る者これなり。[俗に之を攷帯従と謂う。] 此の両術は、浅きより深きを窮め、遠きより近きに至るの法にして、其の所為、漸く遅しと雖も、得難きの数を求むるは、過るなし。是を以て或いは得式の乗数の最も高くして開出得難き者、或いは弧円截補の功にして輒(すみやか)に求め難き者、皆之に依って却って速やかに其の数を求め得る。是故に、諸術の本と為すなり。
>
> 森本読み下し [24]

関は逐次近似を「砕」と名付け「不完也」としたが、巻之十六では「索 (手偏または木偏の索)」と呼び方を変え「諸術之本也」と正反対の評価を与えている。

藤原松三郎は「ここには「諸術の本也」と非常にこれを高く評價してゐることを見逃してはならぬ。」[23, p.434] と注意を喚起している。

4 球の体積

球の体積は『立円率解』、『解見題之法』、『括要算法』巻貞、『大成算経』巻之十二、十三、『綴術算経』に現れる。

『解見題之法』には術文だけが書いてあり「求立圓積法術載于別記」として「解術」は書いてない。『立円率解』、『括要算法』巻貞、『大成算経』巻之十二、『綴術算経』は同じ方法である。『大成算経』巻之十三はこれらとは全く異なる方法である。

4.1 『立円率解』

関孝和は延宝八 (1680) 年に執筆した『立円率解』において球の体積を与えている。

直径 $D = 10$(寸) の球を赤道に平行な等間隔の平面で m(m は偶数) 分割する。各切片に対し上底と下底の直径の冪 (弦冪) の和の半分に厚さを掛けた値を截積とすると、截積の和は

$$v_m = 2\sum_{i=1}^{m/2} \frac{D}{2m}\left(4\frac{(i-1)D}{m}\left(D-\frac{(i-1)D}{m}\right)+4\frac{iD}{m}\left(D-\frac{iD}{m}\right)\right), \tag{1}$$

となる。関は $m = 50, 100, 200$ の 3 通りを計算し

$$a = v_{50} = 666.4, \quad b = v_{100} = 666.6, \quad c = v_{200} = 666.65.$$

をあたえた。a, b, c をそれぞれ初積、中積、後積と名付けている。分割を無限大にしたときの値を約積という。約積は球の体積を $\pi/4$ で約した値になることから命名されたと考えられる。

$$v_m = \frac{2D^3}{3} - \frac{2D^3}{3m^2}$$

より、約積の値は $\lim_{n\to\infty} v_n = 2D^3/3$ となる。

a, b, c を初積、中積、後積とするとき、関は約積を

$$\frac{((b-a)-(c-b))b+(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}\left(= b + \frac{(b-a)(c-b)}{(b-a)-(c-b)}\right)$$

により求めている。a, b, c は

$$a = \frac{2D^3}{3} - \frac{2D^3}{3m^2}, \quad b = \frac{2D^3}{3} - \frac{D^3}{6m^2}, \quad c = \frac{2D^3}{3} - \frac{D^3}{24m^2},$$

と表せる ($m = 50, D = 10$) ので

$$\frac{2D^3}{3} - \frac{D^3}{6m^2} + \frac{\frac{D^3}{2m^2}\frac{D^3}{8m^2}}{\frac{D^3}{2m^2} - \frac{D^3}{8m^2}} = \frac{2D^3}{3} - \frac{D^3}{6m^2} + \frac{D^3}{6m^2} = \frac{2D^3}{3}.$$

となる。すなわちエイトケン Δ^2 法は真値を与えている。球の切り口における正方形と円の面積比は $1 : \pi/4$ であるので、球の体積 (定積) は約積に $\frac{1}{4}\pi$ を乗じたものになる。そうして球の体積が $\frac{1}{6}\pi D^3$ となることを導いている。

4.2 『大成算経』巻之十二

『大成算経』巻之十二は立円率第三の冒頭に定義が与えてある。

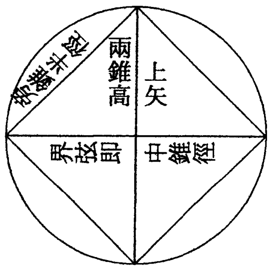
> 立圓者立起之圜也上下四旁皆圓而形如球 俗謂之玉 其圍日周徑緯闊日徑外包面者日羃唯以積數難直得之故亦驗徑一之積為乘除率求之也
>
> 立円は立起の円なり。上下四旁皆円、しかして形球のごとし [俗にこれを玉と謂ふ]。その囲日く周径、緯闊日く径、外包面は日く羃、唯もって積数直ちにこれを得難し。故にまた験径一之積乗除率を為しこれを求むなり。

続いて、『立円率解』とほぼ同様の方法で球の体積が与えられている。

4.3 『大成算経』巻之十三

『大成算経』巻之十三は立積問 17 に球の体積の問題「假如有立圓徑三尺問積」があり、「解日」に説明がある。参考までに『求積』(岡本写 0003) の表現および読み下しを【】内に記す。問 17 に関する両者の異同は 6.1 節で述べる。

> 解日是立起六面之圓從【徑】半徑界上下而累圓臺則成此形也上下積各適【通】合于二圓錐故以上下矢 乃半徑 準兩錐高以弦 乃圓徑 準中錐徑并左右旁弦準旁錐徑仍圓徑自乘為中錐徑冪上下矢與圓徑相乘倍之為旁錐徑冪二数相併乘錐高又乘圓積法以錐法三約之得上二圓錐積倍之即全立圓積也形無相對故形極亦無之



> 解日くこれ立起六面の円、半径に従ひ、上下を界として【径(ただち)に半径上下を界として】、円台を累ぬれば、すなはちこの形をなすなり。上下の積は各々二円錐に適合す【上下の積は各々通じ二円錐に合す】。故に上下の矢 [すなはち半径] を以て両錐の高に準じ、弦 [すなはち円径] を以て、中錐の径に準じ、左右の旁弦を併せ、旁錐の径に準ず。よって円径の自乗を中錐の径冪となし、上下の矢と円径を相乗、これを倍し旁錐の径冪となす。二数相併せ、錐高を乗じ、また円積法を乗じ、錐法三を以てこれを約し、上の二円錐の積を得、これを倍し、すなはち立円積なり。形相対無き故、形極またこれ無し。

半球の体積を球缺の体積の公式に当てはめて求めている。両錐とは中錐と旁錐で、半球を内接する円錐「中錐」とその外側「旁錐」(錐ではないが錐と見なしている) に分けている。中錐は円径を底面の直径、上矢 (すなわち半径) を高さとする円錐である。図の「旁錐半径」の部分は「旁弦」である。(旁弦の長さは「旁錐半径」ではなく「旁錐径の $1/\sqrt{2}$」である。『求積』(岡本写 0003) では「旁錐徑半」となっているが、これも正しくない。) 径矢弦術より 旁弦^2 = 矢 × 円径 が成り立つ。旁錐は上矢 (すなわち半径) を高さ、旁弦冪の 2 倍を底面の径冪とする円錐と見なしている。

$$\text{旁錐積} = \frac{1}{3}\frac{\pi}{4}(2(\text{旁弦})^2) \times \text{矢} = \frac{\pi}{6}\text{矢}^2 \times \text{円径}$$

旁錐積のここまでは任意の球缺について成り立っている。半球の場合は、矢は立円の半径であるので、

$$\text{球積} = 2(\text{中錐積} + \text{旁錐積}) = 2\left(\frac{1}{3}\frac{\pi}{4}\text{円径}^2 \times \text{半径} + \frac{\pi}{24}\text{円径}^3\right) = \frac{\pi}{6}\text{円径}^3$$

関孝和は証明はつけてないが「球缺の旁錐積は上矢を高さ、旁弦冪の2倍を底面の径冪とする円錐の体積に一致する」ことを使って、立円積法 $\pi/6$ を導いたと考えられる。円錐の体積 $\dfrac{\pi}{12}$円径^{2}高さを仮定すれば、「球缺の旁錐積は上矢を高さ、旁弦冪の2倍を底面の径冪とする円錐の体積に一致する」ことと、球の体積が $\dfrac{\pi}{6}$円径^3 となることは、数学的に同値である。加藤平左エ門は「旁錐積は球の体積と無関係には求められない。それゆえ求積に示したこれらの術はけっきょく循環論たるを免れ得ない」[16, p.210] と書いている。

4.4 『綴術算経』探砕抹數第九

建部は球の体積について『綴術算経』探砕抹數第九において

> 球積(キウセキ)ヲ砕-抹スル者ハ球徑ヲ等(ヒトシ)ク細片(サイヘン)シテ毎片圓臺(タイ)ノ形(カタチ)ト造(ナ)シ片-厚ヲ累(カサ子)テ弧-矢トシテ毎片弧-弦ヲ求テ便(スナハチ)毎片上下臺徑ニ取用(シヨヨウ)シ片-厚ヲ便(スナハチ)臺高トシ圓臺ノ積ヲ求ル術ニ依テ片片ノ積ヲ求メ片-数ノ如(コト)ク臺積ヲ累併テ截積トス 但臺積ヲ求ル者圓率ヲ用ル事ヲ省テ方積ニ通用ス 又其(ソノ)片-数逐(チク)倍シテ件-件ノ截積ヲ求メ其(ソノ)數ヲ探(サクリ)テ増約ノ數ヲ索(モト)メ術ノ如クシテ眞積ノ極数ヲ得(ウル)ナリ是即(コレスナハチ)求積ノ理ニ忤(サカフ)事無(ナキ)ユヘ極數ヲ得ルニ滞(トトコホ)ル事無(ナシ)ト雖更(イヘトモサラ)ニ又玄(フカ)ク探ルニ其(ソノ)臺積ヲ求ル術理(リ)ニ中(アタ)ルニ似(ニ)テ數猶(カスナヲ)不中(アタラ)也故ニ毎片ノ上-徑冪ト下-徑冪ト相併セ高ヲ乘シ折半シテ通片積トシ片-數ノ如ク累子併テ通截-積得(エ)又片數ヲ逐倍スル件-件ノ截積ヲ求テ増約ノ術ニ依テ求ルトキハ片数最少(モトモスクナキ)ヲ以テ求ムト雖徑(イヘトモタタチ)ニ眞積ノ極数ヲ得ルナリ蓋其(ソノ)片-積ヲ求ルコト臺積ヲ求ル術ニ非(アラ)ス是(コレ)球積ヲ砕-抹スルニ於(ツイ)テ一奇術(イツキシユツ)ニシテ即(スナハチ)球積砕抹ノ質ニ順(シタカ)フ者ナリ [11]

と記している。ここに記された方法は、『立円率解』、『括要算法』巻貞、『大成算経』巻之十二で述べられた関の方法 (1) である。

関の方法は「片数最少(モトモスクナキ)ヲ以テ求ムト雖徑(イヘトモタタチ)ニ眞積ノ極数ヲ得ルナリ」すなわち、v_2, v_4, v_8 に増約術を適用しても真値を与えることを指摘している。

円台の体積で近似し π で割ると、(1) は

$$\bar{v}_m = \sum_{i=1}^{m} \frac{\pi D}{3m} \left(\frac{(i-1)D^2}{m} - \frac{(i-1)^2 D^2}{m^2} + \frac{D^2}{m^2}\sqrt{(mi - m - (i+1)^2)} + \frac{iD^2}{m} - \frac{iD^2}{m^2} \right)$$

となる。$\bar{v}_{50} = 166.403964, \bar{v}_{100} = 166.595126, \bar{v}_{200} = 166.647325$ に増約術を適用すると 166.666936 となる。真値 $D/6 = 166.666667$ とは6桁しか一致しない。

「毎片ノ上徑冪ト下徑冪ト相併セ高ヲ乘シ折半シテ」で体積を求め、増約術を適用すると真値を与えるが、円台の体積では真値を与えないので、建部は「一奇術(イツキシユツ)ニシテ即(スナハチ)球積砕抹ノ質ニ順(シタカ)フ者ナリ」と絶賛している。

なお、村松茂清は『算俎』において球の体積を、$\bar{v}_{100}$ を用いて求めている。

5 『大成算経』巻之十二の原著者

5.1 円周率

球の体積 $\pi D^3/6$ を計算するために用いる円周率を見てみる。関は『立円率解』では円周率 [圓徑率] を 355/113 としている。『括要算法』巻貞「求立円積術」でも円周率を 355/113 としている。

『大成算経』巻十二「立円率第三」では 5419351/1725033、『大成算経』巻之十三平積の問 15,16,17、立積の問 17 で 355/113 としている

5.2 載

『綴術算経』には探圓數第十一に「其求ル截周冪ヲ術及ヒ所求ノ之數載于圓率ニ故今畧ス之」、「其増約ノ諸數載于圓率故今畧此」、「其零約ノ諸率ノ數載于圓率故今畧此」とある。探弧數第十二には「委ク弧率ニ載ス之」とある。「圓率」は『大成算経』巻之十二の「圓率第一」、「弧率」は「弧率第二」と考えられている。

5.3 例題

圓術、弧術、立圓術、球缺術は、それぞれいくつかの問題の解法を与えている。問題の形式が同じである『解見題之法』と比較する。

圓術では、「假如有圓徑若干問周」、「假如有圓周若干問徑」、「假如有圓徑若干問積」、「假如有圓周若干問積」の四題が載せられている。

一方、『解見題之法』は第四例「假如有平圓周若干徑若干問積」の一題だけである。『解見題之法』で第四例を扱ったのは、問題の解き方よりも円の面積は底辺が円周、高さが半径の三角形の面積に等しいことを言うために置いたと考えられる。

弧術では、「假如有弧圓徑若干矢若干問弦」、「假如有弧矢若干弦若干問圓徑」、「假如有弧圓徑若干弦若干問矢」、「假如有弧矢若干弦若干問離徑」、「假如有弧弦若干離徑若干問徑」、「假如有弧矢若干圓徑若干問旁斜弦」、「假如有弧矢若干圓徑若干問背」、「假如有弧矢若干弦若干問背」の八例が取り上げられている。

『解見題之法』ではいずれとも異なる「假如有弧矢若干弦若干問積」のみが取り上げられている。

立圓術では四例取り上げられているが、『解見題之法』では「假如有立圓徑若干問積」、「假如有立圓徑若干問覓積」の二例である。

球缺術でも四例取り上げられているが、『解見題之法』では「假如有立闕矢若干弦若干問積」、「假如有立闕矢若干弦若干問頂覓積」の二例である。

5.4 巻之十二の原著者

巻之十二の構成は、

圓率第一、一丁〜十二丁
圓術、十三丁
弧率第二、十四丁〜三十二丁
弧術、三十三丁〜三十五丁表
立圓率第三、三十五丁裏〜四十丁
立圓術、四十一丁
球缺率第四、四十二丁表〜四十二丁裏
球缺術、四十二丁裏〜四十三丁

となっている。

『大成算経』巻之十二の円周率が5419351/1725033であること、建部賢弘が『綴術算経』で『大成算経』巻之十二の円率第一、弧率第二に載せたと書いていることから『大成算経』巻之十二の円率第一、弧率第二の原著者は建部賢弘である。立円率第三の算法と約積は関の草稿『立円率解』と大きな違いはないが、乗除率は円周率を5419351/1725033としている。したがって、『大成算経』巻之十二立円率第三は、関の原稿を基に建部賢弘が手を加えたものと考えられる。球缺第四の起術で述べられている算法は『求積』問20と同じである。『求積』を参考に建部が書き下ろしたものであろう。

圓術、弧術、立圓術、球缺術は、それぞれいくつかの問題の解法を与えている。『解見題之法』と例題の形式は同じであるが、例題の種類は増えている。また、『解見題之法』の「平圓」「立圓闕」が巻之十二では「圓」「球缺」となっている。

建部賢弘は『括要算法』巻貞の原書を基に、円率と弧率を全面的に書き換え、立円率には若干手を加え、球缺を『求積』に沿って書き下ろしたものが『大成算経』巻之十二の原書と考えられる。

6　『求積』と『大成算経』巻之十三

『求積』と題し「關孝和編」とする写本がある。藤原松三郎は、『大成算経』巻之十三について「巻13は求積と題され、關孝和の求積と全く同一である。」[23]とのみ記し、関の求積がそのまま『大成算経』巻之十三に取り入れられたように書いている。『関孝和全集』は、『求積』を関の著作として収録している。

近年、「七部書中の『求積』は、『大成算経』の一部をそのまま抜粋したものである。」[14, p.37]という逆の見方もある。

6.1　用字用語による比較

『大成算経』巻之十三と『求積』の写本で異なる表現のうち7カ所を比較してみる。俗字、略字、異体字は区別しない。取り上げる写本は表2の通りである。東北大学は「東北大学和算資料データベース」、京都大学は「京都大学数学教室貴重書ライブラリ」、九州大学桑木文庫は「九州大学中央図書館桑木文庫和書」を表す。

上記写本の前書きにおいて最初に異なるのは64字目で、「形」と「術」に二分される。文は「而能施通變之形俗謂之坪積也」である。割注の「坪積(つぼつもり)」は立体の体積を求めることである。[23, p.95]

表示	写本
而能施通變之形	求積前篇, 求積 (岡本写0003), 求積 (岡本写0010), 求積 (林集書), 藤原集書, 狩野20820
而能施通變之術	求積 (榊原), 求積 (桑木685), 後伝48, 狩野31453, 京大151, 京大152, 岡本写0041, 桑木648

「しかして能く通変の形[俗にいう坪積]を施すなり」と「しかして能く通変の術[俗にいう坪積]を施すなり」のいずれでも意味は通りそうである。なお、建部賢弘『研幾算法』序に「於彼問編訂通變精微之術」(かの問いにおいて通変精微の術を編訂して)との用例がある。

前書きからもう一カ所取り上げる。(1行20字で)6行目が「以」と「故」に二分される。

表 2: 比較する写本

略称	所蔵館請求番号等	書写	備考
求積			
求積 (榊原)	東京大学総合図書館 T20:69	榊原霞洲	編者名なし
求積前篇	宮城県図書館関算前伝 83	安永九 (1780) 年	關孝和編撰
求積 (岡本写 0003)	東北大学岡本写 0003	板野玄璋 文化八 (1811) 年	關孝和編
求積 (岡本写 0010)	東北大学岡本写 0010		編者名なし
求積 (林集書)	東北大学林集書 0741		
求積 (桑木 685)	九州大学桑木文庫 685		編者名なし
大成算経巻十三			
後伝 48	宮城県図書館関算後伝 48	安永九 (1780) 年	
狩野 31453	東北大学狩野 7.31453.20	平千里 寛政二 (1790) 年	
京大 151	京都大学 wasan151	會門生四人 嘉永四 (1851) 年	狩野 31453 の写本
京大 152	京都大学 wasan152		
岡本写 0041	東北大学岡本写 0041		
藤原集書	東北大学藤原集書 450		図の省略多し
狩野 20820	東北大学狩野 7.20820.20		図の省略多し
桑木 648	九州大学桑木文庫		狩野氏圖書記

表示	写本
是以分平立之二篇	求積前篇, 求積 (岡本写 0003), 求積 (岡本写 0010), 求積 (林集書), 藤原集書, 狩野 20820
是故分平立之二篇	求積 (榊原), 求積 (桑木 685), 後伝 48, 狩野 31453, 京大 151, 京大 152, 岡本写 0041, 桑木 648

『求積』の前文と平積では「是以」は 4 例用いられ、「故以」は 20 例用いられているが、「是故」はこの箇所以外にはない。したがって、『求積』の著者は「是以分平立之二篇」と書いたと思われる。

平積の冒頭の文が異なる。

平積者平衍之状也	求積 (榊原), 求積前篇 (関算前伝 83), 求積 (岡本写 0003) 京大 152, 岡本写 0041, 狩野 31453, 桑木 648
平積者平術之状也	関算後伝 48, 京大 151, 求積 (桑木 685),
平積者平行之状也	求積 (桑木 678), 藤原集書, 狩野 20820
平積者平之状也	求積 (岡本写 0010), 求積 (林集書)

立積の冒頭は狩野 20820、藤原集書で「立責者立起之状也」となっていることを除き、すべての写本で「立積者立起之状也」と平積の冒頭と対句になっている。「平衍」は平たく広がったこと、

「立起」は高く持ち上がったことであるので、平積の冒頭は「平衍」であろう。「平術」「平行」は字形が似ている「平衍」の誤写と判断できる。求積 (榊原) が「平衍」なので、『大成算経』巻十三の原書は「平衍」であったと考えられる。

最近、藤井康生 [22] により数学の誤りがそのまま写本に引き継がれたケースが指適された。立積問 4「假如有方錐下方一尺五寸高二尺問積　答曰積一百五十寸」である。正しい答えは一千五百寸であり、後伝 48(関算四伝書) 以外はすべて誤っている。

表示	写本
答曰積一百五十寸	求積前篇, 求積 (岡本写 0003), 求積 (岡本写 0010), 求積 (林集書), 求積 (桑木 685), 求積 (榊原), 狩野 31453, 京大 151, 京大 152, 藤原集書, 狩野 20820, 岡本写 0041, 桑木 648
答曰積一千五百寸	後伝 48

四伝書を除き最後まで訂正されなかったこの例は、四伝書の『大成算経』が際立っていることを示している。また、和算家が写本する際、内容を考えずそのまま写本する、あるいは原本が誤っていると思っても訂正せずにそのまま写本するというのが当時の写本の作法だったのかもしれない。関孝和の『揚輝算法』のように、訂正しながら写本を行うのは訂写というのであろう。

次に 4.3 節で考察した、球の体積の解曰くの 2 カ所を見る。一行目「徑半徑界上下」(徑(ただち)に半径上下を界として)「從半徑界上下」(半径に従ひ上下を界として) が異なる。文脈から「徑」が正しいように思われる。「從」は字形の似ている「徑」の誤写であろう。

表示	写本
徑半徑界上下	求積前篇, 求積 (岡本写 0003), 求積 (岡本写 0010), 求積 (林集書), 求積 (桑木 685), 藤原集書, 狩野 20820
從半徑界上下	求積 (榊原), 後伝 48, 狩野 31453, 京大 151, 京大 152, 岡本写 0041, 桑木 648

もう一カ所は「上下積各通合于二円錐」(上下の積は各々通じ二円錐に合す) と「上下積各適合于二円錐」(上下の積は各々かなひ二円錐に合す/上下の積は各々二円錐に適合す) が異なる。半球を二つの円錐を併せたものと考えているので、「上下積各通合于二円錐」が正しいように思われる。「適」は字形の似ている「通」の誤写であろう。

表示	写本
上下積各通合	求積前篇, 求積 (岡本写 0003), 求積 (岡本写 0010), 求積 (林集書), 求積 (桑木 685), 藤原集書, 狩野 20820
上下積各適合	求積 (榊原), 後伝 48, 狩野 31453, 京大 151, 京大 152, 岡本写 0041, 桑木 648

最後に 3.3 節で見た球の表面積の結びの文「得全球冪積」を見てみる。文脈からは「得全球冪積」が正しい。「全徑冪積」は意味が通らないので、同音の「全形冪積」に変化したと思われる。

表示	写本
得全球冪積	求積 (岡本写 0003), 求積前篇, 求積 (岡本写 0010), 求積 (桑木 685), 求積 (林集書), 狩野 20820, 藤原集書
得全徑冪積	求積 (榊原)
得全形冪積	京大 151, 岡本写 0041, 関算後伝, 京大 152, 狩野 31453, 桑木 648

表 3: 基本用語の比較

現代	『解見題之法』	『大成算経』巻之十二	『求積』、『大成算経』巻之十三	『綴術算経』
円	平圓	圓	圓	圓
球 / 球体	立圓	立圓	全球	球
球面	立圓	立圓	立圓	球 / 球面
表面積	覓積	羃積	羃積	面積 / 積

6.2 『大成算経』巻之十三の成立過程

球の表面積は建部賢弘が関の方法として述べたことが『求積』に記載されていること、『求積』の円周率が 355/113 であることより、書かれている数学は関孝和のものと考えられる。

『大成算経』巻之十二と『大成算経』巻之十三 (および『求積』) の用語法は共通である巻十二の円率第一の冒頭の文「圓者謂角之所極者也」は巻之十三 (『求積』) の平積 15 問の「解曰是角所極」と対応している。立円率第三の冒頭の文「立圓者立起之圜也上下四旁皆圓而形如球 俗謂之玉」で始まるが巻之十三 (『求積』) の立積 17 問の「解曰是立起六面之圓」と対応している。

『解見題之法』、『大成算経』巻之十二、『大成算経』巻之十三 (『求積』)、『綴術算経』における円と球に関連する基本用語の比較を表 3 に示す。

3 節と 4 節で見たように、『求積』および『大成算経』巻之十三の数学は関孝和のものである。『求積』および『大成算経』巻之十三の用語法は表 3 から分かるように、『解見題之法』 と『綴術算経』の中間に位置する。6.1 節での比較から、『求積』は『大成算経』の抜粋ではなく、『大成算経』巻之十三の草稿である。榊原霞洲が写本した『求積』は『求積』の最終版かそれにきわめて近いものであろう。

『求積』(岡本写 0003) の立積 33 問は「假如有全球徑一尺問覔積 覔羃同」となっている。「覓」(「覔」は覓の俗字) から「羃」の移行期に執筆された『求積』を底本としているのかも知れない。

関孝和が『解見題之法』に「其餘 (中略) 皆載于其術於別記」と書いてある。別記したものが『求積』の原著で、建部賢弘が『求積』の原著に手を加え、『求積』が出来上がったと考えられる。

おそらく、『求積』は『算法大成』編集の頃 (1695 以前) に出来上がっており、「關孝和編」として写本が作られていたのではないかと考える。とすると、『求積』はほとんで手を加えられないまま『大成算経』巻之十三になった。僅かな変更点のほとんどは、字形の似た文字の誤写である。

7 大成算経の写本の系統

(榊原写本を除く) 『求積』の写本の中に、求積 (桑木 685) のように、『大成算経』巻之十三と共通するものがある。これは、『求積』と『大成算経』巻之十三を校合して写本を作成したことが考えられる。このようなケースに、『関孝和全集』がある。『求積』の解題に「本書の底本は主として大成算経本によることにして、後の二者 (穴沢長秀旧蔵本と大成算経のこと— 引用者) との相違は漏れなく書き出すことにした。」[15, p.220] とある。

『大成算経』の写本は表 4 のように 3 系統に分けられる。

系統 2 の『大成算経』巻之十三は『求積』の写本群と共通点が多い。狩野 20820 と藤原集書は極めて共通しているが、問 33 の「圓面平積」を狩野 20820 は「円面平責」としているが藤原集書は「円面半責」となっている。「半」は字体の似ている「平」の誤写と考えられる。したがって、藤原集書は狩野 20820 の写本と考えられる。

表 4: 『大成算経』写本の系統

系統	写本
1	求積 (榊原)
2	藤原集書, 狩野 20820
3	後伝 48, 狩野 31453, 京大 151, 京大 152, 岡本写 0041, 桑木 648

十三巻だけでなく全巻を見ると、榊原霞洲写本は、内題に大成算経がなく、総目録、首篇がない。前集、中集、後集などの分類もないので、底本は大成算経と名付ける以前のものである。藤原集書、狩野 20820 には、内題に大成算経はあるが、総目録がなく算数論から始まるので、原本は『大成算経』完成直前のものと考えられる

8 関孝和と『大成算経』

表題の関孝和と『大成算経』については、以下のことが考えられる。

1. 球の表面積のように関が「下等」と認定した算法は、『大成算経』に取り入れてない。

2. 『綴術算経』で「始闢氏」として対比のあるもの、「孝和ニ亜リ」「賢明其ノ術ノ煩シキヲ厭テ本術ヲ探リ設ケタリ」と記載があるものは、関が肯定的評価を与えた算法である。これらの算法は『大成算経』に取り入れている。

3. 『大成算経』は巻により編集方針がかなり異なり、完成時期も相当の隔たりがある。

4. 建部賢弘は『括要算法』巻貞の原書を基に、円率と弧率を全面的に書き換え、立円率には若干手を加え、球缺を『求積』に沿って書き下ろしたものが『大成算経』巻之十二の原書である。「元禄ノ中年」までに出来上がっていた。

5. 関孝和が『解見題之法』に「皆載于其術於別記」と別記したものが『求積』の原著で、建部賢弘が『求積』の原著に手を加え、『求積』が出来上がった。「元禄ノ中年」までに『求積』として出来上がっており、関孝和編として写本も作られている。『求積』はほぼそのまま『大成算経』巻之十三となった。

6. 巻之十六では関が好ましくない解法としていた逐次近似法を「諸術の本と為すなり。」と高く評価している。これは関の数学観ではなく建部賢弘の数学観である。

晩年の関孝和と建部賢弘の関係であるが、1697 年執筆の『四余算法』を榊原霞洲が写本したということは、『四余算法』(の写本) が建部賢弘の手元にあったと考えられ、1697 年以降も建部賢弘は関孝和とつながりがあったと推察される。

本稿では、『解見題之法』を関孝和の著作という前提で述べたが、この問題については 2012 年 8 月の数理研の研究集会で述べる予定である。

謝辞

草稿の段階で 2.2 節について森本先生から、2.4 節について小川先生、真島先生からコメントをいただきました。これらのコメントにより、改善することができました。また、上野先生からは数理研での発表スライドのコピーを提供していただき、原稿執筆に役立てることができました。四人の先生に感謝申し上げます。

参考文献

一次資料

大成算経、求積、円法は本文中に示す。

[1] J. Kepler, Nova Stereometria Dolliorvm Vineriorvm, 1615
`http://posner.library.cmu.edu/Posner/books/`

[2] 関孝和、立円率解、東北大学附属図書館、狩野 7.20634.1

[3] 関孝和、題術辯議之法、東北大学附属図書館、岡本写 0026

[4] 関孝和、四余算法、東北大学附属図書館、岡本写 0008

[5] 関孝和、数学雑著、東北大学附属図書館、狩野 7.20978.1

[6] 関孝和、括要算法、京都大学、wasan002

[7] 関孝和、関氏雑著、東京大学総合図書館、T30-97

[8] 建部賢明、建部氏伝記抄録、東北大学、岡本写 1002

[9] 建部賢弘、研幾算法、岡本刊 048

[10] 建部賢弘、発微算法演段諺解、林集書 0073

[11] 建部賢弘、綴術算経、国立公文書館内閣文庫、194-0214

[12] 寺島良安、和漢三才図会、九州大学デジタルアーカイブ
`http://record.museum.kyushu-u.ac.jp/wakan/wakan-ten/index.html`

二次資料

[13] 伊東俊太郎・原亨吉・村田全、数学史、数学講座 18、筑摩書房、1975

[14] 上野健爾・小川束・小林龍彦・佐藤賢一、関孝和論序説、岩波書店、2008

[15] 平山諦・下平和夫・広瀬秀雄、関孝和全集、大阪教育図書、1974.

[16] 加藤平左エ門、算聖関孝和の業績、槇書店、1972

[17] 真島秀行、関新助孝和の履歴について、数学史研究 (通巻 204 号)、日本数学史学会，2010 年 3 月、36-45

[18] 小川束・佐藤健一・竹之内脩・森本光生、建部賢弘の数学、共立出版、2008

[19] 佐藤賢一、近世日本数学史 — 関孝和の実像を求めて、東京大学出版会、2005

[20] 下平和夫、科学史入門：関孝和と建部賢弘、科学史研究 II, 30 (1991), 147-153

[21] 杉浦光夫、円理 — 和算の解析学について —、比較文化研究、Vol.20(1982), 1-20

[22] 藤井康生、メーリングリスト (hom_nagoya@googlegroups.com)、2012 年 7 月 10 日

[23] 藤原松三郎 (日本学士院)、明治前日本数学史第二巻、岩波書店、2008

[24] 森本光生、大成算経巻之十六後集題術弁 (読み下し文)、2011 年 12 月 11 日

email: osada@cis.twcu.ac.jp

付録：『綴術算経』における関孝和への言及

『綴術算経』[11] における関孝和への言及と『大成算経』の関連する巻数を表 5 に示す。『綴術算経』からの抜粋に当たっては句読点を追加し、ルビと訓点は省略した。一部の旧字、異体字は常用漢字に置き換えた。

表 5: 『綴術算経』における関孝和への言及

	『綴術算経』		『大成算経』
1	關氏孝和ハ吾師タリ。曾テ立元ノ法ニ拠テ更ニ眞假ヲ設テ解伏題ノ法術ヲ立爲セリ。是亦神ナリト謂ヘシ。	十四件目	巻十七
2	亦關氏方垜ノ総術ヲ立爲セリ。其ノ自乗垜ノ術、四角垜ニ相合ス。	二十件目	巻五
3	筭脱ノ術ハ兄賢明ガ探會スル所ナリ。賢明カ生知孝和ニ亜リ。	二十七件目	巻七
4	關氏日、萬法ヲ理會スルハ形ヲ見、道條ヲ立ヲ以テ原要トス。是ハ此探ル事ヲ不爲シテ首ヨリ眞術ヲ會スルノ奥旨也ト。	三十件目	巻十三
5,6,7	熟意フニ關氏ガ生知ナルヿ世ニ冠タリ。然モ常ニ謂ラク、圓積ノ類甚難シ、不可得者ト。嗚呼、是安行ニ住セル故乎。吾ハ言フ、圓積ノ類ト雖力ヲ用テ必ズ得ル者ト。卽チ是苦行ニ止マルユヘナリ。其ノ關氏カ不可得ト謂ハ安行ニ住シテ安行ナルユヘ探ル事無シテ直ニ得ヲ意トスルニ依ル。(中略) 吾生得ノ本質孝和ニ比スレハ減ルヿ十ニシテ一ナルヿヲ。	三十一件目	巻十三 巻十六
8	始關氏角面冪ヲ開平方ニシテ各角面ヲ求テ截周ヲ用ユ。	三十七件目	巻十二
9	始關氏増約ノ術ヲ以テ定周ヲ求ルヿヲ理會シテ一遍ニシテ止ム。	三十八件目	巻十二
10	始關氏零約ノ術ヲ用ルニ徑一周三ヲ累加シテ各徑周ノ率トシ、毎ニ徑率ヲ以テ周率ヲ除シ、得ル所ノ數定周ヨリ少キニ到ルトキハ、徑一周四ヲ加逐一ニ是ヲ求ム。賢明其ノ術ノ煩キヲ厭テ本術ヲ探リ設タリ。	四十件目	巻十二
11,12	嘗關氏圓ヲ砕抹シテ定周ヲ求メ、零約ノ術ヲ以テ徑周ノ率ヲ造レリ。爾シヨリ後二十餘年ヲ歴テ隋志ヲ観ルニ、周數率數咸邂逅ニ符合スル者有リ。沓祖子也、關子也。邦ヲ異ニシ、時ヲ殊ニスト雖眞理ニ會スルヿ相同シ、可謂妙ナリト。	四十一件目	巻十二
13	故ニ徃歳關氏弧率ヲ造改ヿ再次、吾亦重テ造改ヿ一次。	四十二件目	巻十二
14	即是關氏立ル所四乗求背ノ術ニ自符合ス。	四十七件目	巻十二