

## 大成算経と関孝和\*

小松彦三郎

「大成算経」は全 20 巻、約 900 丁 1800 ページの大著である。関孝和 (1642?-1708) とその弟子建部賢明 (1661-1716)、賢弘 (1664-1739) 兄弟が天和 3 年 (1683) から 28 年を費やして書いたと伝えられる。本来ならばこれは完成後直ちに印刷出版されて日本の数学の「原論」となるべき本であった。しかし、関孝和の死後も一人の弟子荒木村英 (1640-1718) たちが関の遺稿のうち初等的なものを選んで「括要算法」4 巻 (1712) として出版し、この流れを引く松永良弼 (1692?-1744)、山路主住 (1704-1722) たちの系統が関流数学者の主流になっていった。建部たちは対抗上「大成算経」をこの人たちに見せないようにしたらしく、以来不幸にもこの本は人目に触れないまま、空しく時間が過ぎていった。

十年前、東京理科大学大学院理学研究科に理数教育専攻が新設され、はからずも私はその担当になった。ここは将来中等教育の担当者になろうとする学生を育てる所であり、そのための科目がたくさん課されている。そしてその上に、専門の学会で発表できる水準の研究を論文にすることが要求されていた。そこで私が研究対象に択んだのが「大成算経」であった。有名であってもほとんど誰も読んだことがない本を読めば、何か書くことはできるだろうというどちらかという安易な判断であった。最初はテキストとして東京大学総合図書館に「大成算経」として登録されていた全巻の写本のコピーを使ったが、これは最悪の本であった。ほとんど毎行に一つの誤字があり、学生たちに迷惑を掛けた。幸い東京理科大学近代科学資料館が所蔵している写本は善本で、後に 18 世紀末に活躍した和算家菅野元健の筆跡と判明した。他にも集められるコピーは皆集めてようやく研究は軌道に乗ることができた。今では日本中に約 22 の写本の所在が判っている [30]。

七人の学生はおのおの好みの一、二巻を選び、参照できるコピーすべてを比較して校訂本と読み下し文をつくり、その数学的な内容を検討、批判を加えて、それぞれ約 200 頁の立派な修士論文を完成してくれた [1 ~ 7]。これらの成果は京都大学数理解析研究所で開催された共同研究集会「数学史の研究」で発表され、講究録に収められているので ([13] 以下をみよ) これ以上ここでは触れない。

「大成算経」がどのような経緯で書かれたか、建部の兄賢明が著わした「建部氏伝記」の自伝の中に次のように書かれている [8, pp. 23-24]。

\*東京理科大学出版会 科学フォーラム 2008 2月号 31-35.

「凡ソ和漢ノ数学其書最モ多シトイヘドモ、未ダ積鎖ノ奥妙ヲ尽クサザル事ヲ歎キ、三士（孝和、賢明、賢弘）相議シテ、天和三年ノ夏ヨリ、賢弘其首領ト成テ、各新ニ考得ル所ノ妙旨悉ク著シ、就テ古今ノ遺法ヲ尽シテ、元禄ノ中年（～1696）ニ至テ編集ス。総十二卷、算法大成ト号シテ粗是ヲ書写セシニ、事務ノ繁キ吏ト成サレ、自ラ其ノ微ヲ窮ル事ヲ得ズ。孝和モ又老年ノ上、爾歳病患ニ逼ラレテ考検熟思スル事能ハズ。是ニ於テ同十四年（1701）ノ冬ヨリ、賢明官吏ノ暇ニ躬ラ其思ヲ精スル事一十年、広ク考ヘ詳ニ註シテ二十卷ト作シ、更ニ大成算経ト号テ手親ラ草書シ畢レリ。此書天和ノ季（1683）ニ創リテ宝永ノ末（1711）ニ終ル。每一篇校訂スル事数十度也。此功ヲ積ムニ因リ、総テ廿八年ノ星霜ヲ経畢リヌ。然レ共元来隠逸独楽ノ機アル故、吾身ノ世ニ鳴ル事ヲ好マズ、名ヲ包ミ徳ヲ隠スヲ以テ本意トスル者ナレバ、吾功悉ク賢弘ニ譲リ、自ラ痴人ト称ス。」

この時代の「最モ」は最上級を意味するのではなく、今日の「極めて」である。言葉の用法が今日では逆転している。「積鎖」は、江戸時代の数学の出発点となった元代の数学者朱世傑が著した「算学啓蒙」（1299）の最後の章名「開方積鎖門」に由来する。ここでは古来の開平方、開立方から始まり、算木を用いた代数方程式の数値解法である開方術、代数方程式の立て方である天元術、そして簡単な連立代数方程式の解法までがわずか23丁46ページで説かれていた。建部賢弘は、この本の和訳解説書である「算学啓蒙諺解」（1690）の中で、この章名を「開ヒラク方ケタ平方立方三乗方等ナリ 積トク鎖クサリ也門ナドノ堅ククサリタルヲ解ガトク開方ノ難算ヲトク術ナリ」と解説している。従って、この「積鎖ノ奥妙」は関孝和が「解伏題之法」で発表した連立代数方程式の解法を意味すると考えるのが自然である。

上の伝記を見る限り、この本の成立について関の役割は大きくなかったように思われるかもしれないが、決してそうではない。関が生前に出版した刊本は「発微算法」（1674）のみであり、死後を含めても、これに「括要算法」が加わるにすぎない。その他の業績は写本の形で伝えられている。その中で山路主住によって基礎が固められた関流では、「解見題之法」（1726山路主住編[27]）、「解隠題之法」（1685）、「解伏題之法」（1683重訂）の三冊からなる『三部抄』と、「開方翻変之法」（1685重訂）、「題術弁議之法」（1685）、「病題明致之法」（1685重訂）、「方陣之法・円攢之法」（1683）、「算脱之法・驗符之法」（1683）、「求積」、「球闕変形草」の七冊からなる『七部書』は特に珍重され、免許に際し伝授される人に書き写させる伝書として使われた。この他「関全集」[10]にある主要な数学的業績、「開法算式」及び「括要算法」に取り入れられた論文すべてについて日付の判っているものは悉く「大成算経」の編集が始まった時期に集中している。しかも、そこで論じられた主題はすべて「大成算経」の中にあり、文章まで同じものが少なくない。中でも「求積」は「大成算経」巻之十三とほぼ同一である。これらの写本はおそらくは「大成算経」編集用のスケッチとして建部兄弟に手渡すために書か

れたものであろう。

『三部抄』の表題にあるように、関孝和は数学の問題を算術、すなわち、一次方程式で解ける「見題」、未知数が一つの代数方程式になる「隠題」、及び複数の未知数が必要になり、解く過程でどうしても未知数の消去をしなければならなくなる「伏題」に分類し、それぞれの解法を確立した。彼はこれで数学は完成したと思ったに違いない。そこで、それまでに得た成果を建部兄弟に托して一つの体系にまとめようとした。これが「大成算経」のなりたちであったと私は推測している。

「大成算経」について、宋代の算書『楊輝算法』の影響は多くの人の語ることであるが、それに劣らず明末の『算法統宗』の影響も受けている。

ざっと内容をみてゆけば、卷之一「五技」ではそろばんを用いた加減乗除と算木による冪乗根の計算法が説明されている。そろばんは五つ珠で梁上二珠の中国式を用いる。ただ、割り算の法(除数)を中国とは反対に実(被除数)の左に置く。卷之二「雑技」には五技の別法と二次方程式の解法がある。ここで紹介されているイスラム風の計算法は『算法統宗』による。卷之三「変技」では四則についての一般法則と一元代数方程式の解法を扱う。最後に一般の方程式の判別式が導入され、5次までの方程式について計算してあるが、これを零とおいた方程式のみが使われ、判別式の符号には注意を払わない。

藤原 [8] は「中集」の最初である卷之四「三要」の紹介を、「象形第一、満干第二、数第三よりなる。すこぶる異様なるもので、数学の理論としては意義のないものであるが、」と始めているが、中国人数学史家徐澤林 [16] は、東洋には珍しい本格的な数学論であるとして高く評価している。これは建部賢弘が書いたものであろう。

卷之五から九までの「象法」では数学の対象の内幾何学の対象でないものを扱っている。五、六巻の中で最も興味があるのは、J. Bernoulli と同時に独立にほぼ同じ方法でベルヌーイ数を定義し、これを用いて冪乗和の一般公式を与えたことであるが、両者共に説明不足で証明は判らない。卷之七は方陣、継子立て、数当てなど今日では数学遊戯とされるものを扱っている。関はいくらでも大きい方陣を作る方法を与えた。卷之八、九「日用術」は『九章算術』と同様な題材を扱っている。ただ、「利足」が加わった点が新しい。

卷之十から十五までの「形法」は幾何学を対象とする。デカルトは方法序説(1637)の付録「幾何学」で解析幾何学を始め、幾何学から天才の必要をなくしたと言うが、実際に書いてあることは次の通りである。問題が与えられたとき、その問題は既に解かれたと見做し、既知であろうが未知であろうが区別なく必要と思われる全ての線分に名前を付ける。そして、それら線分の長さの間に成り立つ代数関係を書き上げる。それから一つの未知数だけを残し他の未知数を消去して、一元代数方程式に還元する。これはこの本を読んだ人ならだれでもできるこ

とで、その楽しみを読者から奪わないためにこれ以上は書かない。一元代数方程式の解は冪根を以って表せる。

これははったりである。ヨーロッパで消去の一般理論ができるには関と同じ方法を与えたベズーの1764年の論文まで待たなければならなかった[21]。このデカルトのプログラムの最後の部分を開方術に置き換え、世界最初に行ってみせたのがこの巻之十である。

一般の四辺形の4辺と2つの対角線の間になりたつ代数方程式は四斜法または六斜術と呼ばれ、関が「発微算法」の中で十五ある問題の内二つを解くために使ったので有名になった。これは22項からなる6次式である。これ自身もこの巻之十で消去法を使って証明されているが、同じように、五角形の5辺と一つの頂点からの2つの対角線の長さを与えて、この頂点と隣り合う二つの頂点を結ぶ対角線の長さを求めよという問題に対して、これら8つの長さの間になりたつ代数方程式、五斜法が計算されている。これを単項式の和に書き表せば843項になる。手で計算すれば、途中に5000項ぐらいが現れる。賢弘は賢明がこの計算を一ヶ月余りで行ったと書き残している。最後に六斜法まで求めているが、これには4次の行列式が使われている。これを単項式の和に展開すれば273,123項になる[29]。

巻之十一は正多角形論[12]、巻之十三は幾何学図形の面積や体積の計算[11]で、共に関の仕事である。巻之十二は円周率など円や球に係る数値の計算であり、建部賢弘の「綴術算経」(1722)での冪級数展開の発見につながる。

消去の理論は巻之十七「全題解」にある。関の「解伏題之法」では右斜乗の符号に明らかな間違いがあり、それを訂正する必要があったが、無批判に関西の田中由真(1651-1719)の方法を採用し、なぜこのようにすれば未知数が消去できるのか、その理由を不明にしてしまったことはまことに残念である。

## 引用文献

- [1] 岩下啓之：元禄・宝永・享保時代の円周と孤長計算～大成算経巻之十二を中心として、理数教育専攻修士論文、2000年、256pp.
- [2] 後藤武史：大成算経の前集の研究、理数教育専攻修士論文、2000年、136pp.
- [3] 原田美樹：大成算経における日用術の研究、理数教育専攻修士論文、2002年、235pp.
- [4] 若林和明：大成算経巻之七及びその周辺の研究、理数教育専攻修士論文、2003年、205pp.
- [5] 尾崎文秋：大成算経巻之四の研究、理数教育専攻修士論文、2004年、pp.
- [6] 小出浩貴：大成算経巻之五・巻之六の研究、理数教育専攻修士論文、2004年、319pp.
- [7] 柏原信一郎：大成算経の研究～巻之十六及び伏題について～、理数教育専攻修士論文、2005年、183pp.
- [8] 藤原松三郎著 日本学士院編：明治前日本数学史第二巻、岩波書店、1956.
- [9] 加藤平左エ門：算聖関孝和の業績(解説)、棋書店、1972.
- [10] 平山諦-下平和夫-広瀬秀雄編：関孝和全集、大阪教育図書、1974.

- [11] 杉本敏夫：関の求積問題の再構成 (一)～(七)、補遺, 明治学院論叢総合科学研究, 20(1984), 22(1985), 23～25(1986), 26～27(1987), 30～31(1987), 32(1989).
- [12] 佐藤賢一：関孝和、建部賢明、建部賢弘編『大成算経』の研究：角術の分析を中心にして, 東京大学大学院総合文化研究科広域科学専攻(相関基礎科学系)博士論文, 1998年, 519pp. 未公刊.
- [13] 後藤武史：大成算経の前集の研究, 「数学史の研究」, 数理解析研究所講究録, 1195(2001), 128–138.
- [14] 後藤武史：大成算経における判別式の求め方, 数理解析研究所講究録, 1257(2002), 186–197.
- [15] 原田美樹：大成算経 卷之八、九～日用術～について, 数理解析研究所講究録, 1257(2002), 198–204.
- [16] 徐澤林：建部賢弘の数学認識論 — 論「大成算経」中の“三要”, 自然科学史研究, 21(3)(2002), 232–243.
- [17] 小松彦三郎：漢文で数学はできるか, 科学, 73(2003), 1159–1164.
- [18] 岩下啓之：大成算経 卷之十二と写本の系統について, 数理解析研究所講究録, 1317(2003), 125–133.
- [19] 若林和明：大成算経 卷之七における計子と験符, 数理解析研究所講究録, 1317(2003), 134–144.
- [20] 杉本敏夫：関孝和による球と球欠の表面積と体積の計算, 数理解析研究所講究録, 1392(2004), 84–89.
- [21] 後藤武史–小松彦三郎：17世紀日本と18–19世紀西洋の行列式, 終結式及び判別式, 数理解析研究所講究録, 1392(2004), 117–129.
- [22] 尾崎文秋：『大成算経』卷之四 三要(象形、満干、数)の謎, 数理解析研究所講究録, 1392(2004), 186–196.
- [23] 小出浩貴：関孝和の冪乗和について, 数理解析研究所講究録, 1392(2004), 197–208.
- [24] 木村欣司–野呂正行 他：関孝和の問題を解く, 数式処理, 11(2005), 35–42.
- [25] 野呂正行：連立代数方程式の消去の理論と実際, 数理解析研究所講究録, 1444(2005), 137–144.
- [26] 杉本敏夫：関孝和による十字環などの体積の計算, 数理解析研究所講究録, 1444(2005), 161–168.
- [27] 小松彦三郎：関孝和著『三部抄』山路主住本の復元, 数理解析研究所講究録, 1444(2005), 169–202.
- [28] 柏原信一郎：『大成算経』卷之十六 題術辯について, 数理解析研究所講究録, 1444(2005), 209–221.
- [29] 木村欣司：限界性能を追求した計算機代数 vs 和算, 津田塾大学数学・計算機科学研究所報, 28(2007), 48–63.
- [30] 小松彦三郎：「大成算経」校訂本作成の現状, 数理解析研究所講究録, 1546(2007), 140–156.