

# 圧力統計量に基づく壁乱流の内層と外層の構造

辻 義之 (名大) 山本 義暢 (山梨大)

Inner and outer scale structures based on pressure in wall bounded shear flows

Yoshiyuki Tsuji (Nagoya Univ.) and Yoshinobu Yamamoto (Yamanashi Univ.)

## 1. はじめに

乱流境界層中の運動量輸送を伴う構造として、attached eddy の概念が提案されたのは、A.A.Townsend [1]の研究と考えられる。この概念が数理モデルを伴う仮説 (attached eddy hypothesis) としてより明確に理解できたのは Perry らによる一連の研究によるところが大きい[2]。その後、この仮説を検証するための実験や観測結果が多数報告されてきた[3]。

Perry らの数理モデルでは、相似的に配置された  $\Lambda$  渦構造 (図 1 参照) が、壁からの距離に反比例した確率で存在すること、統計的に渦構造からの寄与は独立と考えること、レイノルズ数が十分に大きい、などの仮定を用いて、Townsend が描いた描像を裏付ける成果が示されている。その中でも、レイノルズ応力分布が壁からの距離  $y$  の対数に比例した型 (式(1)参照) を導いている。Perry らのモデルでは、レイノルズ数が十分に大きいことを想定しているため、式(1)が実験や計測から正確に検証されることは困難であったが、近年では大型装置や計測プローブの小型から、仮説の裏付けが報告されている[4]。

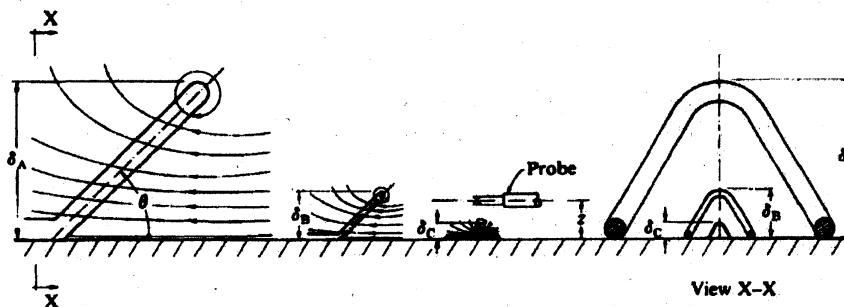


FIGURE 1. A sketch of three attached eddies of varying scales together with the instantaneous streamline pattern generated by each.

図 1 Attached eddy をモデル化した  $\Lambda$  渦 (文献[2]より転載)

## 2. Attached Eddy Hypothesis

Perry らの数理モデルでは、attached eddy からの寄与により、変動速度の強度が壁からの距離の関数として以下のように見積もられる。

$$\frac{\overline{u^2}}{u_\tau^2} = B_1 - A_1 \ln\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad \frac{\overline{v^2}}{u_\tau^2} = B_2, \quad \frac{\overline{w^2}}{u_\tau^2} = B_3 - A_3 \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (1)$$

ここで、 $x$ 、 $y$ 、 $z$  は流れ方向、壁垂直方向、スパン方向とする。また、それぞれの方向の瞬時速度は、レイノルズ分解により  $\tilde{u} = U + u$ 、 $\tilde{v} = V + v$ 、 $\tilde{w} = W + w$  と表すこととする。

上付きのバーは時間平均、 $\delta$ は境界層厚さ（もしくはそれと同等の外層のスケール）、 $u_\tau$ は摩擦速度である。実験や観測との比較では、流れ方向成分の変動強度が式(1)と比較されることが多い。定数 $A_1$ はレイノルズ数によらない普遍定数でおおよそ1.25程度と見積もられ、定数 $B_1$ は、大きなスケールに依存することが予想されている[5]。

式(1)が成り立つ領域は、Townsendによると一定応力層を想定している。つまり、乱流境界層では、平均速度分布の対数領域が現れる範囲に相当する。室内での小中型風洞を用いた測定（ $R_\theta < 6000$ 、 $R_\theta$ は運動量厚さに基づくレイノルズ数）では、式(1)を観測できることはまずない。この事実は、対数領域を同等のレイノルズ数範囲で確認できないことと整合している。速度変動ばかりではなく、圧力変動の強度分布に対しても式(2)の分布型が成り立つことが、直接数値計算の結果から確認できる（図2、3参照）。平板乱流境界層では $A_p \cong 2.52$ 、 $B_p \cong 2.30$ 、チャンネルでは $A_p \cong 2.73$ 、 $B_p \cong 0.30$ と見積もられる。

$$\frac{\overline{p^2}}{(\rho u_\tau^2)^2} = B_p - A_p \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (2)$$

速度変動と異なり、式(2)は室内実験のレイノルズ数においても数値計算では確認されていることに注目したい[6]。しかし、これまで室内実験で式(2)の分布型を確認した例は報告されていない。研究会では、室内実験で計測された変動圧力データを用いて、式(2)との比較を報告した。

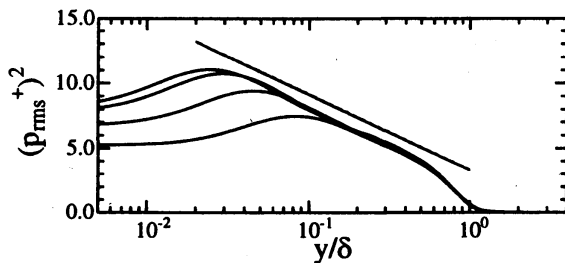


図2 乱流境界層の直接数値計算結果（Schlatterらによる、 $R_\theta = 1000, 2000, 3270, 4060$ ）

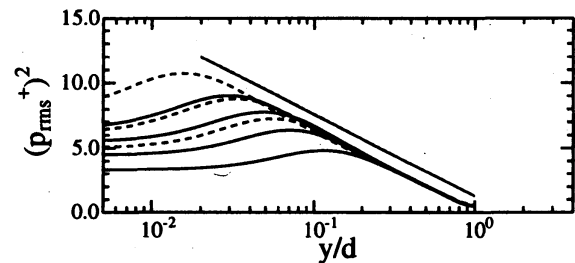


図3 チャンネルの直接数値計算による（Yamamoto  $R_\tau = 200, 400, 600, 1000$ ）  
（Jimenez  $R_\tau = 550, 950, 2000$ , 波線）

### 3. 変動圧力計測と補正

これまで、乱流中の変動圧力の計測を小型プローブによりおこなってきた。噴流、乱流境界層、混合層における計測をおこない、プローブ計測に起因するデータ補正法の開発とともに、乱流中の圧力統計量の解析を進めてきた。また、計測データ中には風洞内のバックグラウンドの変動（低周波）が含まれ、その影響を補正する方法を報告した[7]。

壁乱流では、測定プローブの空間分解能が不十分であると、壁近くの速度変動を正確に測定できない。そのため経験的ではあるが、熱線受感部の長さが $l^+ < 20$ （上付き添え字+

は壁変数での無次元化) であることが推奨されている。熱線プローブを用いた計測では、空間分解能を補う補正方法も提案されている[8]。

変動圧力の壁近くの計測に関しても、プローブ本体、静圧穴の大きさによる空間分解能の低下により、変動圧力が正確には計測できない。これまでの報告では、壁との干渉が顕著ではない領域 ( $y^+ \geq 100$ ) に限って解析をおこなってきた。しかし、式(2)との比較をおこなうためには、圧力プローブの空間分解能を補正し、壁近くでの定量的比較をおこなう必要がある。そこでまず、空間分解能の補正について報告する。

図4(a)には、変動圧力強度を壁からの距離に対してプロットした結果である。数値計算の結果と比較して、壁近くでは変動強度が低下している。これは主に壁近くの渦構造に起因する間欠的な強い圧力変動を正確に計測できていないことによる。図5には、壁近くの変動圧力の確率密度関数(PDF)を載せる。乱流中の圧力PDFは、低压側にすそ野が伸びた型を呈する[9]。壁からの距離がほぼ同一の数値計算より得られたPDFと比較すると、低压側のすそ野が大きくずれており、この傾向が空間分解能の低下によるものと考えられる。

空間分解能を補正する方法として、PDF型のすそ野の分布を改善することを考える。PDFのすそ野は、stretched exponential型で近似される[9]。

$$p(x) \cong \exp\left\{-\alpha|x|^\beta + \gamma\right\}, \quad \beta = 0.7, \quad \gamma = \gamma(\alpha, \beta), \quad (3)$$

ここで、 $\beta$ は一様等方性乱流の場合を参考に一定値に固定し、 $\alpha$ をパラメータとした。 $\gamma$ は接続条件から一意に決まる定数である。壁乱流の直接数値計算の結果によると、圧力変動の3次、4次モーメントが壁近くでほぼ一定になることから、PDF型が変化しないと考えられる(結果の図面は省略)。つまり、圧力変動のPDF型が普遍となる領域が、式(2)の成り立つ範囲と密接に関連していると予想される。そこで、式(3)によるフィッティングから、PDF型のすそ野を補正した。ただし、その際に、指数 $\alpha = 2.75$ は一定値とした。変動圧力を修正した結果を図4(b)に示す。

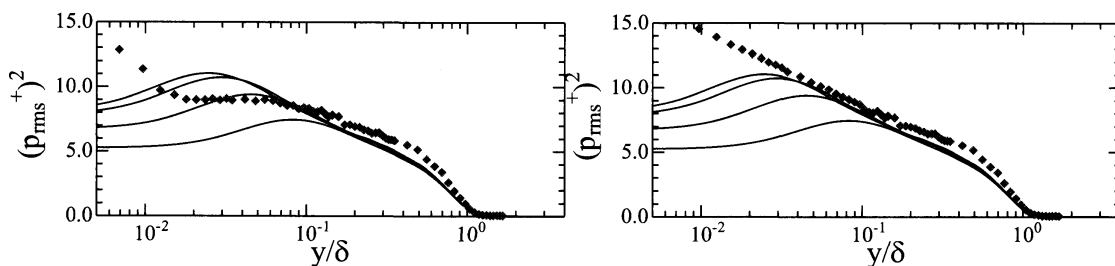


図4(a)圧力変動強度の実験値(赤■)と直接数値計算の比較。(b)補正後の比較

#### 4. まとめ

変動圧力の壁近くでの計測値を補正する方法を提案した。変動圧力強度は、式(2)でよく近似できると考えられる。このとき、 $A_p \cong 2.52$ であり $B_p$ は大きなスケールの影響を受け

るものと考えられる。室内実験においても式(2)の成立が確認できたことは、attached eddy hypothesis を検証するうえで、圧力変動は速度に比べて有用な統計量といえるかもしれない。今後は、式(2)が成り立つ物理的背景について考察を進めたい。

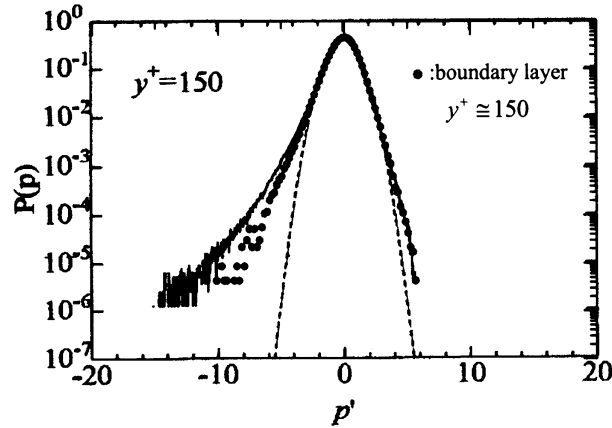


図5 壁近くの PDF 型：圧力変動の計測（青●）と直接数値計算（実線）の比較。

- [1] A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> edition, p.110,p.123,pp.177-180, (1976).
- [2] A. E. Perry, S. Henbest, and M. S. Chong, A Theoretical and Experimental Study of Wall Turbulence, *J. Fluid Mech.*, vol.165, pp.163-199, (1986).
- [3] A. E. Perry and J. D. Li, Experimental Support for the Attached-eddy Hypothesis in Zero-pressure gradient Turbulent Boundary Layers, *J. Fluid Mech.*, vol.218, pp.405-438, (1990).
- [4] M. Hultmark, M. Vallikivi, S. C.C. BAILEY, and A. J. Smits, Turbulent Pipe Flow at Extreme Reynolds Numbers, *Phys. Rev. Lett.* Vol. 108, 094501, (2012).
- [5] C. Meneveau and I. Marusic, Generalized Logarithmic Law for High-order Moments in Turbulent Boundary Layers, *J. Fluid Mech.*, vol.719, R1, (2013).
- [6] J. Jiménez, Cascades in Wall-Bounded Turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol.44, pp.27-45, (2012).
- [7] Yoshiyuki Tsuji, Shintaro Imayama, Philipp Schlatter, P. Henrik Alfredsson, Arne V. Johansson, Ivan Marusic, Nicholas Hutchins, and Jason Monty, Pressure fluctuation in high-Reynolds-number turbulent boundary layer: results from experiments and DNS, *Journal of Turbulence*, vol. 13, No. 50, pp.1-19, (2012).
- [8] N. Hutchins, T. B. Nickels, I. Marusic, and M. S. Chong, Hot-wire Spatial Resolution Issues in Wall-bounded Turbulence, *J. Fluid Mech.*, vol. 635, pp. 103-136, (2009).
- [9] P.Vedula and P. K. Yeung, Similarity Scaling of Acceleration and Pressure Statistics in Numerical Simulations of Isotropic Turbulence, *Physics of Fluids*, vol.11, pp.1208-1220, (1999).