数理解析研究所講究録
第 1990 巻 2016 年 24-31

多基準意思決定支援のための区間UTA法

大阪大学大学院基礎工学研究科 乾口 雅弘 (Masahiro Inuiguchi)
Graduate School of Engineering Science, Osaka University
大阪大学大学院基礎工学研究科 奥村 朗 (Akira Okumura)
Graduate School of Engineering Science, Osaka University
ポズナン工科大学 & ポーランド・アカデミー
ローマン スヴォヴィンスキー (Roman Słowiński)
Poznan Univ. of Technology & Polish Academy of Sciences
カターニア大学 & ポーツマス大学
サルバトーレ グレコ (Salvatore Greco)
University of Catania & University of Portsmouth

1 はじめに

本研究では，多基準決定問題における一意思決定支援手法を提案する．従来法として，UTA 法のような順序回帰法 [1] や，UTA^{GMS} 法のようなロバスト順序回帰法 [2] などが挙げられるが，これらでは意思決定者の選好は加法的効用関数で表されると仮定され，参照代替案の一対比較情報に基づき加法的効用関数が推定される [3]．前者では加法的効用関数が 1 つ同定され，それを用いて評価される．効用値を計算する簡潔な評価となる反面，その効用関数に依存した評価になるという欠点がある．一方，後者では意思決定者の選好情報に整合するすべての加法的効用関数の集合により，代替案の評価を行うため，安全な評価を得られる反面，比較不能となりやすく，一対比較の度に線形計画問題を解く必要がある．

本研究では，これら 2 手法の中間的な性質を持つ区間順序回帰を提案する．前報 [4] では，各基準の改善分に対する効用の増分を区間として表現するモデルを提案している．このモデルでは，効用関数の正規化に対処するため，幅を小さくする区間演算を導入していた．このため，増分効用の区間の扱いが一様ではなかった．また，選好関係は強い区間の不等号関係で表現した反面，無差別関係は緩い区間の類似関係として表現していたというアンバランスがあった．

本研究では，正規性や無差別関係を増分効用間の相互関係としてとらえ，相互関係のある区間モデルとして，区間効用関数を求める方法を提案する．一つの 0-1 混合線形計画問題を解く必要があった従来モデルに対し，本提案モデルでは，線形計画問題を少数回解くだけで代替案間の選好関係が求められるという利点をもつ．

2 提案モデル

本研究で用いる区間効用関数について述べる．提案モデルでは，値が大きいほど望ましい基準 g_i の取る範囲 $[c_i^0, c_i^{m_i}]$ に区分点 $c_i^1, c_i^2, \ldots, c_i^{m_i-1}$ を考え，基準 g_i が c_i^{k-1} から c_i^k へ改善されたことに対する効用の増加量 $\delta_{ik} \geq 0$ を考える．δ_{ik} は，与えられた選好情報を満足し，かつその変動範囲が区間 $\Delta_{ik} = [d_{ik} - w_{ik}, d_{ik} + w_{ik}]$ で制限される．このモデルを区間増分効用モデルと呼ぶことにする．ここで，区間 Δ_{ik} で各 δ_{ik} を制限しなければ，δ_{ik} の集合は仮定するロバスト順序回帰 [2] で考えられてきたモデルと等価になることを補足する．

与えられた選好情報に整合する δ_{ik} の集合を Con と表し，区間増分効用モデルによる代替案 a_1 と a_2 との比較を考える．$g_i(a_j)$ を代替案 a_j の基準 g_i の値とし，$k_i(a_j) = \min\{k \mid g_i(a_j) \leq c_i^k\}$ とする．また，$V_1 = \{i \mid g_i(a_1) > g_i(a_2)\}$，$V_2 = \{i \mid g_i(a_2) > g_i(a_1)\}$ と定め，$f(\delta_{ik}|a_1, a_2)$ を

$$
\begin{aligned}
f(\delta_{ik}|a_1, a_2) &= \sum_{i \in V_1} \sum_{k=k_i(a_2)}^{k_i(a_1)-1} \delta_{ik} \\
&\quad + \sum_{i \in V_1} \frac{g_i(a_1) - c_i^{k_i(a_1)-1}}{c_i^{k_i(a_1)} - c_i^{k_i(a_1)-1}} \delta_{ik_i(a_1)} + \sum_{i \in V_1} \frac{c_i^{k_i(a_2)} - g_i(a_2)}{c_i^{k_i(a_2)} - c_i^{k(a_2)-1}} \delta_{i(k_i(a_2)-1)} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

と定める．次の計画問題の最適値が非負となるとき，a_1 を a_2 以上にきっと好む $(a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2)$ と推定できる．

$$
\begin{aligned}
&\min\ f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) \\
&\text{s.t. } \{\delta_{ik} \mid k = 1, \ldots, m_i,\ i = 1, \ldots, p\} \subseteq Con \qquad (2) \\
&\qquad \delta_{ik} \in \Delta_{ik},\ k = 1, \ldots, m_i,\ i = 1, \ldots, p
\end{aligned}
$$

なお，Con は δ_{ik} に関して線形領域になるので，式 (2) は線形計画問題となる．

式 (2) の最初の制約条件を除くと，この問題の最適値は $f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1)$ と容易に求められる．この値は式 (2) の最適値以下となるので，非負であれば $a_1 \succsim a_2$ と結論付けることができる．すなわち．

$$
f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) \geq 0 \Rightarrow a_1 \succsim a_2 \qquad (3)
$$

が得られる．したがって，$f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) < 0$ かつ $f(d_{ik} - w_{ik}|a_2, a_1) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_1, a_2) < 0$ である場合を除き，式 (2) を解く必要はない．

$a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2$ かつ $a_2 \succsim^{\mathrm{S}} a_1$ が成立する場合もあり，この場合は $a_1 \sim^{\mathrm{S}} a_2$ (a_1 と a_2 はきっと無差別) と推定される．一方，$a_1 \not\succsim^{\mathrm{S}} a_2$ かつ $a_2 \not\succsim^{\mathrm{S}} a_1$ となることも多く，a_1 と a_2 とを確信して比較できないことを表す．

このように，区間増分効用モデルが与えられると，代替案間の選好関係が得られる．この関係は反射性，推移性を満たすので前順序となる．

3 選好情報からのモデル同定法

ロバスト順序回帰では，いくつかの代替案対，代替案ペア対，基準値対，あるいは基準値ペア対に関する選好情報と整合する加法的効用関数の集合を考える．本研

究で提案するモデルでも同様にこれらの選好情報を取り扱い，それらに整合する加法的効用関数の集合を考えることができるが，本稿では基本的な代替案ペアの選好情報のみが与えられた場合を取り上げ，区間増分効用モデルの同定法について述べる．すなわち，Δ_{ik} の中心値 d_{ik}，幅の半分 w_{ik} と，$\delta_{ik} \in \Delta_{ik}$ が満たすべき条件である Con を定める方法を議論する．

本研究では，表明される選好情報は，意思決定者がある程度確信して判断したものとしてとらえる．ある代替案ペア a_1, a_2 に関して，$a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2$ という選好情報が与えられた場合，すべての選好情報から定められる d_{ik}, w_{ik} および Con に対して式 (2) の最適値が非負とならなければならない．しかし，モデル同定にこの条件を課せば，同定問題が制約条件に最適化問題を含む 2 レベル計画問題になり，容易解けるとは限らない．そこで，式 (2) の最適値以下の値となる $f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1)$ を用いて，選好情報 $a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2$ を近似的に次式で扱うことにする．

$$a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2 \Leftrightarrow f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) \geq 0 \tag{4}$$

また，$a_1 \succsim^{\mathrm{S}} a_2$ より，UTA$^{\mathrm{GMS}}$ 法と同様に，Con の条件に $f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) \geq 0$ を加える必要があるが，式 (4) の条件は式 (2) の最適値の非負条件より強く，$f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) \geq 0$ を Con の条件に追加する必要がないことになる．

次に，$a_1 \sim^{\mathrm{S}} a_2$ であるという選好情報が与えられた場合，すべての選好情報から定められる d_{ik}, w_{ik} および Con に対して式 (2) の最適値，および a_1 と a_2 の順序を入れ替えた式 (2) の最適値がともに非負になるという条件を考えることになる．しかし，$f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) \neq 0$ となる $\delta_{ik} \in \Delta_{ik}$ が存在する限りこの条件は成立しない．したがって，$f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) = 0$ を Con の条件に含める必要がある．

一方，$f(\delta_{ik}|a_1, a_2) - f(\delta_{ik}|a_2, a_1) = 0$ が Con の条件に含まれると，この条件に絡む δ_{ik} の範囲 $\Delta_{ik} = [d_{ik} - w_{ik}, d_{ik} + w_{ik}]$ の上下限値に次の制約が生じる．

$$\left.\begin{array}{l}
f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) + 2w_{ik_1} \leq 0, \\
\hfill k_1 = k(a_2), \ldots, k(a_1) - 1 \\
f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) + \dfrac{2(g_i(a_1) - c_i^{k(a_1)-1})}{c_i^{k(a_1)} - c_i^{k(a_1)-1}} w_{ik(a_1)} \leq 0 \\
f(d_{ik} - w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} + w_{ik}|a_2, a_1) + \dfrac{2(c_i^{k(a_2)} - g_i(a_2))}{c_i^{k(a_2)} - c_i^{k(a_2)-1}} w_{i(k(a_2)-1)} \leq 0
\end{array}\right\} \quad i \in V_1 \tag{5}$$

$$\left.\begin{array}{l}
f(d_{ik} + w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} - w_{ik}|a_2, a_1) - 2w_{ik_1} \geq 0, \\
\hfill k_1 = k(a_2), \ldots, k(a_1) - 1 \\
f(d_{ik} + w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} - w_{ik}|a_2, a_1) - \dfrac{2(g_i(a_1) - c_i^{k(a_1)-1})}{c_i^{k(a_1)} - c_i^{k(a_1)-1}} w_{ik(a_1)} \geq 0 \\
f(d_{ik} + w_{ik}|a_1, a_2) - f(d_{ik} - w_{ik}|a_2, a_1) - \dfrac{2(c_i^{k(a_2)} - g_i(a_2))}{c_i^{k(a_2)} - c_i^{k(a_2)-1}} w_{i(k(a_2)-1)} \geq 0
\end{array}\right\} \quad i \in V_1 \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}
&f(d_{ik}-w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}+w_{ik}|a_2,a_1)-2w_{ik_1}\leq 0,\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad k_1=k(a_1),\ldots,k(a_2)-1\\
&f(d_{ik}-w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}+w_{ik}|a_2,a_1)-\frac{2(g_i(a_2)-c_i^{k(a_2)-1})}{c_i^{k(a_2)}-c_i^{k(a_2)-1}}w_{ik(a_2)}\leq 0\\
&f(d_{ik}-w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}+w_{ik}|a_2,a_1)-\frac{2(c_i^{k(a_1)}-g_i(a_1))}{c_i^{k(a_1)}-c_i^{k(a_1)-1}}w_{i(k(a_1)-1)}\leq 0
\end{aligned}\right\}\quad i\in V_2 \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned}
&f(d_{ik}+w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}-w_{ik}|a_2,a_1)+2w_{ik_1}\geq 0,\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad k_1=k(a_1),\ldots,k(a_2)-1\\
&f(d_{ik}+w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}-w_{ik}|a_2,a_1)+\frac{2(g_i(a_2)-c_i^{k(a_2)-1})}{c_i^{k(a_2)}-c_i^{k(a_2)-1}}w_{ik(a_2)}\geq 0\\
&f(d_{ik}+w_{ik}|a_1,a_2)-f(d_{ik}-w_{ik}|a_2,a_1)+\frac{2(c_i^{k(a_1)}-g_i(a_1))}{c_i^{k(a_1)}-c_i^{k(a_1)-1}}w_{i(k(a_1)-1)}\geq 0
\end{aligned}\right\}\quad i\in V_2 \tag{8}$$

例えば，式 (5) の最初の不等号が $k'\in[k(a_2),k(a_1)-1]$, $i'\in V_1$ について成立しなければ，$\delta_{i'k'}=d_{i'k'}+w_{i'k'}\in\Delta_{i'k'}$ に対して，$f(\delta_{ik}|a_1,a_2)-f(\delta_{ik}|a_2,a_1)=0$ となる $\delta_{ik}\in\Delta_{ik}$ は存在しない．すなわち，$f(\delta_{ik}|a_1,a_2)-f(\delta_{ik}|a_2,a_1)=0$ を Con の条件に含む限り，$\delta_{i'k'}=d_{i'k'}+w_{i'k'}$ となることはなく，$\Delta_{i'k'}$ に取りえない値が含まれることになる．式 (5)〜(8) は $f(\delta_{ik}|a_1,a_2)-f(\delta_{ik}|a_2,a_1)=0$ という条件下で，この条件に絡む Δ_{ik} に無駄な領域を含まないことを意味する．したがって，選好情報 $a_1\sim^{\mathrm{S}}a_2$ が与えられれば，Con の条件に $f(\delta_{ik}|a_1,a_2)-f(\delta_{ik}|a_2,a_1)=0$ を含めるとともに，式 (5)〜(8) の制約条件を d_{ik}, w_{ik} に課す必要がある．

UTA 法や $\mathrm{UTA}^{\mathrm{GMS}}$ 法では，最大の効用値が 1 となるように正規性条件を課しているが，正規化は本質的ではない．必要があれば，$\delta_{ik}\in\Delta_{ik}$ の実現値が与えられれば総和を 1 に正規化すればよいので，本研究では，正規性条件を Con の条件に含めないものとする．

目的関数としては，できるだけ多くのクリスプな効用関数が含まれるように，各 Δ_{ik} の広がり w_{ik} を均等に最大化する．最適解が複数存在する場合には，それらの中で Δ_{ik} の広がり w_{ik} の総和を最大化するものを選ぶ．しかし，Con の条件に正規性条件を含めていないので，広がり w_{ik} は無限に大きくなる．そこで，Δ_{ik} の中心 d_{ik} の総和に対するこれらの広がりを最大化する．すなわち，q を十分小さい正数として，次の目的関数を用いる．

$$\max\ \frac{q\displaystyle\min_{i=1,\ldots,p}\min_{k=1,\ldots,m_i}w_{ik}+(1-q)\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{m_i}\sum_{k=1}^{m_i}w_{ik}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{p}\sum_{k=1}^{m_i}d_{ik}} \tag{9}$$

以上より，増分効用の非負性，$d_{ik}-w_{ik}\geq 0$，与えられたすべての選好情報に対する式 (4)，(5)〜(8) の制約条件下で，式 (9) を目的関数とする線形分数計画問題を

表 1: 人材評価データ

番号	名前	$g1$	$g2$	$g3$	選好情報
1	Alexievich	4	16	63	$9 \succ 10$
2	Bassama	28	18	28	$6 \succ 10$
3	Calvet	26	40	44	$10 \succ 8$
4	Dubois	2	2	68	$8 \succ 7$
5	El Marbat	18	17	14	
6	Feeret	35	62	25	$10 \sim 15$
7	Fleichman	7	55	12	
8	Fourny	25	30	12	
9	Frechet	9	62	88	
10	Martin	0	24	73	
11	Petron	6	15	100	
12	Psorgos	16	9	0	
13	Smith	26	17	17	
14	Varlot	62	43	0	
15	Yu	1	32	64	

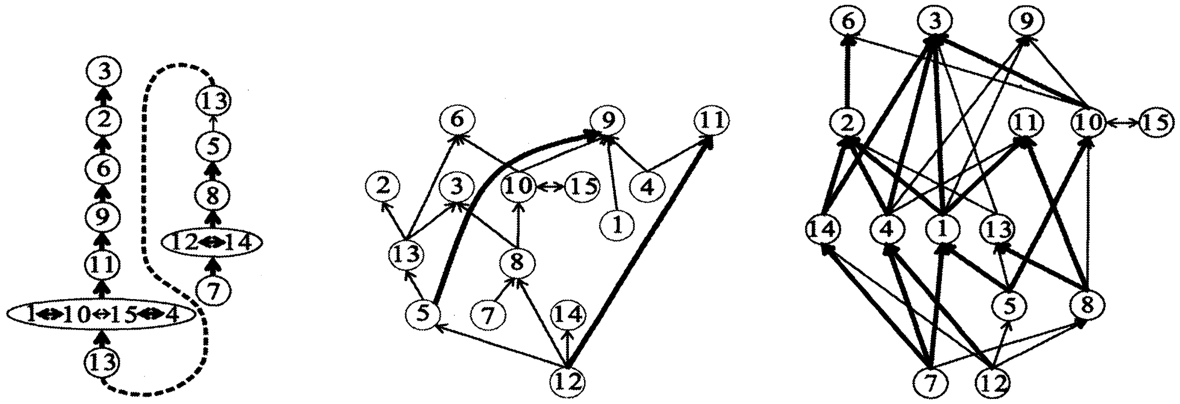
解くことにより，d_{ik}，w_{ik} すなわち，Δ_{ik} が定められる．この問題は線形計画問題に帰着される．

4 数値例

参考文献 [3] で用いられている表 1 の人材評価データを用いて，従来法と提案法とを比較する．このデータは，15 人の人材について生産管理能力 (g_1)，国際経験 (g_2)，人柄 (g_3) の得点を示したもので，表 1 の最右列に示すように，人材間の五つの選好情報が与えられている．各基準の最小値と最大値により範囲を定め，これを 9 等分して 9 区分からなる区分的線形な周辺効用関数を考える．

まず，UTA 法を適用する．整合する多くの効用関数から与えられた選好情報をよく表す効用関数が選ばれる．すなわち，一方を他方より好むという情報が与えられた代替案間の選好差を一様に大きくものが選ばれる．線形計画問題で定式化されているため，三つの周辺効用関数で値が変化する場所はたった 4 箇所となった．それらは，$u_1(c_1^3) - u_1(c_1^2) = 0.25701$，$u_3(c_3^3) - u_3(c_3^2) = 0.54821$，$u_3(c_3^4) - u_3(c_3^3) = 0.00553$ and $u_3(c_3^9) - u_3(c_3^8) = 0.18925$ である．国際経験に関する周辺効用関数 u_2 については，常に $u_2(g_2) = 0$ となり，国際経験は全体評価にまったく影響しない結果になった．各基準の重みに相当する最良値での効用値は，生産管理能力 (g_1) が 0.25701，国際経験 (g_2) が 0，人柄 (g_3) が 0.74299 となった．得られた加法的効用関数から求められる人材間の選好関係のハッセ図を図 1(a) に示す．図中の細線は与えられた選好情報および属性値から得られる選好とそれらから推移律を用いて得られる選好である．太線は加法的効用関数により得られた選好である．弱順序関係となるが，少ない選好情報から得られた一つの効用関数による評価であるため，太線の選好の信憑性は疑わしい．

選ばれるため，選好情報に関係しない 9 等分された各基準の最後の区分で効用値が大幅に変化する周辺効用関数が得られた．各基準の重みに相当する最良値での効用値



(a) UTA method　(b) UTA$^{\mathrm{GMS}}$ method　(c) Proposed method

図 1: 各方法より得られる選好関係のハッセ図

は，生産管理能力 (g_1) が 0.333333，国際経験 (g_2) が 0.001634，人柄 (g_3) が 0.665033 となった．国際経験 (g_2) の影響が弱い結果が得られた．実際，国際経験 (g_2) の周辺効用関数は，第 5 区間で僅かに増大するのみで，この区間を除けば概ねフラットになり，求められた加法的効用関数では，国際経験 (g_2) は評価に大きく影響しない．

次に，UTA$^{\mathrm{GMS}}$ 法を適用する．整合するすべての効用関数に関して選好が成立する場合しか受け入れないので，得られる選好は少なく，選好関係は図 1(b) に示すハッセ図のようになった．細線は選好情報やデータから求められる選好であり，太線は UTA$^{\mathrm{GMS}}$ 法により推定されるものである．この場合，$9 \succ 5$ と $11 \succ 12$ のみが求められた．この選好は，UTA 法による結果および後に述べる提案法によるものと一致する．UTA$^{\mathrm{GMS}}$ 法は非常に安全で控えめな評価を与えるため，得られる選好は少なく代替案を十分に絞り込めないことが多い．

最後に，$q = 0.01$ として提案法を適用する．9 等分された各基準値の区分で考えられる増分効用の範囲をできる限り一様に大きくするように，整合するすべての効用関数の集まりを切り出すことになる．増分効用の範囲をできる限り一様に大きくするので，各区分で効用が増加する加法的効用関数の集まりが求められる．中央値の総和で正規化すると，各基準の最大効用値は生産管理能力 (g_1) が 0.305908，国際経験 (g_2) が 0.191332，人柄 (g_3) が 0.502764 となった．やはり，国際経験 (g_2) の影響力が小さいが UTA 法の結果より十分に大きい．生産管理能力 (g_1) と人柄 (g_3) の影響度は UTA 法の結果と似ているが，人柄 (g_3) の重みがやや小さい．得られた区間効用関数から求められる人材間の選好関係のハッセ図を図 1(c) に示す．細線と太線の区別は先と同様である．UTA 法のように弱順序関係にならないが，UTA$^{\mathrm{GMS}}$ 法よりかなり多くの人材間で選好が成立している．これらの選好が確実に成立するとは限らないが，(i) 情報として得られた選好対に対して区間効用の強い大小関係の成立を要請し，(ii) すべての区分で一様に効用が大きくなるように区間効用関数を求め，(iii) 区間効用の強い大小関係が成立する場合のみ，選好が成立すると推定しているという 3 点で，意味づけられた推定になる．

最後に選好関係を推定するのに解く必要のあった線形計画問題数について述べる．

代替案数は 15 であるので，105 の一対比較が必要になる．このうち，34 対は選好情報と各基準値値の比較およびこれらから推移律により選好が判定できるので，残り 71 対について効用関数による比較が必要になる．UTA^{GMS} については，これら 71 対について線形計画問題を解く必要があった．一方，提案の区間 UTA 法では，式 (??) により 29 対が判定され，残り 36 対についてのみ線形計画問題を解けば良かった．解くべき線形計画問題もパラメータ数が削減されるので，区間 UTA 法では UTA^{GMS} 法で解く線形計画問題より小規模なものとなる．

5 おわりに

本研究では，UTA 法と UTA^{GMS} 法との中間的なアプローチである区間 UTA 法を提案した．周辺効用関数は区分的線形な非減少関数で近似的に表し，各区分の増分を区間で制限する形で区間効用関数を表現した．選好情報は各区分の増分の相互関係として表される．この区間モデルが定められると，代替案の一対比較が線形計画問題を解くことなく求められる場合があり，そうでない場合でも小規模な線形計画問題を解けばよいことになる．区間モデルの同定問題は，与えられた選好情報を近似的に線形制約条件に表し，各区間の曖昧さを最大にするモデルが，線形計画問題解くことにより求められる．提案の区間 UTA 法の有用性を示すため，簡単な多基準評価問題に応用し，UTA 法および UTA^{GMS} 法による結果と比較した．UTA 法により代替案の弱順序が得られるが，得られた結果の信頼性に疑問がある．区間 UTA 法では与えられた選好情報と基準値の比較およびこれらから推移律により導かれる選好以外には，2 対間の選好が推定されるのみであった．区間 UTA 法がこれらの中間的なモデルとなった．この選好が確実に成立するとは限らないが，(i) 情報として得られた選好対に対して区間効用の強い大小関係の成立を要請し，(ii) すべての区分で一様に効用が大きくなるように区間効用関数を求め，(iii) 区間効用の強い大小関係が成立する場合のみ，選好が成立すると推定しているという 3 点で，意味づけられた推定になっている．

今後の課題としては，区分点の定め方や評価関数の妥当性、および加法的効用関数を一般化したモデルの検討などがあげられる．

謝辞　JSPS 科研費 26350423 の助成に謝意を表します．

参考文献

[1] E. Jacquet-Lagreze, J. Siskos, "Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method," *European Journal of Operational Reserch*, 10 , pp.151–164 (1982)

[2] S. Greco, et al., Robust ordinal regression, in: M. Ehrgott et al. (eds.), *Trends in Multiple Criteria Decision Analysis*, Springer, NY, pp.241–283 (2010)

[3] M. Kadzinski, S. Greco, R. Słowiński, "Extreme ranking analysis in robust ordinal regression," *Omega*, 40 , pp.488–501 (2012)

[4] M. Inuiguchi, et al., Interval ordinal regression for multi-attribute decision aiding, in: *Proceedings of 8th NACA*, Yokohama Publishers, pp.177–206 (2015)