

## ロバスト性とファジィ推論による期待利益設定を統合した 二目的ポートフォリオ選択問題

Biobjective Portfolio Selection Problem Integrating Robustness and Expected Returns  
from Fuzzy Inference Method

早稲田大学・創造理工学部 蓮池隆

Takashi Hasuike

Graduate School of Creative Science and Technology, Waseda University

### 1. はじめに

株や債券、為替といった金融資産に対し、現保有資金の投資配分(ポートフォリオ)を最適化することで将来収益の確保を目指すポートフォリオ選択問題において、最も重要なことは過去の市場データを考慮しつつ、各投資家の相場観に見合った形で将来収益を適切に設定することである。この適切な設定が行われなければ、平均分散モデルや平均絶対偏差モデル、機会制約条件を導入したモデルなど、様々な投資モデルを利用したとしても、得られる最適ポートフォリオの妥当性や投資家の納得感を得ることができず、せっかくの数理解析モデルが意思決定支援に役立たない可能性が高い。

特に本論文では、投資家の相場観を取り込み、最適ポートフォリオへの高い納得感を獲得できるポートフォリオ選択問題を提案する。

#### 1.1. テクニカル分析とファンダメンタル分析

情報通信技術の発達で、金融市場の過去データを大規模に取得することも容易になっているため、過去の収益分布を統計解析による確率分布として得ることも可能となっている。一方で、確率分布のみでは不十分ととらえ、特に直近の株価の動きを基に、投資家自身が長年の経験則や相場観で将来収益率を予測し、投資を行うことも少なくない。

このような直近の株価の値動きから将来株価の方向性を予測・分析する手法として、テクニカル分析やファンダメンタル分析が存在する。テクニカル分析[1]は、直近から過去 25 日間と 75 日間、6 週間と 13 週間といった、短期と長期の 2 つの期間を設定し、日々、それぞれの設定期間での平均値をとり続けグラフで表現し、グラフの上下動を読み解くことで、将来株価の値上がり・値下がり傾向を予測するものである。この短期・長期の 2 つのグラフはそれぞれ、短期移動平均線(Short Term Moving Average; STMA)と長期移動平均線(Long Term Moving Average; LTMA)と呼ばれ、一般的なテクニカル分析において、STMA が LTMA のグラフに対して下から上へと交差した場合には株価は上昇傾向に、逆に上から下へと交差した場合には下降傾向になる場合が多いとされている。一方でファンダメンタル分析[2]

は、企業の財務諸表から業績などを分析することで、企業の価値や健全さ、それに伴う株価の割高性を判断する手法であり、こちらもある企業の将来株価予測の1つとして広く用いられている。

## 1.2. 本論文での提案モデル

テクニカル分析およびファンダメンタル分析ともに、STMA や LTMA の上下動と将来株価との関連性や、財務諸表等の読み取り方には、投資家の相場観が反映されやすく、これまでもソフトコンピューティング手法、ニューラルネットワーク、エージェントシミュレーションなど様々な手法を用いた株価予測の研究がされてきた[3-7]。さらにテクニカル分析やファンダメンタル分析をとりいれた株の自動売買に関する研究も現在盛んに行われている[8-10]。ファジィ理論の観点からも、ファジィポートフォリオ選択問題の研究は盛んに行われており、様々なモデルが提案されている。一方で、株価予測に関してもファジィ推論を利用したテクニカル分析の研究が行われている[11,12]が、その数は少ない。投資家の相場観といった人間由来の曖昧さを数値化することが可能であり、またテクニカル分析における、「STMA が LTMA のグラフに対して下から上へと交差したら、株価は上昇傾向にある」といった言語情報によるルールベースの推論法は、ファジィ推論法が得意とする内容であることから、本論文では、テクニカル分析やファンダメンタル分析をファジィ推論法によりとりこんだポートフォリオ選択問題を考察する。

上述のように、現在の情報通信技術を用いれば、将来収益率に関する市場データを取得することは容易である。そのデータから確率分布を得、テクニカル分析やファンダメンタル分析をとりこんだファジィ推論法を用いて、パラメータの調整をすることで客観性と主観性を併せ持つパラメータ設定が可能となる。本論文では、テクニカル分析やファンダメンタル分析が、投資家の相場観により将来株価そのものの上昇、下降として調整されることから、期待値がファジィ推論法の出力結果により調整される場合を考察する。このように、確率分布のパラメータに曖昧さがあり、曖昧さをファジィ理論により表現したものはランダムファジィ変数[13]と呼ばれている。よって本論文ではファジィ推論法によるランダムファジィポートフォリオ選択問題として定式された問題から投資家の相場観に見合った最適ポートフォリオの導出法を提案する。

従来のランダムファジィポートフォリオ選択問題[14]では、確率変数およびファジィ数に対する最適性条件を設ける必要があった。本論文において、ファジィ数はファジィ推論法の出力結果により得られるため、最適性条件を導入する必要はないため、確率変数に対する最適性条件のみに着目する。もしリスク回避的な投資家であれば、損失する確率や、損失が起こってしまった場合の損失額の最小化を目的とする場合が多く、Value at Risk (VaR) や Conditional Value at Risk (CVaR) が広く利用されている。一般的に、VaR や CVaR の値を求める場合、確率分布の形状を陽に与える必要があるが、大規模であったとしても、データのみから正確な形状を導出することは容易ではない、つまり、正確な VaR や CVaR の値を

求められない可能性が高い。

一方で、大規模市場データから平均値や分散を求めることは容易であることから、本論文では、平均値と分散のみから計算可能な worst-case CVaR を導入する。worst-case CVaR は様々な確率分布での CVaR における worst-case を考えるものであり、将来の総収益率に関する損失期待値の下界を表現するものである。よって、worst-case CVaR を最小化することで損失を抑え、もし投資家が worst-case CVaR で得られる最適ポートフォリオに納得すれば、どのような確率分布形状であったとしても対応できるポートフォリオ構成、つまりはロバストなポートフォリオ構成となる。さらに、ロバスト性を多少犠牲にしてもある程度高い収益を望みたいという投資家の要望もありうるため、worst-case CVaR によるロバスト性確保と収益増加の両目的を考慮したポートフォリオ選択問題を提案し、その最適ポートフォリオの厳密解の導出法を開発する。

## 2. 提案モデルのベースとなる既存手法・数理モデル

本節では、提案モデル構築のベースとなる既存手法や数理モデルに関して、特に単一入力型ファジィ推論法である簡略化直接法[15,16]、および worst-case CVaR[17,18]について説明を行う。将来収益率を表現するランダムファジィ変数も重要ではあるが、本論文では、将来収益率の確率変数における期待値がファジィ数により表現されるものとし、一般的な定義に関しては、文献[13]を参照されたい。

### 2.1. 林らによる単一入力型ファジィ推論法

テクニカル分析やファンダメンタル分析において、投資家は「もしテクニカル分析によりやや上昇トレンドが見られ、ファンダメンタル分析により現状株価の割安感がとても強いなら、将来価格は確率分布の期待値よりも、高くなるだろう。」といった相場観をルールとして保持している可能性は高い。このような言語ルールを数式により表現するために、ファジィ推論法を適用する。

ファジィ推論法に関しては、マムダニの min-max-重心法[19]や、代数加算重心法[20]、簡略化推論法[21]など、様々な推論法が提案され幅広い応用がなされている。本論文では、林らによる簡略化直接法[15,16]を利用する。この手法は他の手法と比べ、(1)前件部(Ifの部分)のみにメンバシップ関数を適用し、適合度がそのまま後件部(then)の重みとなる、(2)1 つ 1 つのルールにおける前件部の入力が 1 入力である、といった特徴を持ち、計算のしやすさの観点だけでなく、最終的な推論結果が、他の推論法と比較しても簡便でわかりやすい形で表現できる点で非常に優れた推論法である。これらの特徴は次の数式で表現される。

$$\text{Rule-}k : \left\{ \zeta_{ik} = A_s^{ik} \rightarrow f_{ik} = f_s^{ik} \right\}_{s=1}^{S_k}, \quad (i=1,2,\dots,m, k=1,2,\dots,K) \quad (1)$$

ここで、 $\zeta_{ik}$ 、 $f_{ik}$  は  $i$  番目の入力データであり、Rule- $k$  は  $S_k$  個のルールから構成されており、その中で  $s$  番目のルールに着目した場合における  $A_s^{ik}$  が前件部のメンバシップ関数、 $f_s^{ik}$  は

後件部の出力値を表わしている。例えば、「もしテクニカル分析により STMA や LTMA の上下動の幅が“やや大きい”なら、将来収益率は得られている期待値より“2%高い”だろう。」としたルールがあった場合、“やや大きい”に当てはまるメンバシップ関数が  $A_s^{ik}$ ，“2%高い”  $=+0.02$  が  $f_s^{ik}$  に当てはまる。

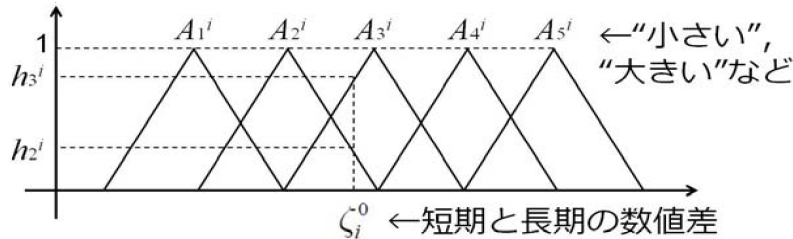


図1：ファジィ推論法に用いるメンバシップ関数の例(三角型メンバシップ関数)

1つ1つのルールに対応するメンバシップ関数から、入力値がどの程度ルールに適合しているかを示す適合度を  $h_s^{ik} = A_s^{ik}(\zeta_i^0)$  として表現できるため、この適合度と出力値を利用して、最終的な調整値  $f_i^0$  が次の数式で得られる。

$$f_i^0 = \frac{\sum_{s=1}^{S_1} h_s^{i1} f_s^{i1} + \dots + \sum_{s=1}^{S_K} h_s^{iK} f_s^{iK}}{\sum_{s=1}^{S_1} h_s^{i1} + \dots + \sum_{s=1}^{S_K} h_s^{iK}} = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{S_k} h_s^{ik} f_s^{ik}}{\sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{S_k} h_s^{ik}} \quad (2)$$

この形は重み付き平均の表現方法であるため、出力結果が理解しやすい形となっている。この値を基にして、市場データより確率分布の将来収益率が  $\bar{r}_j$  と得られている場合、本研究では、ファジィ推論値による調整した  $\hat{r}_j = \bar{r}_j + f_j^0$  を期待収益率として利用する。

## 2.2. ポートフォリオ選択問題と worst-case CVaR

$n$ 種の金融資産を想定し、 $i$ 番目の金融資産に対する期待収益率を  $\bar{r}_j$ 、分散を  $\sigma_j^2$ 、またその金融資産への保有資金配分(ポートフォリオ)を  $x_j$  とする。この時、総期待収益率および分散は次の式で表現される。

$$E(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \bar{r}_j x_j = \bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x}, \quad V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j = \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x} \quad (3)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$  の 2 つの金融資産  $i$  と  $j$  の共分散であり、 $\mathbf{V}$  は分散共分散行列である。最も基本的なポートフォリオ選択問題の数理モデルである Markowitz の平均分散モデルは、 $E(\mathbf{x})$  を一定以上に設定した制約条件の下、 $V(\mathbf{x})$  を最小化する問題である。一方で、近年リスク回避的な投資を行う場合の指標である Conditional Value at Risk (CVaR) が注目されている [17,18]。CVaR は VaR を改良したものであり、次のような形で数理的に表現される。

$$\begin{aligned} \text{CVaR}_\beta(\mathbf{x}) &= E \left[ -\sum_{j=1}^n r_j x_j \mid -\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \text{VaR}_\beta(\mathbf{x}) \right] \\ &= \min \left\{ \alpha + \frac{1}{1-\beta} E \left[ \left( -\sum_{j=1}^n r_j x_j - \alpha \right)^+ \right] \right\} \\ \left( \begin{array}{l} \Psi(\mathbf{x}, \alpha) = \Pr \left\{ -\sum_{j=1}^n r_j x_j \leq \alpha \right\} = \int_{-\sum_{j=1}^n r_j x_j \leq \alpha} dF(\mathbf{r}) \\ \text{VaR}_\beta(\mathbf{x}) = \min \left\{ \alpha \in \mathbb{R} \mid \Psi(\mathbf{x}, \alpha) \geq \beta \right\} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

しかし、CVaR を計算するためには、確率分布を陽に設定する必要がある。一方で、worst-case CVaR [ ] は、考える全ての確率分布  $F$  の集合  $D$  を考慮して、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x}) &= \sup_{F \in D} \text{CVaR}_\beta(\mathbf{x}) \\ \Leftrightarrow \text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x}) &\geq \text{CVaR}_\beta(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5)$$

また、一般的に期待値  $\mu$ 、標準偏差  $\sigma$  をもつ確率変数  $\xi$  に対して、 $\sup_{\xi \sim (\mu, \sigma)} E \left[ (\rho - \xi)^+ \right]$  が

$$\sup_{\xi \sim (\mu, \sigma)} E \left[ (\rho - \xi)^+ \right] = \frac{\rho - \mu + \sqrt{\sigma^2 + (\rho - \mu)^2}}{2} \text{ と表現できることから、} \sup_{F \in D} \text{CVaR}_\beta(\mathbf{x}) \text{ は以}$$

下のように表現できる。

$$\begin{aligned} \sup_{\mathbf{r} \sim D} E \left[ \left( -\sum_{j=1}^n r_j x_j - \alpha \right)^+ \right] &= \sup_{\mathbf{r} \sim D} E \left[ \left( -\mathbf{r}' \mathbf{x} - \alpha \right)^+ \right] \\ &= \frac{1}{2} \left( -(\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + \alpha) + \sqrt{(\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + \alpha)^2 + \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

よって,  $\text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x})$  は次のように陽な形で表現可能となる.

$$\begin{aligned} & \text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x}) \\ &= \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left\{ \alpha + \frac{1}{2(1-\beta)} \left( -(\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + \alpha) + \sqrt{(\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + \alpha)^2 + \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} \right) \right\} \\ &= -\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + \sqrt{\frac{\beta}{1-\beta}} \sqrt{\mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} = -\bar{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + C_\beta \sqrt{\mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 提案モデルと厳密解の導出

2節でのファジィ推論法および worst-case CVaR を利用して, 本論文では以下のポートフォリオ選択問題を提案する.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } Z_1(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \hat{r}_j x_j \\ & \text{Minimize } Z_2(\mathbf{x}) = \text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x}) \\ & \text{subject to } \sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (8)$$

本提案モデルでは,  $\text{wcCVaR}_\beta(\mathbf{x})$  の最小化によりロバストな場合も考慮しながら, 期待収益もできる限り最大化するといった収益性も考慮したモデルとなっている. また空売り禁止制約条件である  $x_j \geq 0$  をはずしているが, 導入しても下記と同様の議論は可能である.

問題(7)は二目的計画問題であり, 二目的同時に最適化可能な同一ポートフォリオが存在することはほぼ無く, また直接最適化手法と適用することは困難である. 本論文では, 投資家の相場観を取り入れるなど, 投資家との対話により最適ポートフォリオを作成することを想定していることから, 中山[22]により提案された満足化トレードオフ法を導入する.

満足化トレードオフ法では, まずそれぞれ単一目的の場合の最適化問題 P1, P2 を解く.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } Z_1(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \hat{r}_j x_j \\ \text{P1 : } & \text{subject to } \sum_{j=1}^n x_j = 1, \quad x_j \geq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize } Z'_2(\mathbf{x}) = -\hat{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + C_\beta \sqrt{\mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} \\
\text{P2 : } & \text{subject to } \sum_{j=1}^n x_j = 1, x_j \geq 0, (j=1, 2, \dots, n) \\
& \Leftrightarrow \text{Maximize } Z'_2(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{x} - C_\beta \sqrt{\mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}} \\
& \text{subject to } \sum_{j=1}^n x_j = 1, x_j \geq 0, (j=1, 2, \dots, n)
\end{aligned}$$

それぞれの最適値を  $z_1^*$  および  $z_2^*$  とし、さらに  $z_1^{\min} = Z_1(\mathbf{x}_2^*)$ ,  $z_2^{\min} = Z_2(\mathbf{x}_1^*)$  を計算する.

次に各目的関数に対し、意思決定者(本論文では投資家)が求める目標値(希求水準)を  $\hat{z}_1, \hat{z}_2$  と設定し、各目的関数に対する重みを  $w_i = \frac{1}{z_i^* - z_i^{\min}}$ , ( $i=1, 2$ ) と考える. 最終的にこの重みを用いて、またリスク回避目標を達成できる投資スタイルをより強く想定して、次の問題の最適解を問題(8)の最適ポートフォリオとみなす.

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize } w_1(\hat{z}_1 - \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{x}) \\
& \text{subject to } w_2(\hat{z}_2 - \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{x} + C_\beta \sqrt{\mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x}}) \leq w_1(\hat{z}_1 - \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{x}), \\
& \sum_{j=1}^n x_j = 1
\end{aligned} \tag{10}$$

この問題は凸計画問題であり、標準的な制約付きの非線形計画法を利用することで、多少煩雑にはなるが、最適解は下記のように表現できる.

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \frac{(w_1 - w_2) a_{rr} (1 - \bar{A}) R + (a_{rr} C_2 - C_1)}{w_2 C_\beta a_{r1} \bar{A}} \mathbf{V}^{-1} \mathbf{1} - \frac{C_2}{w_2 C_\beta \bar{A}} \mathbf{V}^{-1} \hat{\mathbf{r}} \\ R^2 = \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x} \end{cases} \tag{11}$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は  $R$  の 1 次式で表現され、第 2 式に代入することで、 $R$  の 2 次方程式を解けばよい. また  $\mathbf{x}$  に含まれる他のパラメータは、

$$\begin{aligned}
\bar{A} &= a_{11} a_{rr} - a_{r1}^2, a_{11} = \mathbf{1}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{1}, a_{r1} = \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{1}, a_{rr} = \hat{\mathbf{r}}' \mathbf{V}^{-1} \hat{\mathbf{r}}, \\
C_1 &= \left( \frac{1}{2} w_2 C_\beta R - (w_1 \hat{z}_1 - w_2 \hat{z}_2) \right) w_2 C_\beta / (w_1 - w_2), C_2 = a_{11} C_1 + w_2 C_\beta a_{r1},
\end{aligned}$$

と固定値で設定されているため、最終的に厳密最適ポートフォリオを陽な形で得ることが可能となる. さらに、得られる最適ポートフォリオの値に対して、投資家が納得いかなければ、目標値(希求水準)  $\hat{z}_1, \hat{z}_2$  を変更したり、ファジィ推論で用いたルールを見直したりす

ることで、対話による最適ポートフォリオ構築を可能とし、納得のいく投資プランが設計可能となる。

#### 4. まとめ

本研究では、投資家の相場観をファジィ推論により将来収益率の確率分布に導入し、リスク回避とロバスト性に主眼を置いた worst-case CVaR の最小化と期待収益率最大化を同時に考えることで、収益性にも配慮のあるポートフォリオ選択問題を提案した。提案モデルは二目的最適化問題として定式化されていることから、投資家との対話によるポートフォリオ作成も考慮して、満足化トレードオフ法を導入し、厳密最適解を陽に求める導出過程を示した。本モデルでは問題(10)のように、リスク回避の達成をより強調したモデルとなっているが、問題(8)からも期待収益率の目標達成を強調したモデルも考えられる。さらに、本論文では理論的側面のみ焦点を当てているが、実際に本モデルの有用性を示すために、市場データを用いた実証研究を進めていく必要がある。

#### 参考文献

- [1] 合宝郁太郎, 株式相場のテクニカル分析, 日本経済新聞社, 1985.
- [2] B.C.N. Greenwald, J. Kahn, P.D. Sonkin, M. van Biema, Value Investing: From Graham to Buffett and Beyond, Wiley, 2004.
- [3] E.M. Azoff, Neural Network Time Series Forecasting of Financial Markets, John Wiley & Sons, 1994.
- [4] 森茂男, 平澤宏太郎, 古月敬之, “Genetic Network Programming による株価予測と売買モデル”, 電気学会論文誌 C, 125(4), pp. 631-636, 2005.
- [5] 泉良裕, 平澤宏太郎, 古月敬之, “重要度指標付き Genetic Network Programming を用いた株式売買モデル”, 計測自動制御学会論文集, 42(5), pp. 559-566, 2006.
- [6] 馬場則夫, 西田将人, 甲斐良隆, “ニューラルネットを活用した従来型テクニカル分析手法改善の試み”, 電気学会論文誌 C, 126(11), pp. 1324-1331, 2006.
- [7] 八木勲, 水田孝信, 和泉潔, “人工市場を利用した空売り規制が与える株式市場への影響分析”, 人工知能学会論文誌, 26(1), pp. 208-216, 2011.
- [8] A.W. Lo, H. Mamaysky, and J. Wang, “Foundations of Technical Analysis: Computational Algorithms, Statistical Inference, and Empirical Implementation”, The Journal of Finance, 55(4), pp. 1705-1765, 2000.
- [9] L.A. Teixeira and A.L.I. de Oliveira, “A method for automatic stock trading combining technical analysis and nearest neighbor classification”, Expert Systems with Applications, 37, pp. 6885-6890, 2010.
- [10] R.C. Royo, F. Guijarro, and K. Michniuk, “Stock market trading rule based on pattern



- recognition and technical analysis: Forecasting the DJIA index with intraday data”, *Expert Systems with Applications*, 42(12), pp. 5963-5975, 2015.
- [11] 浜田成泰, 染谷隆子, 小坂満隆, “証券価格のチャート分析へのファジィ論理の応用”, *日本ファジィ学会誌*, 3(2), pp. 56-57, 1991.
- [12] 安信千津子, 丸岡哲也, “ファジィ推論のチャートのテクニカル分析への応用の一工夫”, *情報処理学会論文誌*, 33(2), pp. 122-129, 1992.
- [13] B. Liu, *Theory and practice of uncertain programming*, Springer, 2002.
- [14] T. Hasuike, H. Katagiri, and H. Ishii, “Portfolio selection problems with random fuzzy variable returns”, *Fuzzy Sets and Systems*, 160(18), pp. 2579-2596, 2009.
- [15] K. Hayashi, A. Otsubo, and K. Shiranita, “Realization of nonlinear and linear PID control using simplified direct inference method”, *IEICE Trans. Fundamentals (Japanese Edition)*, J82-A(7), pp. 1180-1184, 1999.
- [16] K. Hayashi, A. Otsubo, and K. Shirahata, “Improvement of conventional method of PI fuzzy control”, *IEICE Trans. Fundamentals*, E84-A(6), pp. 1588-1592, 2001.
- [17] S. Zhu and M. Fukushima, “Worst-case conditional Value-at-Risk with application to robust portfolio management”, *Operations Research*, 57(5), pp. 1155-1168, 2009.
- [18] L. Tang and A. Ling, “A closed-form solution for robust portfolio selection with worst-case CVaR risk measure”, *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2014 (2014), Article ID 494575.
- [19] E.H. Mamdani and S. Assilian, An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller, *International Journal of Man-Machine Studies*, 7(1), pp. 1-13, 1975.
- [20] 菅野道夫, *ファジィ制御*, 日刊工業新聞社, 1996.
- [21] 前田幹夫, 村上周太, “自己調整ファジィコントローラ”, *計測自動制御学会論文集*, 24(2), pp. 191-197, 1988.
- [22] 中山弘隆, “多目的計画に対する満足化トレードオフ法の提案”, *計測自動制御学会論文集*, 20(1), pp. 29-35, 1984.