

平成28年度 RIMS 共同研究「数式処理の新たな発展」 — その最新研究と基礎理論の再構成 —

長坂耕作

KOSAKU NAGASAKA*

神戸大学人間発達環境学研究所

GRADUATE SCHOOL OF HUMAN DEVELOPMENT AND ENVIRONMENT, KOBE UNIVERSITY

1 はじめに

本共同研究は、学術的な対象として、代数方程式や微分方程式などの厳密な解法（アルゴリズム）だけでなく、数値計算との融合を進めた数値・数式融合計算などから具体的なシステム設計、各分野への応用などで活躍する研究者が、その最新の研究成果を報告し、多面的な議論を行い、数式処理の新たな発展のために、今後の展望と方向性を検討することを目的とした。

この目的を達成するため本共同研究では、これからの数式処理（計算代数、計算機代数）の基礎理論について検討を行うため、2件の招待講演と議論を行う3件のセッションを設定し、基礎理論についての活発な議論を展開した。本稿では、議論の帰結について簡単にまとめておく。なお、以下では、計算機代数という用語を、数式処理や計算代数などを表す代表的なものとして使用している。

2 計算機代数の基礎理論

RIMS 共同研究や研究集会、日本数式処理学会の大会、ISSAC (International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation) などの国際研究集会では、非常に多様な研究報告が行われており¹⁾、計算機代数そのものの定義が難しい中、招待講演とセッションを重ねることで、参加研究者の議論では以下の定義が得られた。

2.1 計算機代数

定義

数や式（数式）を用いて表現される問題及びそれに付随する課題に対し、構成的代数学や計算機科学を主に用いてアプローチする研究分野で、代数的算法の設計、解析、実装から応用までを行う。

*nagasaka@main.h.kobe-u.ac.jp

¹⁾例えば、限量子消去 (QE) に基づく制御系設計の理論・実装・応用、代数的局所コホモロジーを用いた特異点解析アルゴリズムの研究、数値・数式融合計算（安定化理論、近似 GCD や最近特異多項式など）、High Performance Computing の方法論に基づく多項式の終結式などの高速計算、計算複素解析と代数解析アルゴリズムの研究、数論アルゴリズムの研究、Gröbner 基底の研究（CRT に基づく高速計算や世界最速を争う包括的 Gröbner 基底計算など）などが挙げられる。

2.2 計算機代数の基礎理論

定義

アルゴリズムの有限停止性と計算量による評価の枠組み、代数的算法を下支えする単変数多項式環の基礎算法、高速化の基本となるモジュラ算法や歴史的算法など。

計算機代数の基礎理論の定義に基づき、これからの数式処理において、基礎理論として学ぶべきトピックは、最終的に次の構造が望ましいとの結論に至った。なお、これらのトピックには最新の研究報告が直接的には含まれていないが、様々な研究に携わる研究者の共通認識として、必要とされるものを残した結果、このような構造が得られたことを申し添える。

- アルゴリズムとその評価
 - 発見的方法からアルゴリズムへ
 - 計算量とアルゴリズムの評価
 - 確定的アルゴリズムと確率的アルゴリズム
- Euclid の互除法とその利用
 - Euclid の互除法と（多項式）剰余列
 - 拡張 Euclid の互除法とその利用
 - モジュラ算法による最大公約因子の計算
- 終結式とその利用（代数方程式含む）
 - Sylvester 写像と最大公約因子
 - 終結式と共通零点の有無（単変数多項式の場合）
 - 連立代数方程式の零点とその計算法
- 有限体上の多項式の因数分解
 - 無平方分解（重複因子を取り除く分解）
 - Berlekamp アルゴリズム
 - DDF (Distinct Degree Factorization)/EDF (Equal Degree Factorization) と効率化
- 整域上の多項式の因数分解
 - Hensel の補題と実際の構成（Hensel 構成）
 - 試し割りに基づくアルゴリズム
 - 多項式時間アルゴリズムと効率化

3 今後の展開

今回の共同研究で得られた計算機代数の基礎理論に関する検討結果を活かし、これからの数式処理を担う学生や、数式処理を必要とする隣接分野の研究者、などの方々を対象とする学術書の出版を検討中である。