数理解析研究所講究録
第2025巻 2017年 143-182

大成算經　巻之十三　求積

巻之十三　中集　求積

關孝和
建部賢明　編
建部賢弘

二〇一三年　小松彦三郎校

大成算經卷之十三　中集

求積

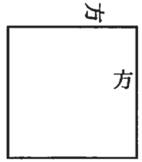
積者謂相乘之總數也形者本計縱橫高相通之總故依形變其理自有隱見矣是以其技皆辯形勢之所原以截盈補虛爲要亦平立各兩矩相具而能施通變之術（俗謂之坪積）也凡奇形異狀之屬雖無窮審其源則皆歸于方圓之二理然方輒求得故雖變其理自易曉圓速難得故變則有其理隱者是故分平立之二篇與方圓之次序每解其所起以相對之限釋形極而爲求積之法式也

平積

平積者平術之狀也其形直者正縱橫相乘即得積

一

尖者二約而後得積是平積直尖之兩矩也諸形悉本于此而求其積也（按古以平積爲量田地之法今解形變截補之要而悉便于術理是以不必論田疇之段畝也）



假如有平方自方二尺五寸問積

答曰積六百二十五寸

術曰置自方（二尺五寸）自乘之得積也

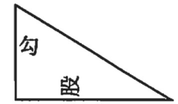
解曰是平形之首也其縱橫各等而不相對故形無大小之極也

假如有直長二尺四寸闊一尺三寸問積

答曰積三百一十二寸

術曰置長（二尺四寸）以闊（一尺三寸）相乘得積（或長闊均偏于上下左右或均承于圓規者其形雖異截補之理相同故皆以正長乘正闊得積也）

解曰是方有長短也乃縱橫各正故相乘卽得全積然其縱橫長短之形自然具而相對則等者爲限故以平方爲形極也

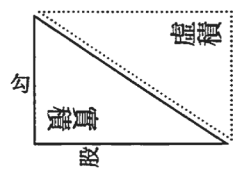


假如有勾股勾二尺八寸股三尺問積

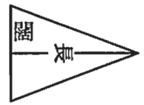
答曰積四百二十寸

術曰置勾二尺八寸以股三尺相乘折半之得積

解曰是斜截之半直也勾股相乘得虛實共直積折去虛積一半則得實積故以二爲尖積約法其餘平形求積諸術所爲之變約率之異者皆起于此直尖兩矩也此形勾股相對等者爲限故以半方爲極也



二

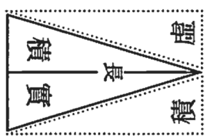


假如有圭長六尺一寸闊四尺四寸問積

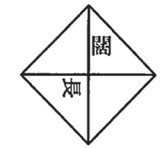
答曰積一千三百四十二寸

術曰置長六尺一寸以闊四尺四寸相乘折半之得積或稍偏于上下者亦同

解曰是勾股兩接之形故長闊相乘爲虛實共直積減去一半卽實積也此形兩旁斜曰面若長冪四段適合三段闊冪者兩面與闊各等故其形三角也又長與半闊相對等爲限故以半方爲極形若長少於半闊者謂之半梭凡此形本于勾股故諸角及割圓裁弧之屬皆假此而求之也



假如有梭長五尺闊二尺三寸問積

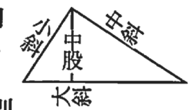


答曰五百七十五寸

術曰置長五尺以闊二尺三寸相乘折半之得積或長左右有廣狹或闊上下有長短者亦倣此

解曰是二圭相接之形故求積之理及圖皆準于前此形四旁斜曰面其長闊相對等者爲限故以方爲極也

假如有三斜大斜二尺一寸中斜一尺七寸小斜一尺問積



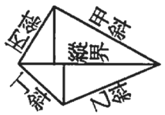
答曰積八十四寸

術曰別得中股八寸置大斜二尺一寸以中股八寸相乘折半之得積或用中斜求左正闊或用小斜求右正闊者皆以其闊相乘折半之得積也

三

解曰是二勾股相接之形乃中股與大斜相乘爲虛實共直積折去即得實積也此形本有屈伸故以上稜合曲尺而成勾股者爲限乃幷中斜冪與小斜冪多於大斜冪者爲屈少者爲伸也又大中斜相對等者爲限但無極形之名中小斜相對等者爲限故以半梭爲極形也

假如有四斜甲斜二尺乙斜一尺七寸丙斜一尺三寸丁斜一尺縱界長二尺一寸問積



答曰積二百一十寸

術曰別得上闊一尺二寸下闊八寸置上闊加入下闊若題中云橫界長者別得左右闊相幷乘橫界長得二尺以縱界長二尺一寸相乘折半之

積乃五斜者求三件積相幷六斜者求四件積相幷七斜者求五件積相幷各得其積也八斜己上傚此

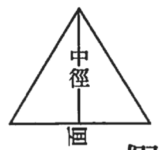
解曰是三斜兩段之形故求從界上下積相幷得積也凡外斜其大小無定處唯隨形之長短號之每稜各有屈伸以合矩爲其限今言縱界故幷甲冪與丙冪多於縱界冪者爲上屈少於者爲上伸又幷乙冪與丁冪多於縱界冪者爲下屈少於者爲下伸若題中云橫界長則幷甲冪與乙冪多於橫界冪者爲右屈少於者爲右伸又幷丙冪與丁冪多於橫界冪者爲左屈少於者爲左伸也斜相對等者爲限故以左作半梭爲極乙丙斜相對等者爲限無形極之名甲乙斜相對等者爲限故以右作圭爲極縱界甲斜相對等者爲限故

四

以上作右倒圭爲極也

假如有三角每面各二尺四寸問積

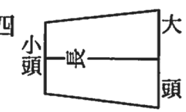
答曰積二百四十九寸四分一釐五毫三絲一六強



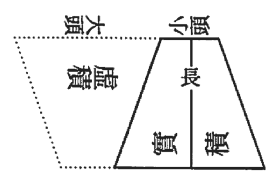
艸曰別得中徑二尺。七分八釐四毫六絲。九七微強置中徑以面二尺四寸相乘折半之得積

解曰是形圭而其闊與面相均故以中徑乘面折半卽圭積也蓋此古法捷徑之技而非眞之角術是以雖不會諸角通用之理就簡而爲求積一偏之用此形本三面無長短故相對之極亦無之

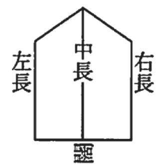
假如有梯大頭五丈一尺小頭三丈三尺長六丈



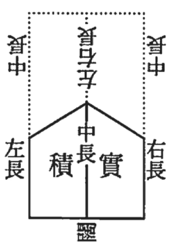
五尺問積
答曰積二千七百三十尺
術曰置大頭五丈一尺加入小頭三丈三尺共得八丈四尺以長六丈五尺相乘折半之得積或小頭偏于左右者亦同其餘簫牆等之形皆倣此
解曰是圭從稍截去之形乃幷大小頭擬正縱以長擬正橫相乘爲虛實共偏形之直積半之減去虛積則得實積也此形大小頭相對均者爲限故以直爲形極又小頭盡者有尖故以圭爲極長者不論長短故無形之極限也若大頭狹小頭廣者倒梯謂之簫半



五



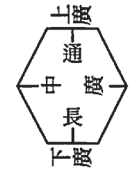
梯者謂之牆也
假如有箭翎左右長各九尺二寸中長一丈二尺闊七尺問積
答曰積七十四尺二寸
術曰置左右長九尺二寸加入中長一丈二尺共得二丈一尺二寸以闊七尺相乘折半之得積箭筈亦同若左右長及闊不均者求二牆積相幷得積也
解曰是二牆從大頭相接之形幷左右長與中長擬縱以闊擬橫相乘爲虛筈實翎之全直積折去一半即實積也此形中長與左右長相對均者爲限故以直爲極形又左右長盡者



爲限以圭爲極闊無長短之界故極限無之若中狹左右廣者二牆(自小頭)相接之形謂之箭筈亦曰箭筈也

假如有鼓上下廣各一尺二寸中廣一尺九寸通長四尺六寸問積

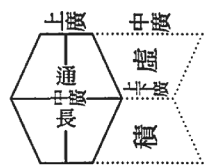
答曰積七百一十三寸



術曰置上下廣(一尺二寸)加入中廣(一尺九寸)共得(三尺一寸)以通長(四尺六寸)相乘折半之得積(腰鼓亦同若上下長不同者求二梯積相并得積也)

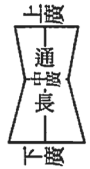
解曰是二梯(從大頭)相接之形乃上下廣與中廣相并擬正橫以通長(通者謂上下相通各均者也後倣之)擬正縱相乘爲中偏(虛腰鼓實鼓相連形)之直積折去一半得實

積也此形中廣與上下廣相對等者爲限故以直爲極形上下廣盡者爲限則以梭爲極長不論長短故無形之極限也若中狹上下廣者二梯(從小頭)相接之形謂之腰鼓也



假如有三廣上廣三尺五寸中廣二尺四寸下廣四尺二寸通長六尺四寸問積

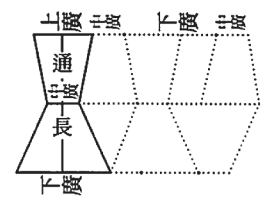
答曰積二千寸



術曰置中廣(二尺四寸)倍之加入上下廣共得(一丈二尺五寸)以通長(六尺四寸)相乘以四約之得積(或中廣多者亦同或中廣偏于上下者求二梯積相并得積)

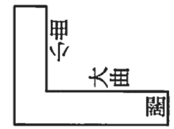
解曰是二梯(從小頭)相接之形倍中廣添上下廣

擬縱以長擬橫相乘得三偏上中下之虛實四段直積四約之爲實積也此形上下廣相對均者爲限故以腰鼓爲極形中廣不論長短故以無稜而成梯者爲長短之界乃倍中廣少於上下廣和者稜在內多者在外也以中廣盡者爲限則以二圭稍連者爲極又長無長短之論故形之極限無之



假如有曲尺內大曲二尺五寸小曲一尺闊各八寸問積

答曰積三百四十四寸



術曰置內大曲二尺五寸加入小曲一尺與闊八寸共得四尺

七

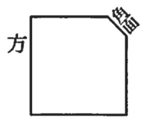
八寸以闊相乘得積幞頭者求二牆積相幷得積也

解曰是二直相接之形故幷大曲與闊擬下長以小曲擬上長相幷乘闊卽上下直積也此形大小曲相對等者爲限故以方稜缺方者爲極形又小曲盡者爲限則以直爲極闊不論多少故無極限之形也若兩闊不均者二牆相接之形謂之幞頭也

假如有抹角方五尺角面六寸問積

答曰積二千四百八十二寸

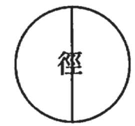
術曰置方五尺自乘得全方積二千五百寸寄位



置角面六寸自乘折半之得缺積一十八寸以減寄位餘得積若缺方不均者依勾股法求缺積減之或缺二角三角四角者皆如前法而求每缺積減之

得積也

解曰是方右角截小半方之形乃角面與方斜相對等者爲限故以半方爲極形角面盡者有稜故以全方爲極或雖缺面不均或缺每方者其所號同之



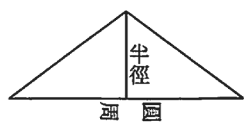
假如有圓徑七尺問積

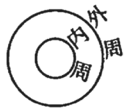
答曰積三千八百四十八寸一百一十三分寸之五十一

術曰置徑七尺自乘以周率三百五十五相乘得一百七十三萬九千五百寸以四箇徑率四百五十二除之不滿法者各以四約之得積覆月者依半圓術得積也

解曰是角所極而自中心累圭者成此形故周

擬圭闊半徑擬圭長求之故以周率乘圓徑爲因徑率圭闊乃圓周也又乘圓徑乃二箇圭長則爲因徑率四段圭積以四箇徑率除之卽得全圓積也此形無相對故極限亦無之乃求積者恃以事理之速爲要不必擇究術之精粗與數之疎密故圓術皆以常率求之其餘變形之屬或直乘周積法或收去不盡也是以答數各有微差矣





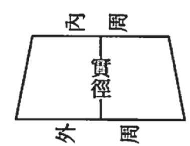
假如有環外周一丈五尺內周六尺三寸問積

答曰積一千四百七十四寸六分五釐

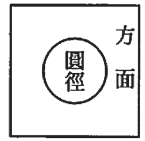
術曰外周一丈五尺自乘得二萬二千五百寸寄位內周六尺三寸自乘得三千九百六十九寸以減寄位餘一萬八千五百三十一寸以

徑率相乘以四箇周率除之得積　又置外周內減內周餘八尺七寸寄位　內外周相幷共得二丈一尺三寸以寄位相乘得一萬八千五百三十一寸以徑率相乘以四箇周率除之亦得積

解曰是內外各圓故前術者外圓積內減虛圓積餘爲實積後術者伸形而爲梯求之乃內外周相減乘徑率爲因周率二箇實徑即二箇梯長　又外周擬大頭內周擬小頭相幷以二箇梯長相乘爲因徑率四段梯積故以四箇周率除之也此形內外圓相等同徑爲限故以全圓爲極形若內徑盡者爲限者亦以全圓爲極也



假如有火塘方面三尺圓徑一尺七寸問積



答曰積六百七十三寸四百五十二分寸之九

術曰置方面三尺自乘得方積九百寸寄位　置圓徑一尺七寸自乘得二百八十九寸以周率相乘以四箇徑率除之得數以減寄位餘得積錢者先求圓積內減方積餘得積也

解曰一名火爐是內圓外方故方積內減圓積餘即實積也此形圓徑方面相對等者爲形極又圓徑盡者爲限則以全方爲極也若內方外圓者謂之錢也

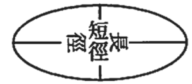
假如有帶直圓長徑一尺短徑七寸問積

答曰積五十九寸四百五十二分寸之二百一十九

術曰置長徑(一尺)內減短徑(七寸)餘(三寸)以短徑相乘得(二十一寸)寄位　短徑自乘得(四十九寸)以周率相乘以四箇徑率除之爲圓積加入寄位得積

解曰是圓正中夾直之形以長短徑差乘短徑爲中直積幷兩端之半圓積得全積也此形長短徑相對等者爲限故以全圓爲極形也

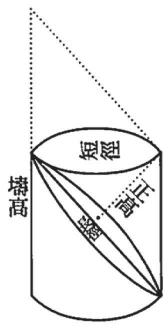
假如有側圓長徑三尺短徑一尺三寸問積



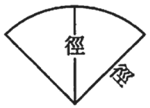
答曰積三百〇六寸(二百二十六分寸之六十九)

術曰置長徑(三尺)以短徑(一尺三寸)相乘得(三百九十寸)以周率相乘以四箇徑率除之不滿法者各半之得積

解曰是全圓欹側而所成圓墻從上至斜截之則其面即此形也墻徑爲短徑斜高爲長徑墻徑與墻高相乘以斜高除之得側圓墻之正高以之除圓墻全積(即側圓墻積)則截面平積是即側圓積也此形長短徑相對等者爲限故以全圓爲形極也



假如有扇灣一尺八寸徑各一尺一寸問積



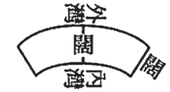
答曰積九十九寸

術曰置灣(一尺八寸)以徑(一尺一寸)相乘折半之得積(若中徑與旁徑不均者先求弧積而後幷圭積得積也)

解曰是圓自中心至兩旁截之形也中徑與旁徑各等故灣擬圭濶中徑擬圭長相乘折半得積也此形灣與半圓周相對等者爲限故以半圓爲極也

假如有車輞外灣二尺內灣一尺二寸濶各八寸問積

答曰積一百二十八寸



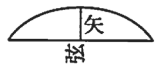
術曰內外灣相并共得三尺二寸以濶八寸相乘折半之得積若左右與中濶不均者先求大扇積得內減虛扇積餘得積也

解曰是扇承規而截扇之形故左右中三濶各等是故伸而成梯求之上灣擬大頭下灣擬小頭濶擬梯長得積也此形外灣與半周相對均

者爲限乃濶乘圓周法與內外灣差等者是也故以半環爲形極又內灣盡者爲限則以扇爲極也

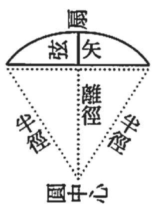
假如有弧矢二寸弦八寸問積

答曰積一十一寸一分八釐二毫三絲八微強



艸曰別得圓徑一尺背九寸二分七釐二毫九絲五二強置背以圓徑相乘得九十二寸七分二釐九毫五絲二強寄位置圓徑內減倍矢四寸餘爲離徑六寸以弦八寸相乘得四十八寸以減寄位餘以四約之得積

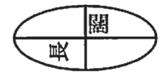
解曰是圓從邊截之形也自中心至兩端假二條之長則其形成扇半徑爲扇長背爲扇灣故背徑相乘



爲四段扇積又弦擬圭闊離徑擬二箇圭長相乘爲四段虛圭積以之減四段扇積餘四約之得弧積也此形矢與半弦相對均者爲限以覆月(即半圓也)爲形極也

假如有欖闊二寸長六寸問積

答曰積八寸一分七釐五毫〇五五(微强)



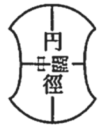
艸曰(別得圓徑一尺背六寸四分三釐五毫〇一一强)置背內減長六寸餘以圓徑相乘得(四寸三分五釐〇一絲一)加入長闊相乘(一十二寸)共得數折半之得積(若闊上下不均者求大小弧積相并得積也)

解曰兩弧相接之形故半闊爲矢長爲弦求一片弧積倍之得積也此形長闊相對等者爲限

故以全圓爲極形也

假如有錠圓徑一尺中闊二寸問積

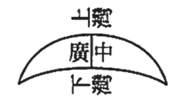
答曰積三十三寸八分一釐〇三絲



艸曰(別得虛弦八寸虛背九寸二分七釐二毫九絲五二)置半圓周(一尺五寸七〇七九六四)加入虛弦共得內減倍虛背餘(五寸一分六二〇六)以圓徑(一尺)相乘得(五十一寸六二〇六)寄位 置虛弦以中闊(二寸)相乘得(一十六寸)加入寄位共得數折半之得積(若中闊與上下闊不均者求大小虛弧積相并倍之以減全圓積餘得積也)

解曰是圓兩旁缺二欖之形故全圓積內減二虛欖積卽得積也此形圓徑與中闊相對均者爲限故以全圓爲形極又中闊盡者爲限則以虛欖兩背與圓中心相合爲極也

假如有眉上灣九寸下灣五寸中廣一寸



問積

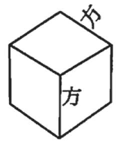
答曰積若干

艸曰別得實圓徑虛圓徑及虛弦置上灣內減虛弦餘以實圓徑相乘加入倍廣與虛弦相乘數共得數寄位置下灣內減虛弦餘以虛圓徑相乘以減寄位餘以四約之得積

解曰是弧內缺弧之形故求實弧積內減虛弧積餘卽眉積也此形虛弦與下灣相對等者爲限故以全弧爲形極又虛矢中廣和與實圓半徑相對等者爲限故上灣與實圓半周均者爲極也

立積

立積者立起之狀也上下同形者曰墻上小下大者曰臺上銳者曰錐有刃者曰楔周旋者曰環此五者悉冒于平形而立形全備矣乃墻者以下面平積乘正高卽得積錐者三約而後得積是立積墻錐之兩矩也其餘所爲皆起於此相通于平積之兩矩而用之各隨形勢推變而求之得積也



假如有立方每面一十九尺

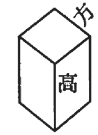
答曰積六千八百五十九尺

術曰置方面一十九尺再自乘之得積

解曰是立形之始墻之首也縱橫高各等故方面自乘爲平面積又乘方面卽高也則得全積也

此形無長短高下故相對之極限無之

假如有方堡墻方面七寸高一尺二寸問積

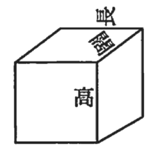


答曰積五百八十八寸

術曰置方面七寸自乘得四十九寸又以高一尺二寸相乘得積若墻形傾者亦如此以下面積乘正高得積也後倣之

解曰是上下方無大小而各均故曰墻方面自乘爲下一面方積乘高得全積也此形高不論長短故無相對之極限也

假如有直堡墻長八寸闊五寸高一尺問積

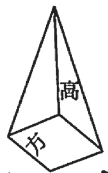


答曰積四百寸

術曰置長八寸以闊五寸相乘得四十寸亦以高一尺相乘得積其餘諸形堡墻皆如此求之也

解曰求積相乘之理同于前此形長闊相對等者爲限故以方墻爲形極又高無長短之界故極限無之也凡立形之屬大率高不論長短故其形必有高低之過不及也其餘錐臺楔之形各無高下之極限故悉略之也

假如有方錐下方一尺五寸高二尺問積

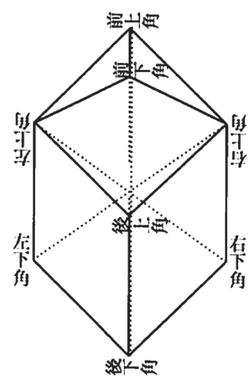


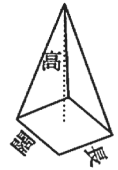
答曰積一百五十寸

術曰置下方一尺五寸自乘得二百二十五寸以高二尺相乘得數是方墻積也以錐法三約之得積若錐尖傾倒者同之以下面積乘正高以錐法約之得積也餘倣此

解曰立方是方高同數之方墻內從上四角至下四角而

斜分四線則有上下四旁六箇之方錐即面箇各以方爲錐面又爲二箇錐高故方即錐面自乘以壔高即二箇錐高相乘爲方壔積亦爲二段方錐積六箇也以二約之則方冪與錐高相乘者卽爲三段方錐積故以三爲錐積之約法是立積壔錐之兩矩也其餘諸形之變術約法等皆由斯而起也此形方與高不相對故極限無之



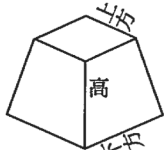


假如有直錐長一尺一寸闊五寸高二尺四寸問積

答曰積四百四十寸

術曰置下長一尺一寸以闊五寸相乘得五十五寸亦以高二尺相乘得數以三約之得積其餘諸形錐求積者皆如此

解曰長闊相乘爲下面直積以之乘高爲直壔積以錐法約之得錐積其餘諸錐皆以壔積三分之一爲錐積也此形長闊相對等者爲限故以方錐爲極形也

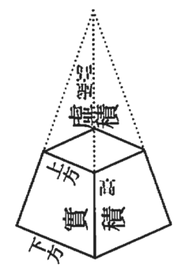


假如有方臺上方七尺下方一丈一尺高一丈五尺問積

答曰積一千二百三十五尺

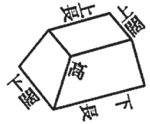
術曰上方七尺自乘得四十九尺下方一丈一尺自乘一百二十一尺上下方相乘得七十七尺三位相并又以高一丈五尺相乘得數以錐法三約之得積若形傾倒者乘正高三約之得積後倣之

解曰是方錐從尖截去之形故求虛錐高乃依報截術求之截于五巧之篇中并臺高爲虛實錐高求虛實共總錐積又以上方爲虛錐方求虛積以之減總錐積餘各省上下方差得實積即方臺積也此形上下方相對等者爲限故以方壔爲形極又以上方盡者爲限則上銳故以方錐爲極也



假如有直臺上闊三寸上長五寸下闊四寸下長九寸高六寸問積

答曰積一百四十九寸



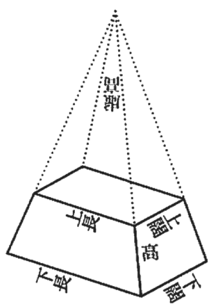
術曰倍上長五寸加下長九寸以上闊三寸相乘得五十七寸

十六

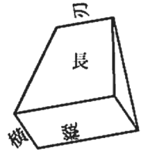
倍下長九寸加上長五寸以下闊四寸相乘得九十二寸二位相并共得數以高六寸相乘得數以約法六約之得積

亦倍上闊以下闊加下闊以上長相乘得五十寸倍下闊加上闊以下長相乘得九十九寸二位相并共得數以高相乘以約法約之得積

解曰是直錐從銳截之形或依長闊之廣狹楔自刃截者亦成此形故求虛錐高或求於縱或求於橫者皆同是故求積者亦有兩術也并臺高爲虛實總高如前求虛實共總積內減虛錐積餘省上下差求虛高於橫者省上下闊差求于縱者省上下長差也即臺積也其餘諸形臺求積者大率如此起於錐而求之則



其理速易曉也此形上闊與上長相對則等者爲限故以上作方爲極上下闊相對則等者爲限故以左右旁面作直爲極乃臺之四旁面各梯形故如此若上闊盡者爲限則上長作刃故以楔爲極又上下長相對則等者爲限故以前後旁面作直爲極下闊與下長相對則等者爲限故以下作方以極也



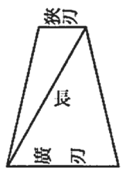
假如有楔縱一尺二寸橫七寸刃三寸長二尺五寸問積

答曰積七百八十七寸半

術曰置縱一尺二寸倍之加刃三寸共得數以橫七寸相乘又以長二尺五寸相乘得數以約法六約之得積若

刃橫者置橫倍之加刃以縱相乘又以長相乘得數以約法約之得積或刃却廣于縱橫者或傾倒者皆同之

解曰是直臺接高之形故刃有縱有橫皆如直臺積求之乃刃縱者無上橫加減相乘刃橫者無上縱加減相乘也得楔積也此形縱橫相對則等者爲限故以下作方爲極又縱與刃相對則等者爲限故以前後旁面作直爲極乃楔形前後面如梯左右旁如圭故也若刃盡者上銳故以直錐爲極也



假如有兩刃楔廣刃一尺狹刃七寸長一尺五寸問積

答曰積一百七十五寸

術曰置廣刃一尺以狹刃七寸相乘又以長一尺五寸相乘

得數以約法六約之得積或上刃却多者或刃傾者皆同之

解曰是楔從刃兩旁缺直錐之

形故借狹刃于下爲楔橫以

廣刃爲縱求楔積內減左右

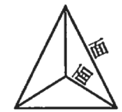
虛錐積半狹刃爲錐橫廣刃爲縱以長爲錐高求直錐積倍之也餘即兩刃

楔積也此形廣狹刃相對等者爲限是形極也

假如有莜麥每面一尺問積

答曰積一百一十七寸八分五釐一毫

一三微强



術曰置每面一尺五自乘得數爲實以七十二爲廉

法開平方除之得積

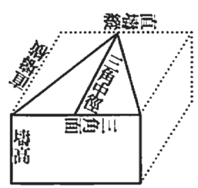
解曰是每面斜高同數之三角錐故依三角法

面羃四分之三爲中徑羃即直壖橫

羃面羃一段爲面羃即直壖縱羃面

羃三分之二爲錐高羃即直壖高羃

故三位相乘則面五乘羃六段

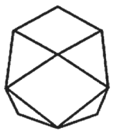


者爲一十二段直壖積羃亦爲四十八段三角

壖積羃然以壖積三分之一爲錐積故即爲四

百三十二段三角錐積羃依遍約法約之得面

五乘羃一段者七十二段莜麥積羃也



假如有切籠每方一尺問積

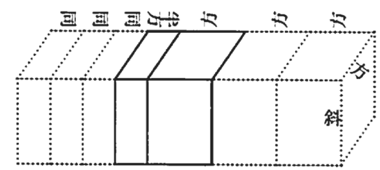
答曰積二千三百五十七寸○二釐二

毫六絲微强

術曰置每方一尺五自乘以五十乘之爲實以九爲

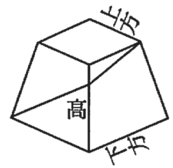
廉法開平方除之得積

解曰是方壔四旁左右前後接直錐之形乃方爲壔面斜爲高又方爲錐橫斜爲縱半方爲高作直壔而求之然旁所有之直錐四箇難作壔形若錐積三因則爲壔積故舊形三倍而全成直壔爲方壔三箇直錐一十二箇故合而作壔形乃方五箇爲縱方一箇爲橫斜一箇爲高求直壔積卽是三段切籠積也各自乘則方冪二十五段爲縱冪方冪一段爲橫冪方冪二段爲高冪三位相乘爲一段直壔積冪故卽方五乘冪五十段者是九段切籠積冪也



假如有方臺上方六寸下方九寸高五寸從右上

十九



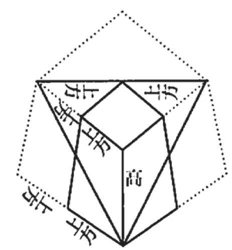
角到左下角斜截之問上下積

答曰 上積九十六寸 下積一百八十九寸

術曰先求上積者置下方九寸倍之加入上方五寸共得二尺四寸以上方冪三十六寸相乘亦以高五寸相乘得數爲實幷上下方共得一尺五寸以錐法三相乘得數爲法除之得上積 先求下積者置上方倍之加入下方共得二尺五寸以下方冪八十一寸相乘又以高相乘得數爲實以前法除之得下積

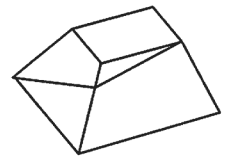
解曰借上方於臺外作大形之方臺乃二箇上方爲上大方上下方和爲下大方從其方斜到下角截之則其形爲大半方錐上大方爲錐方臺高爲高以之求大錐積爲虛實

共積亦左右旁有小半方
錐各以上方爲錐方上方與臺高相乘以下大方除之得數爲錐高以之求小錐積
倍之爲左右虛積以減虛
實共積餘爲上積以之減
方臺全積餘即下積也



假如有直臺上闊六寸上長一尺下闊九
寸下長一尺五寸高一尺二寸從右上角
到下左角斜截之問上下積

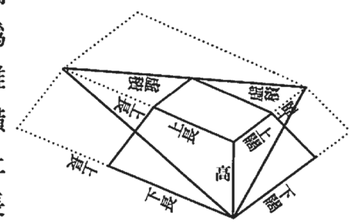
答曰
上積三百八十四寸
下積七百五十六寸



術曰先求上積者上闊冪上長冪相乘倍之得七千

二百寸上闊冪上長下長相乘三之得一萬六千二百寸上
闊上長冪下闊相乘三之得一萬六千二百寸上闊上長
下闊下長相乘四之得三萬二千四百寸四位相并共得
數以高相乘爲實上下闊和一尺五寸與上下長和二尺
五寸相乘得三百七十五寸以直臺約法六相乘得數爲法
除之得上積　先求下積者上闊冪下長冪相乘
得八千一百寸上闊上長下闊下長相乘倍之得一萬六千
二百寸上闊下闊下長冪相乘三之得三萬六千四百五十寸
上長冪下闊冪相乘得八千一百寸上長下闊冪下長
相乘三之得三萬六千四百五十寸下闊冪下長冪相乘倍
乃得三萬六千四百五十寸六位相并共得數以高相乘爲
實以前法除之得下積

解曰借上長闊於臺外爲大形之直臺二箇上闊爲上大闊二箇上長爲上大長上下長和爲下大闊上下長和爲下大長從其斜到下角截之則其形爲大半直錐上大闊爲錐橫上大長爲錐縱臺高爲高以之求大錐積爲虛實共積又左右旁有小半直錐各上闊爲錐橫上長爲錐縱上長與臺高相乘以上下長和除之爲右錐高上闊與臺高相乘以上下闊和除之爲左錐高求左右小錐積相并爲虛積以減虛實共積餘爲上積以之減直臺全積餘即下積也



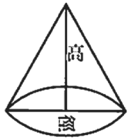
假如有圓堡壔徑五尺高七尺問積

答曰積一百三十七尺四百五十二分寸之二百〇一

二十一

術曰置徑五尺自乘以高七尺相乘亦以圓周率相乘得數以四箇圓徑率除之不滿法者命之得積或傾倒者以面之圓積乘正高得積

解曰是方壔積乘圓積法得全積也每形全圓者皆如此先求方積而後乘圓法則變爲圓積故錐臺及立圓等悉倣之此形徑高各無相對極限也



假如有圓錐下周七尺一寸高四尺八寸問積

答曰積六尺四寸一分八釐四毫

術曰置下周七尺一寸自乘以高四尺八寸相乘又以徑率相乘得數以一十二箇周率除之得積或尖傾者及圓形所

變之諸錐等皆以下面積乘正高以約法約之得積

解曰下周者因周率錐徑也自乘爲因周率冪錐徑冪乘高爲因周率冪方壔積乘徑率變爲因周率四段圓壔積故周率四因又乘錐法三而除之得積也其餘圓之屬題中雜言周徑者皆推此理而可解之此形亦徑高互不論多少故無形之極限也

假如有圓臺上徑三寸下周一尺五寸高四寸問積

答曰積四十八寸八千○二十三分寸之二千三百九十一

術曰上徑三寸自乘以周率冪相乘得一百一十三萬四千二百二十五寸下周一尺五寸自乘以徑率冪相乘得二百八十七萬三千

○二十五寸上徑下周相乘以周率相乘又以徑率相乘得一百八十萬○五千一百七十五寸三位相并又以高四寸相乘得數爲實周徑率相乘又以一十二乘之得數爲法除之不滿法各以六十約之有畸者皆如此得等數而約之故每術不註之也得積

或上傾者同之其餘圓變之諸形臺積皆如前起於錐積求之則其理最易曉也

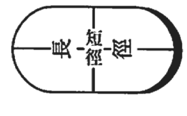
解曰求積之理前同此形上下徑相對等者爲限故以圓壔爲極又以上徑盡者爲限則有尖故以圓錐爲極也

假如有立圓徑三尺問積

答曰積一十四尺二百二十六分尺之三十一

術曰置徑三尺再自乘得二十七尺以周率相乘得數以六箇徑率除之得積

解曰是立起六面之圓從半徑界上下而累圓臺則成此形也上下積各適合于二圓錐故以上下矢（乃半徑）準兩錐高以弦（乃圓徑）準中錐徑并左右旁弦準旁錐徑仍圓徑自乘爲中錐徑冪上下矢與圓徑相乘倍之爲旁錐徑冪二數相并乘錐高又乘圓積法以錐法三約之得上二圓錐積倍之即全立圓積也此形無相對故形極亦無之



假如有長立圓長徑七尺短徑五尺問積

答曰積九萬一千六百二十九寸（三百三十九分寸之二百六十九）

術曰置短徑（五尺）自乘得（二千五百寸）以長徑（七尺）相乘亦以周率相乘得數以六箇徑率除之得積（矮立圓者長徑自乘以短徑相乘亦乘周率以六箇徑率除之得積也）

解曰是徑長緯短之立圓而其形如鷄卵也亦徑短緯長而其形團變者謂之矮立圓各如全立圓求其積也兩形皆長短徑相對等者爲限故各以全立圓爲極形也

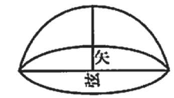
假如有帶堡圓長徑四尺一寸短徑一尺問積

答曰積二千九百五十八寸（三分寸之一）

術曰置長徑（四尺一寸）三之得內減短徑（一尺）餘（一丈一尺三寸）以短徑冪相乘亦以周率相乘得數以一十二箇

徑率除之得積

解曰是從立圓正中接圓堡壔之形故求立圓與圓壔之兩積相并得積也此形長短徑相對均者爲限故以全立圓爲極也



假如有球缺矢二寸弦八寸問積

答曰積五十四寸三百三十九分寸之一百五十四

術曰弦八寸自乘三之得一百九十二寸以矢二寸自乘四之得一十六寸二位相并共得二百八寸○以矢相乘亦以周率相乘以二十四箇徑率除之得積或矢却多於半徑者亦同之

解曰是立圓從頂截之形故如全立圓形求兩圓錐積相并即缺積也此形矢與半弦相對等者

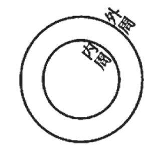
爲限故以半立圓爲極形也

假如有圓截籠徑各一尺問積

答曰積九百六十五寸○六釐八毫九四

艸曰別得立圓徑一尺四寸一四二一三五六強置切籠徑一尺以一十五乘之得內減八之立圓徑餘以切籠徑冪相乘又以周率相乘得數以一十二箇徑率除之得積

解曰是立圓六旁上下左右前後均截去之形故以截籠徑冪二段爲全立圓徑冪求積是虛實共積也又以切籠徑減立圓徑餘半之爲缺矢以切籠徑爲弦求得缺積六之是虛積也以減立圓積餘即切籠積也此形無相對故形極無之



假如有圓環內周六尺一寸外周八尺一寸問積

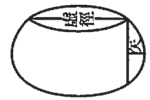
答曰五百六十五寸

術曰置外周八尺一寸減內周六尺一寸餘二尺爲二箇輪通周自乘得四百寸寄位幷內外周共得一丈四尺二寸爲二箇中心周以寄位相乘又以徑率相乘得數以三十二箇周率除之得積其餘諸形環皆求中心周以之乘輪面積得其環積也

解曰是圓壔回旋而作輪之形故以輪徑擬壔徑以中心周擬正高以面積乘高得積諸環皆如此依其形壔術求之也

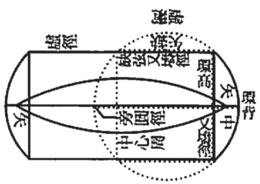
假如有外正弧環矢二寸虛徑一尺一寸高八寸問積

答曰積四百四十三寸七三七九一



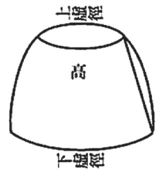
艸曰別得旁圓徑一尺弧積一十一寸一八二五置虛徑一尺一寸加入倍矢四寸得內減旁圓徑餘以弧積相乘六之得三百三十五寸四七五寄位置高八寸再自乘之得五百一十二寸加入寄位共得數以立圓積法五分二三六相乘得積若幷矢與虛徑乘矢得數適合于環半高冪者虛灣與環背兩規相合故即立圓旁環也

解曰是弧壔周旋之形以虛灣合于環背之規者爲界而起於立圓旁之環求之以旁圓徑即爲立圓徑求得積以環高減旁徑餘半之爲立圓缺矢旁徑內



減倍環矢餘爲缺弦求得缺積倍之爲上下缺積又以缺弦爲壔徑以環高爲壔高求得圓壔積幷上下缺積以之減全立圓積餘爲立圓旁周之弧環積此積適合于環高再自乘以立圓積法相乘之數也以弧積除之亦以圓周法三箇一四一六除之是立圓旁環中心徑得內減缺弦餘爲二箇中矢加入虛徑是卽環之中心徑也以圓周法相乘爲環中心周乃擬弧壔正高以弧積卽環面積相乘得環積也此形正弧故環高與旁弦必等倍矢與環高相對均者爲限故以半圓環爲極又虛徑盡者爲限則以上下鋭者爲極也乃立圓積法及圓周法皆收不盡而用之要令乘除易爲也其餘圓積法及矢弦周背等之諸數有畸零者皆收去而所用各不超于五位是故所求積悉有微差矣

假如有外偏弧環上虛徑四寸下虛徑七寸六分旁圓徑一尺高二寸六分問積

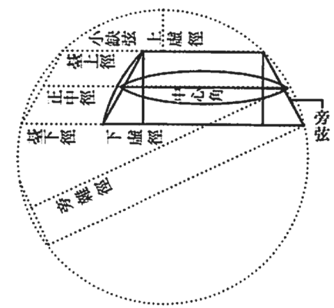


答曰積一十寸○一九七一一

艸曰別得旁離徑九寸四八六九弦三寸一六二三弧積五分四三七五上下虛徑相幷得一尺一寸六分以旁弦相乘得三十六寸六八二六八以減倍高與旁離徑相乘數餘以弧積相乘三之得二十寸○六三四○○七五寄位旁弦再乘冪高相乘得八十二寸二一九八內減寄位餘以立圓積法相乘得數爲實以旁弦除之得積乃幷上虛徑三乘冪一段上虛徑冪環高冪相乘八段下虛徑三乘冪一段下虛徑冪環高冪相乘八段環高三乘冪一十六段適合于幷上下虛徑冪相乘二段旁圓徑冪環高冪相乘一十六段數者環背與上虛灣兩規相合故卽立圓旁之偏環也

解曰是傾弧周旋之形如前起於立圓旁之偏

環求之以旁圓徑卽爲立圓徑離徑與環高相乘以旁弦除之爲立圓缺內圓臺正中徑內減上下虛徑半差餘爲立圓小缺弦亦爲圓臺上徑以之加上下虛徑差爲大缺弦亦爲圓臺下徑以環高爲臺高求得圓臺積以上下虛徑半差乘離徑以旁弦除之加環高以之減旁圓徑餘半之爲小缺矢求得積又以環高加小缺矢爲大缺矢求得大缺積得內減小缺積與圓臺積餘爲立圓旁周之偏弧環積此積適合于旁弦冪與環高及



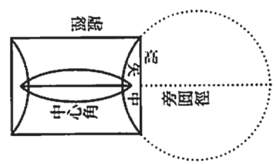
立圓積法相乘之數也以弧積與圓周法重除之是立圓旁偏弧環之中心徑得內減上缺弦餘加入上虛徑爲環中心徑若徑求者置旁弦再乘冪以六段弧積除之得中心徑也以圓周法相乘亦以弧積相乘得偏環積也此形上下虛徑相對均者爲限故以正弧環爲極又依旁圓心之所在背規屈伸而雖環上稜與背中互有高低之異不爲變故旁弦與圓徑相對等者爲限而以半圓環爲極乃每解必圖旁圓于右故幷上虛徑冪一段下虛徑冪一段環高冪四段少於上下虛徑相乘二段與旁圓徑環高相乘四段相幷數者圓心在于上虛徑準之左故規伸而環稜高背中自低多於者圓心在于右故規屈而環稜低背中却高也若以上稜合爲限者無虛徑故以上鋭窊之二形爲極也幷下虛徑冪一段與環高冪四段少旁圓徑環高相乘四段者圓心在于

左環上稜高故有銳多於者心在于右環上稜低故有窊

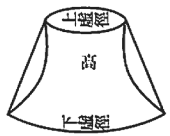
假如有內正弧環矢二寸虛徑一尺一寸高八寸問積

答曰積三百二十九寸一四二八一四

術曰別得旁圓徑一尺弧積一十一寸一八二五置虛徑一尺一寸內減倍矢四寸餘是中虛徑也加入旁徑共得一尺七寸以弧積相乘六之得一千一百四十寸。六一五寄位置高八寸再自乘之得五百一十二寸以減寄位餘以立圓積法相乘得積



解曰是弧壔內旋之形如外環起於立圓旁環求之以旁徑爲立圓徑仍環高再自乘以立圓積法相乘得立圓旁周之外弧環積以弧積與圓周法各除之以減旁徑餘爲內弧中矢加虛徑得內減倍矢餘是外環中心徑以圓周法相乘爲內環中心周又以弧積相乘得內弧環積也此形正弧故弦與環高相等與旁徑多於虛徑則倍矢與虛徑相對均者爲限故以兩旁背相合爲極旁徑少於虛徑則倍矢與環高相對均者爲限以半圓環爲極也



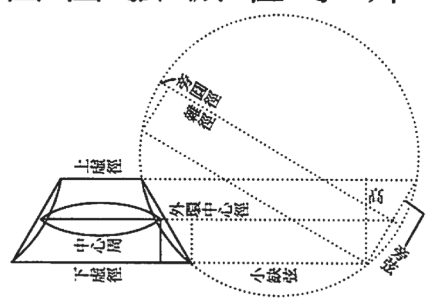
假如有偏內弧環上虛徑四寸下虛徑七寸六分旁圓徑一尺高二寸六分問積

答曰積九寸六一八五三二

艸曰別得旁離徑九寸四八六九弦三寸一六二三弧積五分四三七五上下虛徑

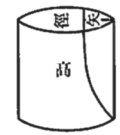
相并得一尺一寸六分以旁弦相乘得三十六寸六八二六八加入倍高與旁離徑相乘數以弧積相乘三之得一百四十一寸〇三一二五一寄位旁弦再乘冪高相乘得八十二寸二一九八以減寄位餘以立圓積法相乘得數爲實以旁弦除之得積

解曰是偏弧周旋之形如外偏環起于立圓旁環乃倒形也求之以旁徑爲立圓徑以離徑乘環高以旁弦除之得內減上下虛徑半差餘爲缺小弦又旁弦冪環高相乘以立圓積法相乘得數以弧積與圓



周法各除之是倒偏外環中心徑得內減缺小弦餘以減下虛徑餘爲環中心徑以弧積與圓周法各相乘得偏內環積也此形上下虛徑相對均者爲限故以內正弧爲環極又據旁圓心之上下雖環中虛徑與上虛徑互有廣狹不爲變故旁弦與圓徑相對等者爲限而以半圓環爲極乃上下虛徑半差多於還高者圓心在于環高之上故規伸而虛徑上狹中廣少於者圓心在于環高之下故規屈而虛徑上廣中狹也若以兩背相合爲限者以稜合離之二形爲極也稜合者無上虛徑故有銳而作錐中合者上有小虛徑故有鏄而作刃乃下虛徑多於倍環高者背上稜合而中離少於者背中合而上離也

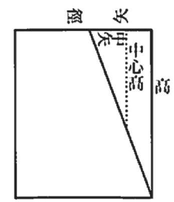
假如有圓壔徑一尺高一尺二寸從上矢二寸至下徑右旁斜截之問截積



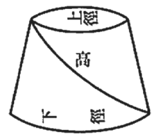
答曰截積五十四寸一七五

艸曰別得離徑六寸弦八寸弧積一十一寸八二五置弧積以離徑相乘得六十七寸○九五六之得數以減弦再乘冪五百一十二寸餘以高相乘爲實以一十二箇矢爲法除之得截積若從半徑斜截之者以壔徑冪乘高以六約之即得截積也

解曰是伸弧環而去中之弧壔則兩旁適作此形故起於立圓旁環求之弦再自乘以六段弧積除之得內減離徑餘半之得中矢是立圓旁環之中矢以壔高相乘以截矢除之得中心高以弧積相乘得截積也若題云上下矢者上矢與壔高相乘以上下矢差除之爲虛實共高如前求虛實共積又以壔高減共高餘爲虛高求得虛積以之減虛實共積餘即截積也



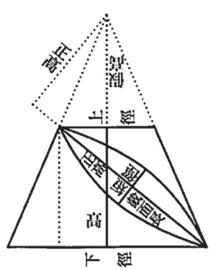
假如有圓臺上徑一尺下徑二尺高一尺二寸從上徑左旁至下徑右旁斜截之問截積



答曰截積五百七十四寸四一六

艸曰別得截面闊一尺四寸一四二一置下徑二尺以截面闊相乘得內減上徑冪一百寸餘以上徑相乘得一千八百二十八寸四二以高一尺二寸相乘亦以圓積法七分八五四相乘得數爲實上下徑相減餘一尺三之爲法除之得截積

解曰臺形本起于錐故不論所截之斜直皆假高于上作圓錐求之凡圓錐直截者上規不通于下故截形作圭面之圓若斜截起於上尖者上面下規相通故截面



定作圭起於旁者截長之準屈于斜高之矩則至下遂得交故長自有限而截面定作側圓伸于斜高之矩則遂不得交故其長無窮而截形作圭面之圓也乃從上徑應臺之準而假高則成錐故以上徑乘臺高以上下徑差除之得假高是虛圓錐高幷上下半徑和冪與臺高冪共得數開平方除之得截面長是側圓長徑又上下徑相乘開平方除之得截面中闊是側圓短徑上下徑臺高相乘以上下徑差與截面長相乘數除之得側圓錐正高仍截面長闊相乘乘正高亦乘圓積法三約之得側圓錐積是虛實共積也又以上徑是虛圓錐積冪乘假高亦乘圓積法三約之得虛圓錐積以減虛實共積餘即截積也

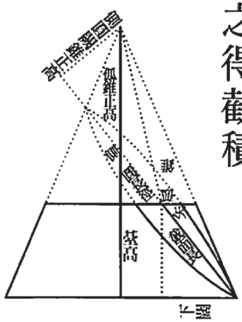
假如有圓臺上徑一尺下徑一尺五寸高六寸從

上矢二寸至下徑右旁斜截之問截積

答曰截積二十九寸三六六六四

艸曰別得截面長七寸五分上弧積一十一寸一八二五側圓闕積四十六寸三一〇四置側圓闕積以下徑一尺五寸相乘亦以矢二寸相乘一千三百八十九寸三一二寄位　置上弧積以上徑一尺相乘亦以截面長相乘得八百三十八寸六八七五以減寄位餘以高六寸相乘得數爲實上下徑相減餘五寸以截面長相乘三之爲法除之得截積

解曰如前應于臺之準假高而作錐從其銳斜至上矢則有弧錐適作虛實之側圓闕錐故以上徑乘臺



高以上下徑差除之得假高是虛弧錐高也幷上下半徑差與矢爲下闊自之加臺高冪共得數開平方除之得截面長以之乘下徑以下闊除之得側圓長徑以下徑冪乘矢以下闊除之得數開平方除之得側圓短徑下徑臺高矢相乘以上下徑差與截面長相乘數除之得側圓闕錐正高以截面長乘側圓短徑以長徑除之爲假矢短徑爲假圓徑依弧術求假弧積以長徑相乘以短徑除之得側圓闕積以正高相乘三約之得側圓錐積是虛實共積又以上弧積乘假高三約之得虛弧錐積是虛積也以之減虛實共積餘即截積也若題中云上下矢者從上下矢應截面之

準而至下以斜高與截面長所交爲界以下矢乘臺高以上下矢差除之得下虛高加臺高得虛實共臺高以虛高乘上下徑差以臺高除之加下徑得虛下徑以上下徑差乘下矢以倍上下矢差除之加下矢自之加虛高冪共得數開平方除之得虛面長以之乘虛實共高以虛高除之得虛實共面長於是假圓錐於上如前求諸數而側圓闕錐積內減上虛弧錐積得虛實共截積亦下側圓闕錐積內減中虛弧錐積得下虛積以之減虛實共積餘即截積也其截矢上下均者截面長與斜高同準也乃以截面長乘闊取三分之二得截面積也若下矢多者不論所截之斜正其形

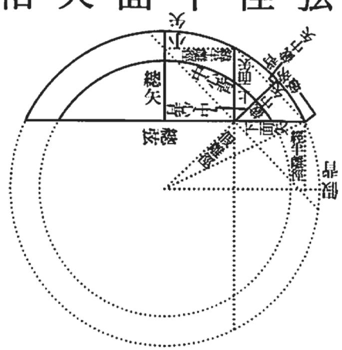
皆作圭面之圓也但下矢多於上矢與上下徑差相并數則截面却作側圓亦上徑下矢相乘與下徑上矢相乘兩數等者截面適成圭也

假如有球缺矢二寸弦八寸從右旁截繩矢一寸問截積

答曰截積一寸五八九四

艸曰別得球徑一尺離徑六寸截面下矢一寸截中矢七分五七三六截旁背一寸四一九截面兩弦五寸二九一五兩徑八寸兩背五寸七八二假背五寸五七六中心矢三分○五中心背三寸三五幷截中矢與中心矢以截旁背相乘以球徑冪相乘又以圓周法相乘得四百七十三寸五九二七爲實幷假背與中心背六之得五十三寸五五六爲法除之得八寸八四二九寄位置截面兩背內減兩弦餘以兩徑相乘得三寸九二四亦兩弦與截面兩矢相乘倍之得一十寸五八三○二位相幷以球離徑相乘以一十二約之得七寸二五三五以減寄位餘爲截積

解曰幷總矢冪與總半弦冪以總矢除之得全球徑內減倍矢餘半之爲徑半離徑以截繩矢即爲截面上矢以減總矢餘爲小矢以之減球徑餘以小矢相乘爲緯半離徑冪開平方除之得數乃緯半離徑以減總半弦餘爲截面下矢適合于截面上矢故兩面弦徑及徑緯離徑亦各等以總弦即爲截面上下之兩徑列幷徑緯半離徑冪開平方除之得自球心至截面上下兩

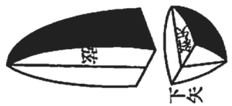


稜之闊爲假半離徑以減球半徑餘爲截中矢亦爲假球缺矢以球徑相乘亦以圓周法相乘得假球缺頂冪積以截中矢與球徑依弧法得截面兩弦假背及假弧積置截面兩弦再自乘以六之假弧積除之得中心徑半之內減假半離徑爲中心矢依弧法求中心背以截上下面矢乘徑緯半離徑以假半離徑除之得數以減截中矢餘爲旁小矢依弧法求截旁背以之乘中心矢以截中矢除之得旁心背加截旁背共得數以球缺頂冪積相乘爲實幷假背與中心背爲法除之得截冪積以球半徑是錐高相乘三約之爲錐積寄位又以截面上下徑矢依弧法求截

面弧積以徑緯半離徑爲兩弧錐高以截面弧積相乘三約之得數倍之爲上下兩弦錐積以減寄位餘即截積也

假如有球缺矢若干弦若干從右旁截下矢若干上斜矢若干問截積

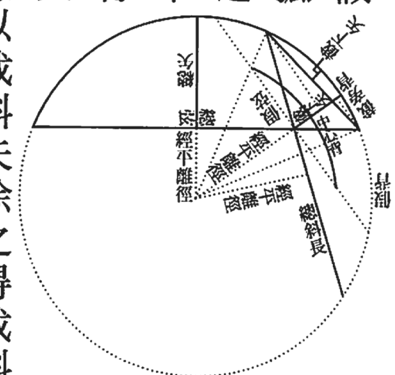
答曰得截積



括術繁多故略之

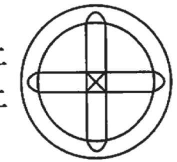
解曰幷總矢冪與總半弦冪以總矢除之得全球徑內減倍總矢餘半之爲徑半離徑以截面下矢減總半弦餘自之加徑半離徑冪開平方除之得假半離徑是自截面兩稜至球心之長以減球半徑餘爲截中矢亦爲假球缺矢求得頂冪積又依弧

法求假弦及弧積置假弦再自乘以六之假弧積除之得中心徑半之內減假半離徑餘爲中心矢依弧法求中心背幷球半徑冪與截斜矢冪內減假半離徑冪餘以截斜矢除之得截斜總長自之以減球徑冪餘四約之開平方除之得緯半離徑以截斜矢相乘加入下矢與徑半離徑相乘數以假半離徑除之得數自之又截矢冪內減下矢冪餘半之以假半離徑除之得數自之二位相幷爲旁小弦冪以減球徑冪餘



開平方除之得數以減球徑餘半之爲旁小矢依弧法求截旁背以中心矢相乘以截中矢除之得中心旁背加截旁背以假球缺頂冪積相乘以假背與中心背相幷數除之得截旁冪積以球半徑是錐高相乘三約之得錐積寄位以截斜矢與總斜長乃擬圓徑依弧法求得上截面弧積以緯半離徑是左弧錐正高相乘三約之得左弧錐積又以截下矢與總弦擬圓徑依弧法求得下截面弧積以徑半離徑是右弧錐正高相乘三約之得右弧錐積二位相幷共得數以減寄位餘卽截積也

假如有十字環外徑一尺輪徑各一寸問積

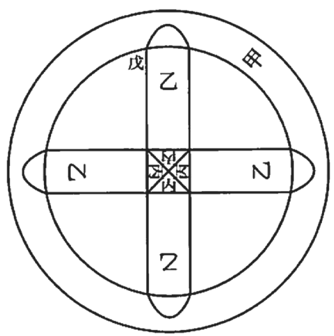


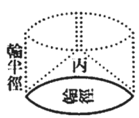
答曰積三十四寸三二一〇一九〇三五

艸曰別得小矢三釐一三七三小背一寸〇〇二六二二七小弧積二釐〇九二二七置外徑一尺內減輪徑一寸餘以圓周法相乘得二尺八寸二七四四倍外徑內減輪徑二箇與小矢四箇餘一尺七寸八七四五〇八二位相幷以輪徑冪相乘又以圓積法相乘得三十六寸二四五三五二三四三二寄位外徑內減輕徑二箇與小矢二箇餘以小弧積相乘六之得九分九六六五〇八二三二一四八以減輪徑再乘冪餘三毫三四九一七六七八五二以輪徑相乘以三箇小矢除之得三釐五五八四四九一八一六加入寄位共得三十六寸二八〇九三六八三五再寄列幷輪徑四箇與小背二箇得內減小矢四箇餘以輪徑冪相乘三約之得一寸九五九九一七八以減再寄餘即積也

解曰外徑內減輪徑餘是外環之中心徑以圓周法相乘乃中心周爲圓壔高以輪徑冪相乘亦以圓積法相乘是圓壔積得甲積

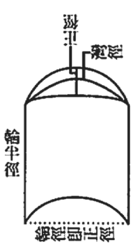
倍外徑內減輪徑六箇與小矢四箇爲乙四所通長是亦四箇圓壔高以輪徑冪相乘又以圓積法相乘得乙積是圓壔四箇積也以輪徑爲圓壔徑以輪半徑爲高從徑半左右斜截之則作丙一所之形故輪徑自乘以輪半徑相乘

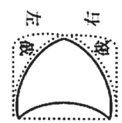




又以圓積法相乘得圓壔積是虛實共積也輪徑冪乘輪半徑三約之得斜截左右共積是虛積也以之減圓壔積餘爲丙一所積是實積也四之得丙總積

以輪徑爲圓壔徑正徑以小背爲緯灣徑以輪半徑爲高是圓壔緯徑上下均承圓規之形也輪徑冪以輪半徑相乘又以圓積法相乘得圓壔積是虛實共積從其正徑半應灣徑之準截左右而作刃其左右形上下各同規故伸之則作從壔半徑左右斜截之狀是求積者同輪徑冪乘輪半徑三約之得

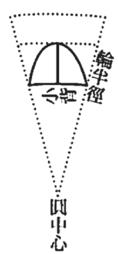


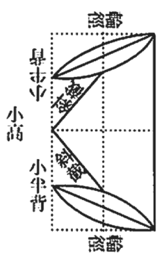


截去左右虛積以減圓壔積得刃壔積是亦虛實共積

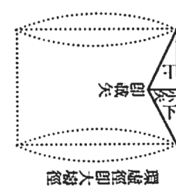
再從其刃正至下左右至兩旁徑緯各承圓規而回截之則其餘爲丁一所之形是又徑緯同規故從全圓之心與小背之兩旁應準而至外徑作缺環而後伸形則爲兩面傾之圓壔從上下各半徑至半小高兩斜截之狀輪徑爲正徑小背爲小高乃輪徑冪乘小背六約之得回截之虛積以減刃壔積餘爲丁一所積四之得丁總積

以輪徑爲上正徑又下徑緯正徑以小背爲上灣徑以



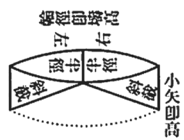


小矢爲高乃上徑正緯灣下平正之圓壔而上者大壔以小矢從半高上下斜截之狀下者小壔從半徑左右斜截之狀是戊一所之全形也乃倍輪徑以減外徑餘得環虛徑爲大壔徑以輪徑爲高以小矢爲截矢從半高上下斜截之則成戊上形故以六段小弧積除輪徑再乘冪得中心徑以減環虛徑乃大壔徑餘半之得數以減小矢餘爲中矢以輪徑乃壔高相乘以小矢除之得中心高以小弧積相乘得大壔從半高上下截積是戊上積也又以輪徑爲小壔徑以小矢爲高從半徑左右



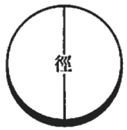
三十八

斜截之則成戊下形故以輪徑乃小壔徑冪乘小矢乃小壔高三約之得小壔從半徑左右截積是戊下積也二位相并爲戊一所積四之得戊總積五積相并得全環十字積也



假如有全球徑一尺問冪積

答曰冪積三百一十四寸一百一十三分寸之一十八



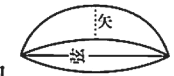
術曰置徑一尺自之以圓周率相乘得三萬五千五百寸爲實以圓徑率除之得冪積

解曰界于半徑視圓錐之中心爲尖球徑爲錐徑球半徑爲高求半球積準錐積

三之準壔積以錐高（即球半徑）除之得圜面平積即爲半球冪積倍之得全徑冪積

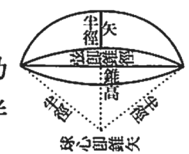
假如有球缺矢一寸弦六寸問頂冪積

答曰頂冪積三十一寸（一百一十三分寸之四十七）



術曰置矢（一寸）自乘四之加入弦冪（三十六寸）共得（四十寸）以圓周率相乘得（一萬四千四百寸）爲實以四箇圓徑率除之得頂冪積

解曰從缺面至球中心接于圓錐（乃球心爲尖弦爲錐徑以矢減半球徑餘爲錐高）求三段錐積亦求球缺積三之相并共得數準壔積以錐高（乃半徑）除之得錐面平積即爲頂冪積也



大成算經卷之十三終