

大成算經

卷之十七 全題解

卷之十七 後集 全題解

關孝和
建部賢明 編
建部賢弘

二〇一三年 小松彦三郎校

大成算經卷之十七 後集

全題解

凡題之全者辭調數順故於施術求數敢無失正亂真之患是以常所用也唯依窮理成技之難易異其題名焉是故分四篇而釋之以爲起術之誘此總解法所由立也

見題篇

理著者其所爲自具也若依形狀理本雖隱或立定率或設約法者其技亦顯故各容易得數矣其法有三焉曰加曰減曰乘然乘法分全折二品用之皆據真諸數致技而得所問之數也

加第一

是諸數相合之技其機有二焉言餘數者加而卽還其原故稱舊名問共數者加而卽得通計故大率號和但據物其名不定是皆雖得數之技相同新爲與復舊其意自異矣

假如有乙干若甲乙差干若問甲

術曰置乙加甲乙差得甲

此辭以餘數問其原故復于舊之技自具也

假如有三斜大斜干若中斜干若小斜干若問圍

術曰置大斜加中斜又加小斜得圍

此辭以原數求通計故新爲之技而非還其原也

假如有四窮民鰥干若寡干若孤干若獨干若問共人數

術曰置鰥加寡又加孤復加獨得共人數

是又新加之所爲而其理自著故三題各以眞數隨所問而幾次加之則悉得其答數也

減第二

是諸數相較之技其機有二焉言共數者減而其數還于原故據舊名稱之問餘數者減而卽得畸殘故大率號差或據物其名不同是亦雖所爲相同其數自有新舊之異也

假如有直長

干若闊干若問差

術曰置長內減闊餘得差

此辭以原數求其餘故新減之所爲也

假如有煉銀上中下共合干若上銀干若中銀干若問下銀

二

術曰置共銀內減上銀又減中銀餘得下銀

此辭以通計問原數故復于舊之技自具也

假如有甲乙丙丁平方各方和干若乙方干若丙方干若

丁方干若問甲方

術曰置方和內減乙方又減丙方復減丁方餘得甲方

是又如前可還原之技具而其理自著故三題各以眞數幾次減之則悉得其答數也

乘第三 附全乘折乘

是因之稱同數乘者號自乘異數乘者號相乘其機有二焉言商數者乘而還其原故復于舊名也問計數者乘而得其總故有狀者號積無狀者據物所號

不定其二之所爲各同而新舊之意亦異其數直得者曰全乘據定率約法而後得者曰折乘皆隨當爲之理而成其技也

全乘

假如有學生日誦經字若干今歷日干若問計字

術曰置日誦字以歷日相乘得計字

此辭以原數問總故新成相乘之技而求之也

假如有直墻長干若闊干若高干若問積

術曰置長以闊相乘又以高相乘卽得積

此所爲又與前同

假如有甲除乙除丙得干若乙干若丙干若問甲

術曰置除數以乙相乘又以丙相乘得甲

三

此辭以商數問其原故復于舊之技自具也

假如有三乘方每面干若問積

術曰置每面三自乘之得積

是又以原數求之故新爲之技而各當乘之理自著也

折乘

假如有圓徑干若問周

術曰置徑以周率相乘以徑率除之得周

若直得之則理雖隱立定率求之故其理顯技亦具而容易得之也

假如有圭長干若闊干若問積

術曰置長以闊相乘折半之得積

是求共總而後減去虛積一半之理於圖自明故
二約之技已具也

假如有立圓徑干若問積

術曰置徑再自乘之以立圓積法相乘得積

若直求之則雖其理難見作定法據之故理技已
顯也

假如有方錐下方干若高干若問積

術曰置下方自乘又以高相乘以錐法三約之
得積

是未設約法則雖理微而不著考得其數以爲定
率故技理已見也八題各以真數成其技而悉得
答數也

四

隱題篇

理隱微者依淺深其技自有易難故或循當爲之技
或察開除之理而起其術是雖常所用未會貫通之
理若巧辭則難輒施得者多矣是以所爲之難明者
立天元一求之是此以假得真之法旁通諸術而專
爲解難釋鎖之妙也其法有五焉立元加減相乘相
消求數是也皆以假諸數如意求之依自然式而得
所問之真數也

立元第一

是本稱天數一於太極下而立其元之義也蓋難求
諸數者據此法則莫不必得其數矣是故指當得者
冒其號而立之假爲其數也

。 |

加減第二

是於術中以假數相為之技也以所號之一竿隨題辭各復其舊而求之是故言共數者減之言餘數者加之得假諸數也凡題中所著之數者真具故皆屬于上一級是以定與實相對術中所求之數者假號故皆屬於諸級是以各級相對而加減之名其加者則異名相減正無人正之負無人負之其減者同名相減則異名相加正無人負之負無人正之每級各列布其數而為式此常畫正數以縱橫之同異是見乘者以兩式內乘數之高而為式上定去實方二級空平方一立方二此即為其位乘數若依數下級自乘方三也已上準此

盡者亦損其乘數也

五

假如
右 |
左 。

加之
左 一級無人而正六
右 二級依舊而正一

見乘
左式二級而歸
右數故即為歸

得式



假如
右 ||| |
左 ||| |

加之
左 右一級同名相加正七
右 負三級同名加負九
空相減餘負三級同名加負四級同名減

得式



右 ||| |
右 ||| |
右 ||| |

假如中 ||| |

以左右減中
 加中級二級
 無餘反級
 五人同減
 二即為得
 立方得式


見乘
 同級
 異名
 加減
 以相
 中同
 減中
 一異

得式


相乘第三

以左減右
 四級依
 舊負一
 見乘
 即為得式
 方數二
 名正
 相三
 減二
 正二
 無一人


假如中
 左
 右

得式


以右減左
 即為得式
 方數一
 正異
 三名
 相
 左加
 三正
 級二
 依
 舊二
 負級
 二同


見乘
 以左減右
 為得式
 平乘方
 式一

假如
 左
 右

得式


相并
 右名相
 中相左
 一負五
 級同
 名相
 左相
 加正
 三級
 九正
 名
 右相
 中與
 二級
 中級
 為乘
 三同

方得乘式
 乘負一
 右空五
 級右依
 舊正
 二無
 九正
 名
 右相
 中與
 二級
 中級
 為乘
 三同

得式


假如
 左
 右

是亦假數之所為故言商名者因乘而還其原也若有積數者開除則雖復于舊假數本無其技故含而曰因是以偏用乘法也先置原式於左右以左或右遍乘左者若左右式級數不均則以卑級式數從上位寡遍乘于高級式數位多故無必其定例也從上至下或從下至每一級逐遍乘右同名相乘為正異級而乘者亦同每一級逐遍乘右同名相乘為正異皆為空也同級數各相并相減也後倣之得式此理正而雖詳得數之功不速故直求之者實數左右橫相乘一行乘者不張兩位以原式為最上級數自方至隅各對于實而相乘自乘者以其實皆正對夾中之若無對級則用其級自乘亦其上下正對各相乘對夾中諸級亦上下各級以斜對相乘若無對級則左右橫相各并之得從實下以原式諸級數又以隅自方至最下廉各相對如前自乘者皆左右斜對也相乘并之

七

得從隅上至諸級數而後隅數左右橫相乘自乘者為最下級數若左右式有高低者借空而均其級也雖累幾自乘相乘式皆此見乘者置原式乘數自乘者倍之添一再自乘者三之添二三自乘者四之添三如此相乘者左右式乘數相并添一各為乘數也

假如式

自乘左置式于

右 | 左 | 實 | 方 |

先乘以左右各為空通

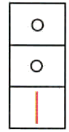
○

○

又級以而左遍方乘正右一得一

并之空一級三級即二正級各

得式



假如左右實方廉隅

相乘遍先乘以左右式得正二

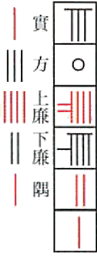
又一以級右而方遍負乘三左降

復二以級右而廉遍正乘一左降

并之減級餘正負異二八減十餘四二

見乘式左各空平式同方立加三方異級相二減各并與餘同添右負加

假如得式



自乘之方相求者原式實自乘之方相求者原式實自乘之方相求者原式實... 見乘

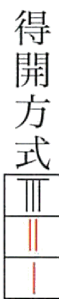
位內級數多者即為開方之乘數若左右級相均則依數有從下自為空者是故詳察兩數正負同異而下級盡則就而減乘數也

假如右得數



相消以右消左則一級無人而反負八

即以左式乘數一



假如右得數



相消以左消右則一級同名相減正四

一舊正見乘即為得立方式

十



假如右得數



相消以右消左則一級同名相減三級反負七相十六反

負二十七異名同相減空見乘右下級數三內

損正三餘五為



求數第五

隨得式級數開除之得商乃二級式者即撞除三級立方五級式者開三是即術首號而所求之真數也乘方也已上準此從是如術意致其技悉得真諸數而以答于其所問也

假如得式

撞除之得

得答數

假如得式

平方開之命商異減實恰盡方餘負一十命廉異減

空方為

得答數

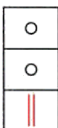
假如得式

立方開之命商異減實恰盡方餘負一十命廉異減

立方開之命商異減實恰盡方餘負一十命廉異減

以減實恰盡方餘負一十命廉異減

得答數



伏題篇

理藏而不見者若形勢技理不得奈之何者或即成截補之巧而考所為或依疊乘法立定率故其機悉在臨場是以莫必其定式矣若於術中難得式者假累術而求之其法有六焉虛術兩式定乘換式交乘寄消是也伏有二品虛術一次而便得式二條者曰單伏難輒得者曰衆伏皆以假數遞擬真而如法起之逐施其術也

虛術第一 單伏

先以真術中假得諸數悉擬真而擇題中最易得者立天元一于其數各不用題數營圖正負與段數而傍書加減相乘之名又求假諸數不論術之實權特

以技理速者為要如常相消得假式二條若於真術者立虛術于其商則相消式定實下隅上皆插空級故不求其式以冪數相疊之起術而其功最速也後
 此若一次而難輒得者以其虛術中求得者皆擬真
 亦別立天元一傍書諸數而相消得假式三條乃於初虛
 術中二條皆難得者於是求三條式也若得二次而難
 一條而難得一條者於是求二條式也
 輒得者其數亦如前擬真復立天元一相消得假式
 四條乃於前虛術中三條皆難得者於是求四條式
 二條而難得一條而難得二條者於是求三條式若得
 於是求二條式也
 常是先起者為末以最後施者為
 初蓋所以真術之遠近號之也
 單伏

假如有勾股只云勾為實平方開之得數與弦和
 干若 又云勾股和 干問勾

真術求勾術中難得股輒難得相消之理故皆擬真數起虛術而求假式二條
 只云數 有 勾 有 股 有

虛術曰立天元一為勾開方數。一自之為勾
 。○。寄左 列勾與寄左相消得式

勾
○
一

又列開方數以減只云數餘為弦只一自之為
 弦冪只一寄左 列勾自之加入股冪亦為

弦冪與寄
 冪幣左相
 消得式

幣	幣	幣
幣	幣	幣
幣	幣	幣

假如有方臺積干若 只云上下方與高和干若 又云下
 方冪與高冪相并共干若 問上方
 真術求上方於術中雖得下方與高和難得寄消之理故皆擬真數起虛術而求

假式二條
積有
又云數有
下方與高和有
上方

虛術曰立天元一為高。一以減和餘為下方
和自乘和上方自乘積上下方相乘

積三位相并。和寄左列積
又以高相乘。積三之與寄左
為三段積。虛相消得式

	積	和
虛	和	積
	積	和

列高自之加入下方纂為又云數一和寄左
列又云數與寄
左相消得式

和	和
和	和

右各設虛術一次而起真術也

十三

衆伏

假如有三斜積干若只云大斜再自乘數與中斜再
自乘數相并共干若又云中斜再自乘數與小斜再
自乘數相并共干若問大斜

真術求大斜術中雖得中斜再自乘數與小斜
起虛術而求
假式二條
積有
中斜再自乘數有
小斜再自乘數
大斜有

初虛術見中斜據一再自乘數雖得假式一條難
求假式二條
積有
小斜再自乘數有
大斜有
中斜

次虛術曰立天元一爲小斜。|自之加入大斜冪共得內減中斜冪。|自之爲因大斜餘爲因大斜二箇小股。冪四段小股冪。寄左。列大斜自之以小斜冪相乘得。四之得內減寄左餘爲一十六段三斜積冪。

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 今以一十六
 乘之與再寄相消得式
 乘冪。○。|寄左。列又云數內減中斜再乘冪餘與寄左相消得式

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

 又列小斜再自乘之爲小斜再乘冪餘與寄左相消得式

十四

假如有甲乙丙丁平方各一甲云甲方三乘冪乙方再乘冪丙方丁方相并共。乙云甲方再乘冪乙方冪丙方再乘冪丁方三乘冪相并共。丙云甲方冪乙方丙方三乘冪丁方再乘冪相并共。丁云甲方乙方三乘冪丙方冪丁方冪相并共。問甲方

眞術求甲方
 術中得乙方再乘冪丙方丁方三乘冪和
 乙方冪丙方三乘冪和
 丙方冪丁方三乘冪和
 丁方冪三乘冪和
 皆相并數而難得寄消
 虛術求假式二條而起

乙方再乘冪丙方丁方和
 再乘冪丁方三乘冪和
 冪丁方再乘冪和
 乙方冪丙方
 乙方丙方三乘冪
 乙方三乘冪丙方冪

丁方冪和有 甲方有

初虛術見乙方冪中得丙方冪和丙方冪再乘

丁方冪再乘和丙方冪得丁方冪和是未全數故
雖求假式二條各不能得之是以又擬真再起
虛術而求三條

丙方冪和 有 丙方冪丁方冪和 有 丙

方再乘冪丁方三乘冪和 有 丙方三乘冪

丁方再乘冪和 有 甲方有 乙方有

次虛術曰立天元一為丙方。|自之以減丁

云兩和餘為丁方冪_{丁和}。|寄左 列丙方以

減甲云兩和餘為丁方_{甲和}。|自之與寄左相消

得_{丁和}又列丙方三自乘之以減丙云兩和

式_{甲和}餘為丁方再乘冪_{丙和}。|寄左

_{丁和}	_{甲和}
_{甲和}	_{甲和}
_{甲和}	_{甲和}

十五

列丁方再自乘之 復列丙方再自

與寄左相消得式_{丙和}乘之以減乙云

兩和餘為丁方三乘冪_{乙和}。|寄左 列丁

方三自乘之與_{甲和}

寄左相消得式_{丙和}

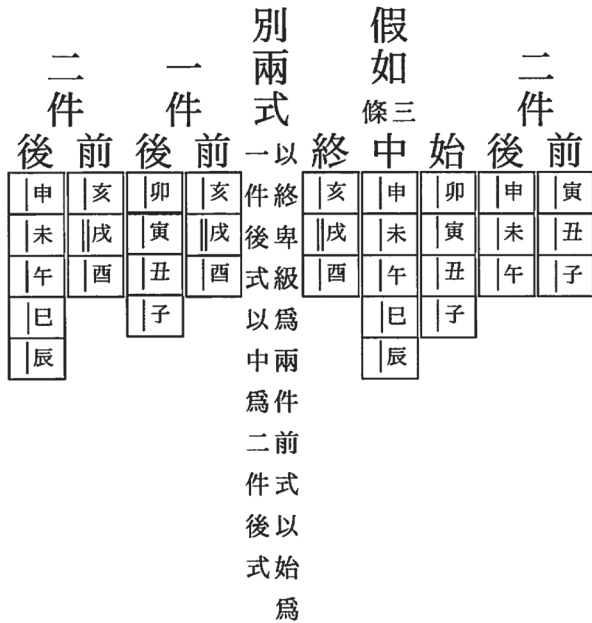
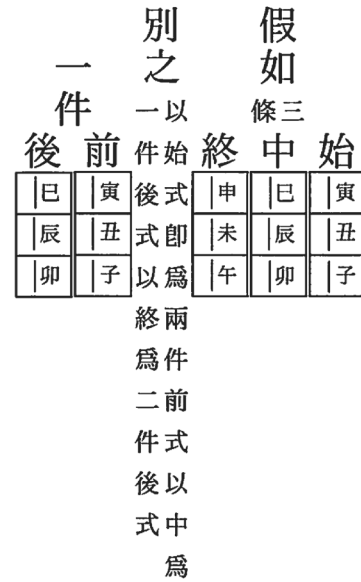
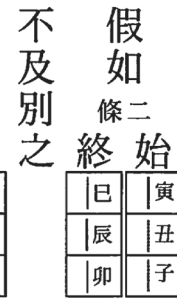
_{丙和}	_{甲和}
_{甲和}	_{甲和}
_{甲和}	_{甲和}
_{甲和}	_{甲和}

右各設二次之虛術而後施真術也

兩式第二 附略 縮省

是起術之本而定別前後隨假式之所得各有限矣
乃得假式二條者即用一件前後式直起一等之真
術得三條者擇卑級式乘數低位少者一條而用兩
件前式以其餘二條為兩件後式起二等之虛術得
四條者如前擇一條用三件前式以其餘三條為三

件後式起三等之虛術也此第各視每式級長短與位多少依傍書段數正負之同異驗略省約縮而整其式也



略者各級中位傍書多乘同名者用之以卑級式依正負加減于高級式而略之依式或起于上級或起于下級各隨前後傍書

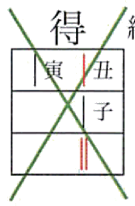
段數有互乘幾自乘
 同名者可依時宜
 若略之諸級盡則以每級遍乘
 之傍書段數從上至下各加者為負減者為正即用
 整式諸級數也



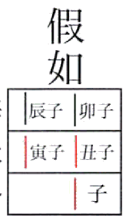
略之
 式二級以前
 方廉皆而丑
 加而盡方式
 以而一級後
 實減式
 式一級遍
 以乘乘
 後丑式
 遍減減
 前式
 式三級
 後式
 式前式

故寅而式略之
 為加方二級以前
 負故廉皆而丑
 即為皆而而丑
 用負盡方式遍
 中各於盡一乘
 級用是以一級後
 以整以以而式
 三式一級遍
 遍級遍遍
 乘以乘
 之二之後子級
 段級丑式遍
 數遍減減乘
 乘故前式
 為式
 子正三級
 為加以級前式

正級即用



省者各式每級每位傍書遍乘同名者用之



省之 每級各



約者各式每級每位段數可遍約者用之



約之每級遍

辰	卯
寅	丑
	子

縮者兩式空級均同者用之若一式空級均同者即縮之一式據冪商法載于開方篇中縮之

假如

後	前
方五	立方
辰	丑
○	○
○	○
卯	子
○	
寅	

縮之後式歸除前式縮空後式縮空前式縮空

得

後	前
平方	平方
辰	丑
卯	子
寅	

假如

後	前
方五	平方
午	寅
○	丑
巳	子
○	寅
辰	
○	
卯	

縮之後式縮空前式縮空後式縮空前式縮空

得

後	前
立方	平方
午	寅
巳	丑
辰	子
卯	

定乘第三附疊分疊合括

每件兩式各驗略省約縮而後各依傍書見前後式諸級乘數皆不拘段數與正負唯註每級乘數而前式隨後式後式隨前式歸除者直平方者自乘立方者再自乘三乘方者三自乘逐如此幾自乘而前順行後逆行布之同級相乘而取乘數最高者為其件虛術之乘數每件如此定乘數若換式後遇芟寄消後省者就而減其乘數於是起前虛術得式各以兩

式如前而為次前每件虛術之乘數從未到初每起
虛術如此定真術之乘數也

假
如 一 件
前 歸除
後 立 方
立 歸
平 段
歸 段
段

前式再
乘自
後 順行
立 立
平 平
歸 歸
段 段

同級相乘
立 立
平 平
歸 歸
段 段

後式直逆行
段 立
歸 立
平 立
立 立

以立方為真術之乘數

假
初 件
前 平 方
後 同 平 方
立 立
平 平
歸 歸
段 段
平 平

如
次 件
前 平 方
後 立 方
立 立
歸 歸
平 平

前自乘順行
三 四 五 三 四 五 平

初
同級相乘
段 歸 平 立 歸

後自乘逆行
段 歸 平 立 歸

以七乘為初件
等前一
虛術之乘數

前再
乘自
順行
五 七 八 八 六 四 五

二
同級相乘
三 四 五 六 七

後自乘逆行
三 四 五 六 七

以一十四乘為二件
等前一
虛術之乘數

疊者前後式級數有長短者用之以兩式下級或
疊於上互遍乘諸級乃其級盡者為要故不拘正負
級者去之段數可相約者約之數若兩級傍書乘
同名者之每段數如此約之也依正負加減之又
而後遍乘之每次如此疊高級也
以變式與卑級式下級互遍乘加減之遞疊高級式

者不疊及之求餘一級
 若及之求餘一級
 之論若直以換式
 不隔于高以換式
 正負上定高以換式
 又加二加級數
 三各式得其再級上式
 得三其得二上式
 式加其得二上式
 下級乘逐下級
 乘級上者如又級
 之乘逐上者如又級
 三級于每其二級
 如級于每其二級
 者此又級級自二
 皆每以級級自二
 準三其式乘乘級中
 此級幕上幾數各得
 而乘乘級乘乘其乘
 疊自數而數次幕幕
 高乘各其加下數者

假如後前
 式以前方三平
 以自下式乘方
 疊之
 式立方
 變得
 式下方
 次
 以下級遍乘下前式相減之一為變後式以而止
 後式以前

三	卯	級下	三	卯	平	巳
立	寅	加級	立	寅	歸	辰
平	巳	之二	平	丑	歸	
歸	辰	為遍	歸	子	歸	
		一乘				

二十

變得
 平後
 方式

假如式

得某
 乘自方五
 乘

疊之
 先乘
 廉實
 方二
 級
 以以
 某某
 乘乘
 乘初
 乘廉
 三加
 廉實
 加以
 實某
 以幕

以某
 三乘
 五乘
 乘幕
 乘廉
 加四
 隅廉
 加加
 實方
 復某
 三乘
 乘初
 乘廉
 三加
 廉實
 加以
 實某
 以幕

得疊式

級二

某子		某寅		某辰		午
五		三		市		
		某丑		某卯		巳
		三		市		

三	卯	三	卯
立	巳辰		巳子
平	辰市		巳
歸	辰		丑
			子
			寅
			丑
			子

括者各級多位者用之乃正負各并之後或兩數多
 少相減其餘為一位或即分正負而為兩位也若每
 位傍書遍乘同名者去而括之却以遍去名書之段
 數可遍約者約而却以遍約數圖之各括之若以多
 減少則雖似正負反覆而不稱理到得真術之式無
 差違矣

假如

寅子	寅丑子	丑子	寅子	子
寅丑		丑子	子	
子			丑	

括之

遍下約二而後子四段一內減子丑相乘二級

與丑寅相乘一段餘正為乙却以遍約二圖之
 上級去而後子三乘二與一段丑
 一三位相并為丙却以遍去子書之
 寅一丙乙甲
 一三餘正為丙却以遍去子書之

得

丙子
乙
甲

分者混而難見者用之各級傍書有和差積商之名
 則察加減乘除之理而分之

假如

弦市	勾股
勾	股
股	勾

分之正一段
 下級為一箇負上級為一箇正
 中級為一箇正
 一段正股

得

股市	勾市
勾	股
股	勾

合者雜而易紛者用之各級傍書含加減乘除之理
 則察和差積商之名而合之

假如

	平	長
平	長	
平	長	

合之

直	下
長	平
差	相
長	相

換式第四 附治

每件兩式各驗定乘及疊括而後以前式下級遍乘後式以後式下級遍乘前式
 之得一式又以前式下第二級遍乘後式以後式下第二級遍乘前式依正負各加減于一式得二式復如前遞以下第三級遍乘前後式各加減于二式得三式逐以到上第二級為限而得換諸式若兩式級數不均者疊之增乘數則借空于卑級式下
 當空級者不及

二十二

遍乘而求換式各視其傍書段數而驗芟治也
 式大率有相對之同名式
 上至第一級對下末二級
 下至第二級對上末二級
 上下對第三級
 上對第四級
 下對第五級
 或前式與後式同者
 或有去相對之除名書段數皆不也者
 或如依式末

假如

前	後
丁	乙
丙	甲

換式

一式

丁	甲	丙	乙
---	---	---	---

先兩式以下各乘前三式相減之得後

假如 後前 三式

庚	丙	庚丁	辛丙
○	乙	己丁	辛乙
己	甲	戊丁	辛甲
戊	○		
丁	○		

復 庚以 遍丙 乘遍 前乘 二式

	己丁	辛乙	
己丙	庚乙	戊丁	辛甲
	戊丙	庚甲	

又 己以 遍乙 乘遍 前乘 一式

戊丁	辛甲
戊丙	庚甲
戊乙	己甲

後式 加式 變以 一減 式一 得式 以

換式 假如 後前 二式

辛	丁	辛己乙	己壬戊丙
庚	丙	辛庚己甲	壬庚丁丙
己	乙		
戊	甲		

又 以以 乙庚 辛遍 遍乘 一式

辛己甲	壬丁丙
己戊甲	辛丁乙

換式 假如 後前 二式

辛己	壬丙
己戊	辛乙
庚丁	庚甲

後先 後前 式兩 同平 以式 方

乘一 後式 式以 各戊 以己 減遍 變乘 一前 式式 得

丁下 遍級 乘各 前去 式庚 相 加以 之甲 得遍 乘

換式 先借空二級于前空一下準而得方

次 一級而乘以前式去得空

二式

戊丙
戊乙 丁丙
戊甲 丁乙
丁甲

又 遍乘以後式以前減變二式得甲

三式

己丙 庚甲
己乙 戊丙
戊乙 丁丙
丁乙

復 以乙遍乘以後式

四式

庚乙
己丙 庚甲
戊丙
丁丙

芟者換式每級每位傍書遍乘同名者用之各式先

二十四

同行縱芟之次逐式同級橫芟之

一式

丁子	乙子	甲
丙子	乙子	甲

假如

二式

辛子	己子	乙子
庚子	己子	乙子
丙子	乙子	甲

三式

壬子	辛子	丁子
辛子	庚子	己子
丁子	丙子	乙子

芟之 先二級橫芟子又三級橫芟子 次上二級縱芟子又三級縱芟子 子又三級中級橫芟子 子又三級中級橫芟子 子又三級中級橫芟子

得

壬	辛	丁
辛	庚子 己	丙子 乙
丁	丙子 乙	甲

治者換式每級每位段數可遍約者用之各式先同行縱治之次逐式同級橫治之

一式

丙
乙
甲

 假如二式

戊
丁
乙

 三式

己
戊
丙

 治之 先二式縱以三治之又三式縱以二治之次上級各橫以二治之中級各橫以三治之

得

己	戊	丙
戊	丁	乙
丙	乙	甲

交乘第五 附變乘消長

是於術中等數之法本起於平方乃歸除換一式者唯實級加一位而無交乘法也從平方至立方從立方至三乘方從三乘方

至四乘方從四乘方至五乘方逐如此求交乘法也
 各置換諸式以一式定為主從二式至末皆脫實而
 餘據前換式假書諸級名用其交乘法各級互相乘
 而後遍乘主式實級得數視前交乘諸位之加減與
 所乘之主式級數隻加雙減相乘者各為加隻減雙
 加相乘者各為減乃主式實及初三五七等之諸廉皆為雙級方及次四六八等之諸廉皆為雙級也
 得實級一等相乘位數又從二式至末皆脫
 方而書前諸級名用其交乘法互相乘而後遍乘主
 式方級各得數如前定加減而得方級一等相乘位
 數復從二式皆脫初廉而書前諸級名用其交乘法
 互相乘而後遍乘主式初廉級得數各定其加減而
 得初廉級一等相乘位數逐自次廉至下每一級皆

如此而得所求之交乘法依各級相對之同名其位
 化而得變乘法又據得冪數者是為後式則實求疊
 式脫其式實而餘是上級為空級各反擬負實自方
 諸名者皆用隨其冪數而幾自乘得數定為於是
 擬實與真諸級及擬商之名依級數之高下互自相
 乘又均其段數而依正負各加減之從上至下盡畢
 得消長諸位加為長減為消也

假如兩式各平方



以一式為主先脫二式實丁丙前歸除無交乘法
 故直乘主式實乙得實級一等相乘數乙化為冪加

二十六

是隻級加位次脫二式方丙丁丁直乘主式方甲
 相乘而為加位得方級一等相乘數甲如減是雙而為減位於是即
 以舊乘位二為交乘法相化位二為變乘法又疊式脫
 實而餘反負擬實以空級即擬乘者方實自
 乘加為方冪商冪相乘方冪減之以加位一
 為長以減位一為消也

平方交乘法

乙丙 加

甲丁 減

變乘法

乙冪 段一加

甲丁 段一減

消長法

實冪 段一長

方冪商冪 段一消

假如兩式各立方

一式 丙乙 此式相

換二式 己戊 對庚為

三式 壬辛 己丙 辛庚 為為

據再 乘 算 疊 式 實 方 廉

以一式為主其餘各脫實 壬己 據平方交乘法書舊

名 乙庚 準 丁辛 甲戊 乙丙 相乘 圓甲丁相乘 辛 却乘主

準 丙丁 辛 甲戊 乙丙 相乘 圓甲丁相乘 辛 却乘主

化 戊為 丙 加 位是 雙 相 乘 級 也 加 丙丁 辛 化 為 乙 減 位是 雙 相 乘 級 也 減 次

餘式各脫方 書 乙丙 相乘 圓甲丁相乘

舊名 庚丁 己 準 丙甲 辛 戊 乙 丙 相乘 圓甲丁相乘

級一等相乘數 乙己 庚 化 為 乙 減 位是 雙 相 乘 級 也 乙丁 壬 化 為 乙

壬 乙 算 加 位是 雙 相 乘 級 也 減 復餘式各脫廉 庚丁 書舊名 戊己 為 化

二十七

乙 準 辛 己 乙 廉 甲 丙 相乘 圓 甲 丁 相乘 圓 却 乘 主 式

丙 丁 準 辛 己 乙 廉 甲 丙 相乘 圓 甲 丁 相乘 圓 却 乘 主 式

算 加 位是 雙 相 乘 級 也 加 甲戊 壬 舊 如 減 位是 雙 相 乘 級 也 減 於 是 各 分 加

減而以舊乘 位六 為交乘法相化 同 五 位 相 為 變 乘 法

又疊式脫實而餘反負擬實 者 以 其 空 各 用 疊 式 真

也 級 方 廉 實 再 自 乘 加 方 再 方 再

乘 算 商 再 乘 算 相 乘 段 一 段 一 加 方 再 方 再

商 再 乘 算 相 乘 段 三 段 一 段 一 加 方 再 方 再

乘 算 商 五 乘 算 相 乘 段 一 段 一 段 一 加 方 再 方 再

以加 位三 為長以減 位一 為消也

立方交乘法

甲 己 辛 加

乙 丁 壬

丙 戊 庚

甲戊壬 減

變乘法

乙己庚

丙丁辛

甲己冪 一段一

乙冪壬 一段一

丙冪戊 一段一

甲戊壬 減

乙丙己 二段二

消長法

實再 一段一

方再商再 一段一

廉再商五 一段一

實方廉商再 一段三

假如兩式各三乘方

一式

房
氐
亢
角

此對心式為相

二式

斗
箕
尾
心

此對心式為相

換

三式

危
虛
女
牛

此對心式為相

四式

婁
奎
壁
室

此對心式為相

據三冪式

實
方
上
下

二十八

以一式為主餘各脫實 據立方交乘法書舊

名心尾箕 丙甲乙 丙箕尾甲 丙心尾甲 丙箕尾甲

準丁女虛 丙女虛 丙女虛 丙女虛 丙女虛

室壁奎 丙壁奎 丙壁奎 丙壁奎 丙壁奎

庚辛壬 丙辛壬 丙辛壬 丙辛壬 丙辛壬

尾虛室 丙尾虛室 丙尾虛室 丙尾虛室 丙尾虛室

等相乘數 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

各加位是隻級加 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

氏房各減 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

箕斗各減 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

心尾丙斗 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

甲乙丙準 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

女危室丁 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

戊己準庚 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

辛壬 房化為亢 房化為亢 房化為亢 房化為亢

尾危室 丙丁辛相乘 斗牛壁 却乘主式方 得方級一

氏房尾危 房纂箕纂 角斗纂虛
 角尾危纂 角箕纂婁 亢房箕危
 亢纂虛婁 亢氏斗危 亢房纂虛
 氏纂尾婁 氏房箕斗 房纂尾虛
段一 段一 段一 段二 段一 段二 段二 段一 段二 段一

消長法

實三 實方纂上商三
段一 長 段二 段四

實上下纂商七 方纂下纂商七
段四 段二 段四

上三商七 實纂上纂商三
段一 段二 段二

實纂方下商三 方上纂下商七
段四 消 段四 段二

方三商三 下三商一十一
段一 段一

假如兩式各四乘方

一 式	心	房	氏	亢	角
二 式	女	牛	斗	箕	尾
換 三 式	奎	壁	室	危	虛
四 式	觜	畢	昴	胃	婁
五 式	星	柳	鬼	井	參

此對尾為相 亢虛為為 斗危為為 房婁為為 牛參為為 壁井為為 心奎為為 柳為女鬼
 據 實方上中下
乘四

如前依三乘方交乘法求五等相乘數得交乘
位二十 變乘三七十 據疊式得消長 六二十 位十 也 上五 略方 已百一

四乘方交乘法

角箕室畢星 加 角箕壁觜鬼 角箕奎昴柳
 角斗危觜柳 角斗壁胃星 角斗奎畢井
 角牛危昴星 角牛室觜井 角牛奎胃鬼
 角女危畢鬼 角女室胃柳 角女壁昴井

亢尾室觜柳	亢斗虛畢星	亢牛虛觜鬼	亢女虛昴柳	氏尾危畢星	氏箕虛觜柳	氏牛虛胃星	氏女虛畢井	房尾危觜鬼	房箕虛昴星	房斗虛觜井	房女虛胃鬼
亢尾壁昴星	亢斗壁觜參	亢牛室婁星	亢女室畢參	氏尾壁觜井	氏箕壁婁星	氏牛危觜參	氏女危婁柳	房尾室胃星	房箕室觜參	房斗危婁星	房女危昴參
亢尾奎畢鬼	亢斗奎婁柳	亢牛奎昴參	亢女壁婁鬼	氏尾奎胃柳	氏箕奎畢參	氏牛奎婁井	氏女壁胃參	房尾奎昴井	房箕奎婁鬼	房斗奎胃參	房女室婁井

三十一

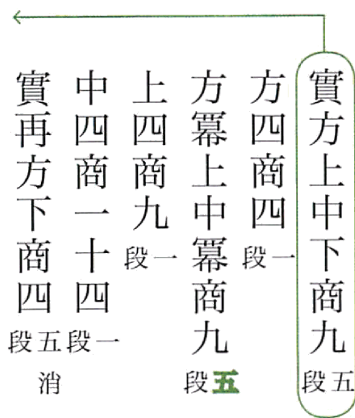
心尾危昴柳	心箕虛畢鬼	心斗虛胃柳	心牛虛昴井	角箕室觜柳	角斗危畢星	角牛危觜鬼	角女危昴柳	亢尾室畢星	亢斗虛觜柳	亢牛虛昴星	亢女虛畢鬼
心尾室畢井	心箕室婁柳	心斗危畢參	心牛危婁鬼	角箕壁昴星	角斗壁觜井	角牛室胃星	角女室畢井	亢尾壁觜鬼	亢斗壁婁星	亢牛室觜參	亢女室婁柳
心尾壁胃鬼	心箕壁昴參	心斗壁婁井	心牛室胃參	角箕奎畢鬼	角斗奎胃柳	角牛奎昴井	角女壁胃鬼	亢尾奎昴柳	亢斗奎畢參	亢牛奎婁鬼	亢女壁昴參

減

心牛虛胃鬼	心斗虛畢井	心箕虛昴柳	心尾危畢鬼	房女虛昴井	房斗虛胃星	房箕虛觜鬼	房尾危昴星	氏女虛胃柳	氏牛虛觜井	氏箕虛畢星	氏尾危觜柳
心牛危昴參	心斗危婁柳	心箕室畢參	心尾室胃柳	房女危婁鬼	房斗危觜參	房箕室婁星	房尾室觜井	氏女危畢參	氏牛危婁星	氏箕壁觜參	氏尾壁胃星
心牛室婁井	心斗壁胃參	心箕壁婁鬼	心尾壁昴井	房女室胃參	房斗奎婁井	房箕奎昴參	房尾奎胃鬼	氏女壁婁井	氏牛奎胃參	氏箕奎婁柳	氏尾奎畢井

變乘法

角箕室畢星	角斗牛壁星	角牛女室觜	亢箕壁冪星	亢氏牛奎觜	亢房牛室星	亢心牛壁奎	氏冪牛冪星	氏房斗女觜	氏心斗牛觜	房冪斗冪星
角箕壁奎觜	角斗女奎畢	角女冪壁冪	亢冪奎冪畢	亢氏女壁觜	亢房女壁奎	亢心女室畢	氏冪女冪畢	氏房牛女奎	氏心牛女壁	房冪女冪室
角斗冪觜冪	角牛冪奎冪	亢冪室觜冪	亢氏斗畢星	亢房斗奎觜	亢心斗壁觜	氏冪箕觜冪	氏房箕壁星	氏心箕奎畢	房冪箕奎冪	房心箕室觜



實再方下商四 段五
 中四商一十四 段一
 上四商九 段一
 方纂上中纂商九 段五
 方四商四 段一
 實方上中下商九 段五

實再上中商四 段五
 下四商一十九 段一
 上纂中下纂商一十四 段五
 方中纂下纂商一十四 段五
 方纂上纂下商九 段五
 實上纂中纂商九 段五
 實方纂下纂商九 段五
 實纂上下纂商九 段五
 實纂方上纂商四 段五

消長法

房心箕壁奎 段二
 心纂箕室畢 段一
 房心斗纂觜 段二
 心纂斗牛壁 段二
 房心牛女室 段二

房心斗牛奎 段二
 心纂斗纂畢 段一
 角箕室觜纂 段一
 角斗纂畢星 段一
 角牛纂室星 段一
 亢纂室畢星 段一
 亢氏牛壁星 段二
 亢房牛奎纂 段二
 亢心牛室觜 段二
 氏纂牛女觜 段二
 氏房女纂壁 段二
 氏心牛纂奎 段二
 房纂箕室星 段一
 氏心箕壁觜 段二
 氏房箕奎觜 段二
 亢心女壁纂 段二
 亢房女室觜 段二
 亢氏女奎畢 段二
 亢纂壁奎觜 段二
 角牛女壁奎 段二
 角斗牛奎觜 段二
 角箕壁纂星 段一
 心纂牛纂室 段一
 房心斗女壁 段二
 心纂箕壁纂 段一
 角箕奎纂畢 段一
 角斗女壁觜 段二
 角女纂室畢 段一
 亢氏斗觜纂 段二
 亢房斗壁星 段二
 亢心斗奎畢 段二
 氏纂箕畢星 段一
 氏房斗牛星 段二
 氏心斗女畢 段二
 房纂斗女奎 段二

實方再上商四段五 實方中再商九段五
 實上再下商九段五 實中下再商一十四段五
 方再中下商九段五 方上再中商九段五
 方上下再商一十四段五 上中再下商一十四段五

寄消第六

每件換式各驗芟治之後視相對之級傍書諸名皆異者依交乘法同者依變乘法換一式者本無交乘正負為寄消數若不據兩式而起故直於其級中分以疊式與器數即依消長法求之各借其舊名而諸級相乘却若相對之級中去而變乘則當其級者皆圖其約數正負異者依負而盡之也正加負減者相并為寄左數正減負加者相并為相消數若傍書遍乘同名者省之段數可遍約者約之得每件寄消數以之各起前虛術

三十五

而求到寄消起次前虛術逐如此而施真術也

假如兩式二件各平方

初換 一式 二式

丙	乙
乙子	甲

 後換 一式 二式

己	戊
戊	丁

初換式相對之級去子而同名故依平方變乘法借舊名于諸相乘却以去子書之

乙冪段一 加子 寄乙 甲丁段一 減丙甲 消乙
 位一為寄左數消位一為相消數以之起虛術等一而得前式也

終換式相對之級段數正負各異故約二而後依變乘法相乘却乘約數二以負圖之

乙冪段一 加丙 消乙 甲丁段一 減丙丁 寄乙

寄^{一位}為寄左數消^{一位}為相消數以之又起虛術
等^一而得後式也

假如兩式一件各立方

一 式	丙寅	己子	壬子
二 式	乙丑	戊子	辛子
三 式	甲子	丁卯	庚辰

是相對之級皆異名故依立方交乘法相乘

甲己辛相乘 加^子寄^子 乙丁壬相乘 加^子消^子

丙戊庚相乘 加^子消^子 甲戊壬相乘 減^子寄^子

乙己庚相乘 減^子寄^子 丙丁辛相乘 減^子寄^子

遍省子而寄^{三位}并為寄左數消^{三位}并為相消數
以之即起真術也

假如兩式一件各三乘方

一 式	丁	丙	乙	甲
二 式	庚	己	戊	丁
三 式	壬	辛	庚	己
四 式	癸	壬	庚	丁

是相對之諸級同名故依三乘方變乘法相乘

角尾虛婁相乘 加^甲消^甲 角箕斗危相乘 加^甲消^甲

亢冪危冪相乘 加^甲寄^甲 亢氏箕婁相乘 加^甲消^甲

亢房斗虛相乘 加^乙寄^乙 氏冪斗冪相乘 加^乙寄^乙

氏房尾危相乘 加^丙寄^丙 房冪箕冪相乘 加^丙寄^丙

角尾危冪相乘 減^甲寄^甲 角箕冪婁相乘 減^甲寄^甲

角斗冪虛相乘 減^甲消^甲 亢冪虛婁相乘 減^甲消^甲

亢氏斗危相乘 段二 減 丙_五 消 亢房箕危相乘 段一 減 丙_五 寄 氏_三 房箕斗相乘 段二 減 丙_五 寄 房_二 尾虛相乘 段一 減 丁_七 寄

遍以四約之寄位十并爲寄左數消位七并爲相消

數以之即起真術也

假如不求兩式 以某再乘者



依立方消長法相乘

實再自乘 段一 長 丙_四 消 方再乘某再乘某相乘 段一 長 甲_五 寄 實方 段一 長 乙_四 消 廉再乘某五乘某相乘 段一 長 甲_五 寄 實方 廉某再乘某相乘 段三 消 甲_四 寄 寄位二并爲寄左數消位二并爲相消數即起術也

三十七

潛題篇

理蔽而不明者先窺得親疎之機而後求之其法有三焉曰考技曰探數曰起術是也**也**以權得實之法皆據內外之兩數施適中之術也

考技第一

凡祕累計之總而不識過不及之界者必蔽其理故難得精數于一般是以無狀者先察題中相爲之理有狀者先審形勢之所本而後考求其粗數之技也辭問之所言雖千變萬化而無窮其所蔽唯起於因乘與形畫各所累之難辯者也是故循題之云爲而宜考其技矣

無狀者問二

假如有真草書生初日共書一百字只云真日增五分之六草日增二分之三今已真劣草凡八十字問日數及計字

視題中之所為真草各從初以增數逐乘通計之得總是即屬於帶分子之倍法也雖不知日數有增數

故不求而自相乘之數具也

假如有入借金三十兩銀五十兩乃利亦添利及還共

金五十四兩銀七十兩只云年利金貴如銀八分

問年數及年利

視題中之所為金銀各年利添一而逐乘元銀金

得每年共數今無年數與年利而不識相乘數

故先考求年利之技以元銀金隨年數而開除之

則得年利添一之數也

有狀者二問

假如有大圓徑一尺外周布每徑七寸之小圓問布數

是從內外兩圓中心取廣而為角從大圓心至小圓心之闊

為角徑從小圓心至心之闊為每面以其大小徑等者為限故角徑與面自均而成六角形也

以六角為本據角法求之也

假如有角形積一百五十寸每面一尺問角數

是定以三角即為成技之本也

探數第二

各考求數之技而後用題數據其象其形之術是求粗數

故只以其功速者為要而不得數如問旨作屬辭數必拘術理之權疎也後做此

以之比所云數適合者以粗即為精有餘者增技一次形一畫各據其象形術得數亦如前比所云數到得舊數不足為限而止以最末所求之有餘數權為累計之數也

假如真草書之題

是每日五除六乘之技自具故先視二日各依
倍得二日總字真二百二十十字相減餘真三十
法少於所云數故為二日有餘次視三日依各
字
二次倍得三日總字真三百六十四字相減餘
法
真劣一十一字却多所云數故為三日不足而止

假如借金銀之題

是據前考得之技置共還金五十四兩以元金

三十九

五十兩銀除之得金實一箇八分即相減餘割四多
於所云之年利差故為一年有餘次兩實各
開平方除之得金一箇三割四分一六四〇七
五九相減餘一割五分八多於所云差故為二
六弱年有餘次兩實各開立方除之得金一箇二
四四所云差故為三年有餘次兩實各開三乘方
割一分八六八八九四相減餘九分七七五多於
除之得金一箇一割五分八二九二一相減餘
七分〇八少於所云差故為四年不足而止
三四八八

假如大圓外布小圓題

是起於外圓六箇故以小圓徑即擬每面依六角法得角徑七倍之內減小圓徑餘得大圓徑

寸七少於舊數故為六箇有餘 次以每面寸七依
 七角法得角徑八寸。六六 倍之內減小圓
 徑餘得大圓徑九寸。三五 少於舊數故為七
 箇有餘 次以每面寸七依八角法得角徑九寸
 五九四。倍之內減小圓徑餘得大圓徑一尺四寸
 七四八。倍之內減小圓徑餘得大圓徑一尺四寸
 二九一八八。多於舊數故為八箇不足而止
 一四九六

假如角形之題

是起於三角故即以面尺一依三角法求得積十四
 三寸三。少於所云積故為三角有餘 次以
 一二七 尺一依四角法得積一寸一百 少於所云積故為四
 角有餘 次以面尺一依五角法得積一寸一百七十
 四七七 多於所云積故為五角不足而止

四十

起術第三

是皆主於有餘之權數而起術亦據不足數用其象
 形之技屬畸零而施之也

假如真草書之題

是以次日書字乘日數之畸零則為有餘日所
 書之字數故主於二日乃有餘也而據三日乃不起
 術也

假如借金銀之題

是以三年元利共數乘畸零年數則為屬有畸
 年數之利數故主於三年有餘而據四年不起術
 也

假如大圓外布小圓之題

是以外徑乘畸零數得末圓徑故從中心左右
相分屬第一與第七之外圓作兩面短八角而
起術也

假如角形之題

是以每面乘畸零得畸面依四角有餘術直求
之也

大成算經卷之十七終