数理解析研究所講究録
第2026巻 2017年 83-134

大成算經　巻之十八　病題定擬

巻之十八　後集　病題定擬

關孝和
建部賢明　編
建部賢弘

二〇一三年　小松彦三郎校

大成算經卷之十八　後集

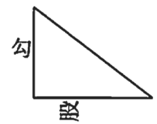
病題定擬

凡題之病起於辭者或失起術之正或晦所爲之理是以不論數而正其所言起於數者或亂答數之眞或爲術式之煩是以不論辭而易其數皆全題原而後施術也

轉題第一

題辭者隨象形有定限矣若其辭虧于限則不能施法術也蓋有本所言不足而虧者有前後理不通而自虧者皆隨其題一虧者宜添一辭二虧者宜添二辭也其添法雖本無定範視前後之題巧與本辭之所言各察其正變同異而可添之只要無過不及之差矣

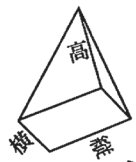
假如有勾股積若干問勾



如是形者本二畫故以二辭爲限今所言由虧一辭不能施術故視後題辭反和于而添一辭曰只云勾股差若干

是宜添積若干之下

假如有直錐積若干只云縱橫高和若干問横



如是形者本三畫故以三辭爲限今題中因虧

一辭視本辭反于和而添一辭曰
又云縱橫差若干
是添只云辭之下也
假如有人買羅綾羅若干尺只云羅尺價多如綾尺
價若干問羅尺價
如是象者本四品故以四辭爲限今所言虧二
辭故準本辭之所言而添二辭曰
綾若干尺共價若干
是可添只云辭之上也

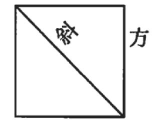
假如有圓田一段直徑若干只云周穿上廣
若干下廣若干之池以其積應池準中築上徑
若干之圓亭問築高

二

如是形者本雖爲六畫依徑與廣相通且應準
以四辭爲限今題辭雖應于限不言高下故術
中無當承報之理而自似虧辭是以易舊辭之
名曰
築高若干之圓亭
是改舊上徑名也
假如有綾不知其數只云每尺價銀二錢又云每
銀三錢換綾一尺五寸問綾數
如是象者以二品爲限今題辭雖應限所言之
兩數其理同而相混爲一辭故添辭曰
價銀若干
是添只云辭之上却削又云辭也

繁題第二

題辭過于象形之定限者共用之則有起術數條也其辭有本盈者有理遍通于諸數而自盈者皆隨其題一盈者削一辭二盈者削兩辭是又視前後題巧之同異而大率不拘所言之難易可削最末之辭也



假如有平方積若干斜若干問方

如是形者本一畫故以一辭爲限今因題中言二辭共用而施之則有起術二條其一據積得式其二據斜得式者並同是皆術中用一辭而得方故徒術一辭也是以宜削末斜若干辭

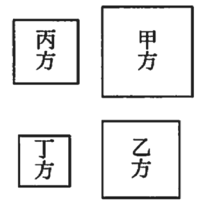
假如有人出銀若干買米只云每錢米與買米和共若干又云買米取八分之三得數多於每錢米若干問買米

如是象者本二品故以二辭爲限今因言三辭有起術三條其一據銀與只云數得式其二據銀與又云數得式其三據只云數與又云數得式者並同皆用二辭而得買米故題中衍一辭也是以宜削末又云辭也

假如有方臺積若干只云上方與高和若干下方與高和若干又云斜高少如下方若干却多上方若干問上方

如是形者本三畫故以三辭爲限今題中因言五辭共用之則有起術十條其一據積與上方高和及下方高和

得式其二據積與上方高和及少如得式其三據積與上方高和及却多得式其四據積與下方高和及少如得式其五據積與下方高和及却多得式其六據積與少如及却多得式其七據上方高和與下方高和及少如得式其八據上方高和與下方高和及却多得式其九據上方高和與少如及却多得式其十據下方高和與少如及却多得式者並同各隨其題中所據之先後雖有術理之隱見皆用三辭而得上方故徒衍二辭也是以宜削末又云二辭也



假如有甲乙丙丁平方各一每方較等只云甲乙積和若干丙丁積和若干又云四方和若干問甲方

如是形者本四畫故以四辭爲限今題辭雖應限依同差之理旁通于諸方自盈一辭若依舊

四

則有起術三條其一據甲乙積和與丙丁積和得式其二據甲乙積和與方和得式其三據丙丁積和與方和得式者並同皆用三辭而得甲方故題中衍一辭也是以宜削末方和辭也

假如有絹若干匹布若干匹只云以絹換布以布換絹共得若干匹又云換布少如換絹若干匹問對絹一匹布

如是象者本四品故常以四辭爲限今所言雖應限因相換之理乘除互相通自盈一辭若依舊辭而施之則有起術四條其一據絹與布及只云數得式其二據絹與布及又云數得式其三據絹與只云數及又云數得式其四據布與只云數及又云數得式者並同是皆用三辭而得所問數故題中徒衍一辭也是以宜削末又云辭也

層題第三

題辭漫成諸技而却顯其巧者悉得全數于題中是徒非無術理之用亦費所爲之功故各去其技而復數于舊若題中以箇數相兼損益而言者損一次之技故兩數相減依其餘益數餘者爲加損數餘者爲減爲一偏之數若取數分繁者成乘除之累故卽依約分法得等數而沿之若爲實所開之兩乘數重者倍得式之定乘故各加一而如前得等數約之却各減一餘若實數盡者無得實及開自乘之技而爲開方一偏之乘數開數盡者無開方之技而爲幾自乘一偏之數也方乘數題數各依舊而用之而後各宜改題辭也

假如有馬若干匹牛若干匹共價自乘得若干兩只云馬牛匹價差爲實立方開之得若干問馬匹價

五

如是題者開方數於術中無所用自乘數用之則有倍定乘之患且兩技之巧自顯故還其原自乘數平方開之開方數再自乘之則於題中得全數是皆費所爲之功也是以各去兩技復數干舊而改其辭曰

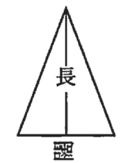
共價若干只云馬牛匹價差若干

據此辭可施術也

假如有圓內四斜只云甲斜內減二箇餘若干乙斜加三箇共若干丙斜三歸得若干丁斜四因得若干問圓徑

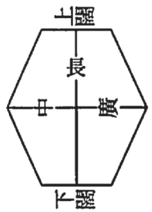
如是題者每斜所言以其數還原則皆得諸斜之全數于最前故徒非失其巧却爲術首之煩是以各去加減乘除之技復數干舊而改辭曰

只云甲斜若干乙斜若干丙斜若干丁斜若干
據此辭可施術也
假如有圭積若干只云長益八箇而損五
箇餘爲實立方開之得數加入闊共若干



問闊
如是題者所言益而後損之技及術中求長而
費一次之功故損益兩數相減餘三箇爲一偏之
益數即改辭曰
只云長添三箇爲實立方開之得數加入闊共若干
據此辭可施術也
假如有金銀不知其重只云金取一千六百五十
九分之四百七十四幷銀共重若干又云銀取九百

八十七分之三百二十九幷金共重若干問金重
如是題者前後各分數繁而致術中乘除之累
乃至得式而法實各有七萬七千九百七十三之過故先金分母與分子
互減得等數二百七十三約之得金取數七分之二又銀
分母與分子互減得等數三百二十九約之得銀取
數三分之一即改辭曰
只云金取七分之二幷銀共重若干又云銀取三分
之一幷金共重若干
據此等辭題數各依舊可施術也
假如有鼓積若干只云中廣不及長若干又
云上下廣五自乘爲實立方開之得數
與中廣自乘爲實三乘方開之得數相



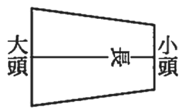
幷共若干問上下廣
如是題者又云前後實與開方兩乘數各繁而
倍術式之乘數至得式增於眞式四十乘故先前實乘數五
與立方乘數二各添一得實六開三以等數三約之
得內各減一而實數餘一故爲一次自乘開數
盡故無開方之技又後實乘數一與開方乘數
三各添一得實二開四以等數二約之得內各減一
而實數盡故無自乘之技開數餘一故爲平方
卽改辭曰
又云上下廣自乘數與中廣爲實平方開之得數
相幷共若干
據此辭可施術也

七

題辭遺要旨者乖正理者皆晦術中當爲之理也凡
除者定異得商之法實減者本多少不具則必分餘
數之內外是皆自然之理也若誤而不言其要不稱
其理則雖起術未知所爲之適從也是以宜定理之
所從而更其辭也

反題第四

假如有梯積若干只云大小頭差若干又云大
頭與長差若干問長

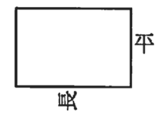


如是題者前辭兩頭己大小之形相具故不言
多少而自宜稱差後辭大頭與長其形本無長
短之論今誤而不言兩數之多少故及術中求

大頭而難辯加減之理也是以定又云數之多
少而更辭曰長多大頭少則
又云大頭不及長若干
若長少大頭多則
又云大頭多於長若干
據此等辭可施術也

假如有圓臺積若干只云高與上徑相并共
若干又云高與下徑相減餘若干問高
如是題者臺高與上下徑其狀互多少不足今
先辭者因言總數術中當減之技自顯後辭者
因餘數不言內外不識孰多孰少故亦難辯加
減之理也是以定所減之內外而更辭曰以高
減下徑則
又云高不及下徑若干
若高內減下徑則
又云高多於下徑若干
據此等辭可施術也
假如有錢若干文買瓜桃不知其數瓜一箇價若干文
桃一箇價若干文只云所買瓜桃相除得若干箇問瓜
數
如是題者商數誤而不言孰除之要故法實難
辯而不知商與果相乘之理也是以定其法實
而更辭曰瓜爲法桃爲實則

只云以瓜除桃得若干箇
桃爲法瓜爲實則
只云以桃除瓜得若干箇
據此等辭可施術也
假如有直積若干只云以長除平得小長若干
問平



如是題者誤而所除之法實與商名相牟盾故
未知孰是也是以定所從之理而更辭曰從法
實之理則替舊數
若從商名則用舊數
只云以長除平得小平若干

只云以平除長得小長若干
據此等辭可用術也
假如有錢積若干只云圓徑少如方面若干
問圓徑

如是題者所言之數方大圓小而非錢形狀與
餘數不稱理故定所從之理而更辭曰以形名
爲是則
只云圓徑多如方面若干
若以餘數爲是則
假如有火塘積若干
據此等辭可施術也

虛題第五

加辭替數

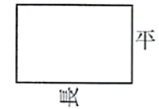
得式而後開除之無商者有負數者得數背者皆不能得眞數故替屬題辭之數亦加辭于術首而釋其背限也是故先視眞術式傍書若得負數于後者却自其負求之凡得式實隅異名而傍書正負各一偏者定得正商故極數無之或同名者或雖異名該反覆之理者皆依數有不得正商故求極數也定題中可替者擇前後各同號術中乘數最卑者據適盡方級法難據者據實級相反也各承原式正負而求之得傍書式又據象形滿于極依題辭難據者極數無之以諸數之所化輒難起術者題中諸數皆擬眞而依虛術求之得傍書式若諸級傍書皆與前求式相同者極數全等故以先所得式用之後求者不用也於是先用題數各爲諸級數而開除之得

極數乃極數却有背限之中者不用也各與題數相較之舊數多則極數己下爲應己上爲背舊數少則極數己上爲應己下爲背互課應背之多少而替其數又以所替者傍書商名自傍書式下級各如開出法命之得變式於實級各加多少相反之辭若極數有變商者其數背則應者皆用之故加辭無之諸商悉視變式餘數之正負自下至上各同級相對而擇遍異名者於其級又加一辭若諸級皆同異相交則先起於隅上級視異名其餘同名者又於次上級視異名逐上上如此以旁通于諸背商變式者爲限視變式傍書自上至下各於所用之級加應背相反之辭皆以所替之號乘數最高者爲主而同名各相并爲主數與其餘異名相并數相減之增而應則以主數少者爲背損而

應則以主數多者爲背也

無商者

假如有直積二百三十寸只云長平和三尺問平



得平術用題數得式 ‖≡ ○ ≡ | 開之無商

先以題兩名視各級傍書立天元一爲平。|以減和餘爲長 |和 | 以平相乘爲直積。|和 |寄左　列積與寄左相消得式

|積
|和
|

視諸級傍書據平方適盡方級法則和正方者術中有自乘之技而乘數高故即定眞而用舊數積負實者却乘數卑故新求極數也

十一

立天元一爲積。|又爲負實承原式負。|以負廉一相乘四之得。||||寄左　列和爲正方|和自之與寄左相消得式

|和
||||

又據平滿長于極則長平相等而其形爲方只云數即爲二箇長平也平于極者平盡而爲一線形求積則爲空故不能據之

立天元一爲積。|四之爲四段積。||||寄左　列和爲二箇長亦爲二箇平|和自之與寄左相消得式

|和
||||

是與前全同故不用之

替數

定和三尺而得積無商極二百二十五寸

術曰視前段式傍書和自乘得九百寸以四正方除之無商者負商者雖得正商用其數驗之有負數者得數背者極數無之若有變商者驗之

無商者有負數者得數背者不用之應者皆用之最少商己下有商則至次多商無商至亦次多商有商最少商己下無商則至次多商有商至亦次多商無商逐如此無商有商相交也

得積二百二十五寸爲無商極數此數己下有商己上無商也

加辭

積四段多於和冪一段者無商也乃分註于眞術曰之下也後倣此

術曰以積傍書而爲商 𝍠積 命傍書式正方四加

實而得

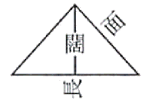
替積故於實級以積四段正爲主與

變式和冪一段負相減之主數少而有商

故多者無商也

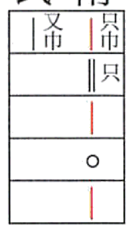
假如有半梭只云積加入闊共五寸又云

面與闊相乘四寸問闊



得闊術用題數得式 𝍣 -〇 𝍠 〇 𝍠

如前傍書題中之兩



名而先得眞術得闊式

視式中傍書據三乘方適盡方級法則乘數無高下

故以只云數定眞而求又云極數也

立天元一爲又云數〇 𝍠 自之以減只云數冪

餘爲正實 𝍠只巾 〇 𝍠 再自乘之以正隅一冪下廉空故當其級而乘者皆爲空其餘遍省隅而用之故知此也後倣之相乘二百五十六段 𝍢𝍥只五

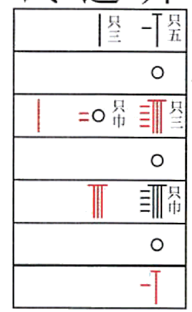
〇 𝍥𝍡只三 〇 𝍥𝍡只巾 〇 𝍢𝍥 只云數倍之爲負方 𝍡只 自之以

實正上廉一隅相乘一百四十四段 𝍢𝍥只五 〇 𝍥𝍡只三 〇 𝍥𝍡只巾 〇 𝍢𝍥

𝍣𝍤只三 〇 𝍣𝍤只巾 實上廉三乘冪相乘 𝍣𝍤只三 𝍣𝍤只巾

一十六段 -𝍥只巾 〇 -𝍥 三位相并共得 -𝍥只巾 -𝍥

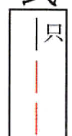
寄左　實冪上廉冪隅相乘一百二十八段〇〇
方三乘冪隅相乘二十七段方冪上廉再乘冪
相乘四段三位相并



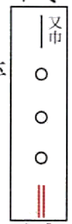
與寄左相消得數遍
以一十六約之得式
又據闊滿長于極則闊與半長相等而其形爲半
方只云數即爲闊與闊冪和又云數如舊以之輒
難得式故皆擬眞而立虛術于闊求之闊于極者闊盡而爲一線形故兩數共爲空是以不能據之
只云數有　又云數有
立天元一爲闊〇自之爲積〇〇加闊
爲只云數〇寄左　列只云數與寄左

十三

相消得前式

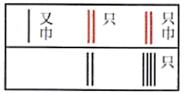


列闊自之得數倍之爲
面冪〇〇以闊冪相乘爲又云數冪〇〇
〇〇寄左　列又云數自之與寄左相消
得後式

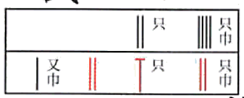


以前式二次疊之變爲
前後同級平方式而後求換式得

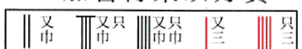
一式



二式



維乘以一式實乘二式方得八位以一式方乘二式實得三位傍書同名相加異名相減得



於是分寄消而起術也視式中傍書兩名乘數各等故不論先後且隨前段之所求以只云數即定眞也
立天元一爲又云數〇三自乘一段〇〇〇〇
只云數三乘冪四段二位相并共得〇〇

○𝍠寄左　只云數冪又云數冪相乘四段○○
𝍣只巾只云數又云數冪相乘八段○○𝍧只又云數冪
二段○○𝍡三
𝍣只三○𝍣只巾○𝍠
位相幷與寄
𝍧只
左相消得式
𝍡

替數

定只云數五寸而得又云數無商極四寸○六釐二毫二○八強闊滿長于極四寸五分三釐七毫八○四強

術曰視前段式諸級傍書只云數五乘冪一十六段與只云數三乘冪一段相幷得二十五萬○六百二十五寸爲負實方級空只云數三乘冪四十八段與只云數冪二十段及一箇相幷共得三萬○五百○一寸爲正初廉次廉級空

十四

只云數冪四十八段內減八箇餘一千一百九十二寸爲負三廉四廉級空以一十六爲正隅五乘方開之得又云數四寸○六釐二毫二○八強爲無商極數此數己上有商己下無商也又視後段式諸級傍書只云數三乘冪四段得二千五百寸爲正實方級空只云數冪四段與只云數八箇及二箇相幷共得一百四十二寸爲負上廉下廉級空以一爲正隅三乘方先依疊商術開出冪數而視其變式之正負也開之無商者負商者雖得正商用其數驗之無商者有負數者得數背者極數無之若有變商者驗之無商者有負數者得數背者不用之應者皆用之最少商己下應則至次多商背之至亦次多商應之最少商己下背則至次多商應之至亦次多商背之逐如此應背相交也得又云數二件多一十一寸○一釐八毫五三五微弱少四寸五分二釐七毫八○四微強各驗之多數者背故不用之少數者應故用之爲

闊滿長于極數此數己下長闊相應己上相背仍此數己下至無商極己上宜替又云數也

加辭

只云數三乘冪又云數冪相乘四十八段只云數冪又云數冪相乘二十段又云數五乘冪一十六段又云數三乘冪八段又云數冪一段五位相并數少於只云數五乘冪一十六段只云數三乘冪一段只云數冪又云數三乘冪相乘四十八段三位相并數者無商也

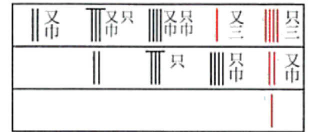
只云數三乘冪四段又云數三乘冪一段二位相并數少於只云數冪又云數冪相乘四段只云數又云數冪相乘八段又云數冪二段三位相并數者又云數冪一段多於只云數冪二段只云數四箇及一箇三位相并數者長闊相背也

術曰視前段傍書式均夾空級故縮之爲立方式以又云數冪傍書而爲商如開出法自隅命之逐上至實又以商命隅逐至方復命隅至廉而得變式

依無變商於實級加一辭替又云數故視又云傍書乘數最高者正五位相并爲主與負三位相并者相減之主數多而有商故以少者爲無商也

又視後段傍書式亦夾空級故縮之爲平方式以前商又云數冪自廉至實而逐如前命之得變式

有變商而背故先於實級如前以又云
傍書乘數最高者正二位相幷爲主與
負三位相幷者相減之主數多而應故
少者爲背 又視方級舊上廉也依餘數異
名多商爲正少商爲負亦加一辭以二約之又云乘數
正一位爲主與負三位相幷者相減之主數少
而方級爲負應故多則爲正却背也



有負數者

假如有米三斛麥五斛共價銀一百五十錢只云
米麥斛價和六十錢問米斛價
得米斛價術用題數得式〡≡○‖除之得米斛價七十五錢反減只云數得麥斛價負一十五錢

傍書題中之諸名而先得眞

術求麥斛價式是雖得負數于後却先求之也
此式本無適盡方級法故據實級相反視傍書正負兩數相
均者爲限而不及求式也傍書乘數相等故無所求之先後矣
又據米斛價于麥斛價滿極則二色價相等而只
云數卽爲二箇米麥各斛價也
立天元一爲只云數亦爲二箇米麥斛價。〡
以米相乘爲二段米價。〡米列麥以二箇麥斛
價相乘爲二段麥價。〡麥二位相幷爲二段共
價。〡米寄左 列共價倍之

〡麥與寄左相消得式
復據麥斛價于極則麥斛價盡而爲空只云數卽

爲米斛價共價卽爲米價也
立天元一爲只云數亦爲米斛價。｜以米相
乘爲共價。|米寄左列共價與寄左相消得
式$\boxed{\text{共價}\ |\ \text{米}\ |}$以此式求只云數則與前段實級相反者傍
書全同極數亦等故不用之

替數

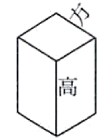
定米三斛麥五斛共價一百五十錢而得只云數負商極五十錢米斛價于麥斛價滿極三十七錢五分
術曰視前段式傍書以米三斛除共價一百五十錢得無商者負商者雖得正商用其數驗之無商者有負數者得數背者極數無之若有變商者驗之無商者有負數者得數背者不用之應者皆用之最少商己下無負數則至次多商有負至亦次多商無負最少商己下有負數則至次多商商無負至亦次多商有負逐如此負數有無相

交也只云數五十錢爲負商極數此數己下無負數己上有負數也
又視中段式傍書以米麥相并數八斛除倍共價三百錢得只云數三十七錢五分爲米斛價于麥斛價滿極數此數己上斛價相應己下相背卽此數己上至負商極己下互替只云數也

加辭

只云數米相乘數少於共價者有負數
只云數米相乘一段只云數麥相乘一段二位相并數多於共價二段者斛價相背也
術曰視眞術求麥斛價式實級替只云數故以乘其名者正位一爲主與負一位相減之主數多而得正商故少者有負數也

又以只云數爲商命中段傍書式下級加實而
得替只云數故於實級視傍書只云乘數
變正二位相幷爲主與負一位相減之主
式 米只 麥只 共價 米 麥
數少而應故多者爲背也
假如有方壔只云積內減四十八箇高餘
一百八十四寸又云高加入方冪共二十
六寸問方



得方術用題數得式 開之得方 負二寸
先傍書三名而得眞術 得方 式 只 箇數 又
視諸級傍書據 三乘方 適盡方級法則術中乘數實
級最卑故求只云極數也 其餘兩數皆有三次乘之技故各定眞也
立天元一爲只云數亦爲正實。再自乘之

十八

以正隅 一冪 遍省隅而用之 相乘 二百五十六段 。。。箇
數正方 箇數 又云數爲負上廉 又 實方冪上廉隅
相乘 一百四十四段 。箇數巾又 實上廉三乘冪相乘 一十六段 。
又三 三位相。 又箇數巾 。 寄左 實冪上廉冪隅相
幷共得 又三 乘 一百二十八段 。。 又巾 方三乘
冪隅相乘 二十七段 箇數三 方冪上廉再乘冪相乘 四段 又箇數巾
三位相幷與寄 又再 箇數巾 又三 又巾 箇數三 又 箇數巾
左相消得式
又據方于極則只云數反爲負據高于極則只云
數爲空故各不能據之

替數

定又云數二十六寸箇數 四十八 得只云數 負商極 九寸

術曰視傍書式諸級又云數再乘冪箇數冪相
乘四段內減箇數三乘冪二十七段餘一千八百六十五萬三千一百
八十四寸爲正實又云數箇數冪相乘一百四十四段內減
又云數三乘冪一十六段餘一百三十一萬四千五百六十寸爲負
方又云數冪一百二十八段得八萬六千五百二十八寸爲負廉以
二百五十六爲正隅立方開之得又云數二件
多三百五十二寸少九寸兩數各註變式餘數之正負也各驗之多數者無
正商故不用之少數者有正商故用之爲極數
此數己下無負商己上有負商也

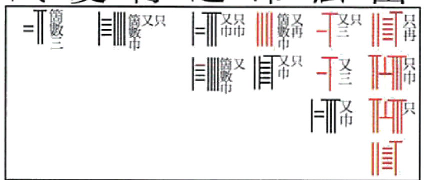
加辭

只云數再乘冪二百五十六段只云數又云數三乘冪相
乘一十六段又云數再乘冪箇數冪相乘四段三位相并

十九

數少於只云數冪又云數冪相乘一百二十八段只云數
又云數箇數冪相乘一百四十四段箇數三乘冪二十七段三
位相并數者只云數六箇多於又云數冪一段者有
負商也

術曰以只云數爲商如前自傍書式下級如開

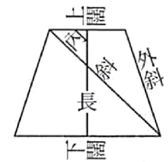


出先於實級加一辭替只云數故視
法只云傍書乘數最高者正三位相
命并爲主與負三位相并者相減之
之實級主數多而有正商故少者無
得正商也變多商一件背故視變式
變方廉餘數少商者各負多商者各正依二級皆
式異名於廉級方級者不用亦加一辭先遍

以一百二十八約之以只云乘數正一位一爲主與負一位相減之廉級主數少而爲負有正商故多則爲正却有負商也

得數背者

假如有簫上闊一尺二寸內斜一尺五寸只云二箇外斜與下闊和二尺三寸問下闊



得下闊術用題數得式|||⊥| ‖ |開之得下闊一尺八寸二分八釐七毫三微強以減只云數餘半之得外斜二寸三分五釐六毫三五弱此數却少上下半闊差

先如前傍書而

得眞術求下闊式

上 |||| | 只巾	‖ 只 |||| 內巾

視實級傍書異名相交是依數之多少自有正負相反之理實反而與廉同名則有不得正商故據適盡方級法求無商極也

立天元一爲只云數。|自之內減四段內斜冪餘爲正實||||內巾。|以正廉一相乘得||||內巾。|寄左

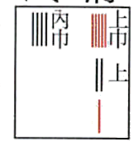
列只云數內減倍上闊餘爲半段負方‖上|自之與寄左相消遍以四約之得式

|上巾 |上	|內巾

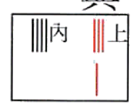
又據上闊滿下闊于極則上下闊相等而爲倒形之直外斜卽爲長只云數卽爲二箇長與上闊和也

立天元一爲只云數。|內減上闊餘爲二箇

長|上|自之加入四段上闊冪爲四段內斜冪
𝍫上巾‖上|寄左　列內斜自之得數四之與寄左
相消
得式



又據長于極則長盡而爲一線形故上下半闊差
即爲外斜上下半闊和爲內斜只云數即爲二箇
下闊與一箇上闊差也
立天元一爲只云數。|加入上闊爲二箇下
闊|上|加入倍之上闊爲四箇內斜‖上|寄左
列內斜四之與



寄左相消得式
替數

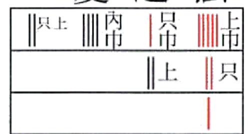
定上闊一尺二寸內斜一尺五寸而得只云數上闊滿下闊于極三尺長于極二尺四寸
術曰先視前段式傍書上闊冪與內斜冪相幷
共得三百六十九寸以上闊一尺二寸除之得只云數三尺○七分五釐
爲無商極數此數己下有商己上無商也
又視中段式傍書內斜冪四段內減上闊冪五段餘
一百八十一寸爲負實倍上闊二尺四寸爲負方以一爲正
廉平方翻法開之得只云數三尺爲上闊滿下闊
于極數此數己下兩闊相應己上相背也於是視無商極數在背限己上而雖得正商
相背故不用之
復視後段式傍書內斜四之得內減四之上闊
餘二尺四寸即得只云數爲長于極數此數己上得長己下不得

即此數己上至上闊滿下闊于極己下宜替長也只云數也

加辭

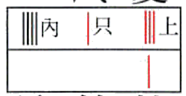
上闊冪五段只云數冪一段二位相并數多於內斜冪四段上闊只云數相乘二段二位相并數者兩闊相背只云數一箇與上闊三箇相并數少於內斜四箇者不得長也

術曰以只云數爲商自中式傍書式下級如開出法依無變商於實級加一辭替只云命之數故視傍書乘數高者正二位相得變式



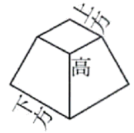
并爲主與負二位相并者相減之主數少而應故多者爲背也

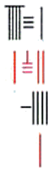
又以前商只云數命後段傍書式下級加實而得變於實級又加辭視只云傍書正二位相式



并爲主與負一位相減之主數多而得長故少者不得長也

假如有方臺積二百五十四寸只云上下方和一尺三寸又云上方多如高一寸問上方



得上方術用題數得式開之得上方七寸以減和得下方六寸此數却少上方

先如前傍書而得眞術求上方式

視式中傍書負一偏而無實級反覆之理故不依

數之多少而得正商是以不及求極數也
又據上方滿下方于極則上下方相等而其形爲
方墻故只云數卽爲二箇上下方也復據高于極則及求積而爲空故不能據之
立天元一爲積乃視題中若求于只云數則係術中之技而爲再乘式其餘兩數者各級數卑而得擅之除式是故先求積也○𝍠八之爲八段積○
𝍢寄左　列和卽爲二箇下方亦爲二箇上方
𝍠和內減倍之多𝍠和以二箇上下方冪相𝍠和再與寄左
如餘爲二箇高𝍡多乘亦爲八段積𝍡和巾多相消得
式

𝍡和巾多	𝍠和再
	𝍢

替數

定和一尺三寸多如一寸而得積上方滿下方于極二百三十二寸三分七釐五毫
術曰視實級傍書和一尺三寸內減多如一寸餘以和
冪相乘得一千八百五十九寸以八除之得積二百三十二寸三分七釐五毫
爲上方滿下方于極數此數已下上下方相應已上相背也

加辭

積八段和冪多如相乘二段二位相幷數多於和再乘
冪者上下方相背也
術曰以積爲商命傍書式下級加實而得變式

𝍢積	𝍡和巾多	𝍠和再
		𝍢

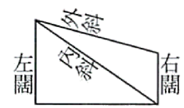
替積故實級負二位相幷爲主與正一位
相減之主數少而應故多者爲背也

變題第六 加辭易數

開出商得數件者各隨問旨驗之或有負數者或得數背者不爲變應者難別眞假故若用舊數則定答數之眞別加辭于題尾而使變數反其眞若易舊數則或使變數無之或雖有變背之皆依時宜用之也是故先以分術得式傍書商名如開出法盡實而得變式於是用舊數者各註變式餘數之正負擇諸級中眞假同級遍異名者各於其級加辭若每級皆同異相錯則先於隅上級視異名其餘同名者又於次上級視異名逐上如此以旁通于諸變式者爲限背視變式傍書從下至上各於其級加多少相反之辭也易舊數而爲無變者或變式各級爲空或帶數而爲

無商是皆斷後商也有變而爲背數者於變式中得一件商而後至再變或各級爲空或帶數而爲無商是皆斷再商也是故爲無變者各級爲空則視所言諸數之名凡題中帶數者悉以號之如象形本具名及取諸分乘段數之屬各有增損之理故皆爲傍書之號也隨變商件數定所盡之級變商一件者盡一級而得一條式故直起術而求一數變商二件者盡二級而得二條式故以一次虛術求兩數變商三件者盡三級而得三條式故累二次虛術而求三數也己上倣此自方級逐下至其級各均正負兩數若級中正負一偏具者無自盡之理故不能得極數而得式求極數各級爲無商則變式隻級者便據適盡方級法直起術而求一數若依正負之交錯難據者極數無之雙級者方級爲空作隻級而後據之得一式又據方級正負等數得一式而後以虛術求兩數也得式求極數變數爲背者據象形滿于極若依問旨難據者極數無之以眞變兩

數察得商于起術之前若難察者先假立于商擇題中所爲速而乘數最卑者別得一條式故增一次之虛術也而後至再變各級爲空則術中假爲變式諸級而據滿極者變數多眞數少而定得正商據于極者變數少眞數多而定得負商是故變式諸級皆隨得商之正負或依舊或反而用之也據開出法是又每一級得式故累虛術者如前得式求極數再變爲無商則變式雙級者於最上一級得商故便據適盡方級法得一式又據開出法得一式而後以虛術求兩數隻級者於上二級互得商故一級爲空而後據之得一式又一級自盡而得一式復據開出法得一式以之累二次虛術而求三數得式求極數也



假如有半梯外斜一尺六寸內斜一尺九寸只云左右闊和一尺八寸問右闊

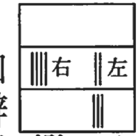
得右闊術用題數得式|○||||≡T||開之得右闊二件以減和餘得左闊二件皆適于從內外求之長也

右闊 前五寸 後七寸

左闊 一尺三寸 一尺一寸

分術曰立天元一爲右闊。|以減和餘爲左闊 |右 | |左 內減右闊餘 |右 || |左 自之得數以減外斜冪餘爲長冪 |長巾 |||右 ||| |||左右 |||左 寄左 列左闊自之得數以減內斜冪餘亦爲長冪 |長巾 ||右 | |右巾 ||左 ||左右 與寄左相消得式 |右巾 |右 || ||左右 ||左 傍書右闊而爲商 |右 以之命負廉三異減正方得右闊負一左闊正二又命商異減實恰盡復以商命廉同加方得右闊負四左闊正二變式

又以前後商各註
變式餘數之正負



前	後
○	○
正	負
負	負

加辭用舊數者
前數爲眞則 左闊多於倍之右闊
視變式方級餘數前正後負異名故於傍書式方級
遍以二約之加辭正多而反于後負方也
後數爲眞則 左闊少於倍之右闊
是又如前於方級負多而反于前正方加辭也皆於問數之下分註
之也後倣此
易數無變者
是變式斷商之法方級爲空者均正負而求之變
商一件而形名三題中雖言四號其兩斜皆本于長故爲一理也故定兩

數之眞而求一數之極也得商而開盡者亦同之凡據此法求題中諸極
數者隨變商件數盡各級故以眞變共件數與題之諸號數相等者爲限是故若此題變商二件者
不拘于變式級數之多少定一眞數盡二級而兩極數是雖有餘數而得商各背之故不爲變也三
件己上者眞商共則其數皆過於題之諸號故無定眞之物而不能起術若強定一眞而求極數則
變式自有餘數之級而得變商故極數無之佗題皆準此例而可知之矣
定左闊一尺而得方級自盡極右闊五寸
術曰視變式方級傍書左闊二箇正右闊四箇負而
兩數均則相消自盡故各二約之置左闊一尺折半之
得右闊五寸爲變式方級自盡極數此數上下皆有方級餘數
也乃長及內外兩斜各於變式中無其號而不係術理故極數無之是以別定其數也
易數有變而背者
是變式得商而後至再變斷之法以其商求變數則悉以乖戾者爲要

據開出法求之若變數據左闊于右闊滿極則變兩闊等而其形爲直只云數卽爲二箇變左右闊以之減倍眞左闊餘爲二箇方級商也是變右闊滿而多則眞右闊自少而以商加之故爲正變左闊于而少則眞左闊自多而以商減之故爲負皆隨眞術之所得而定術中得商之正負也

定左闊一尺而得變右闊滿左闊于極右闊二寸

術曰立天元一爲右闊。|倍之以減左闊餘四之爲二段正方≡○|||寄左列左闊內減右闊餘爲二箇正商-○|以負廉三相乘亦爲二段正方≡○||與寄左相消得歸除式-○||||上實下法而一或無商或負商或雖得正商用其數驗之有負數者得數背者極數無之有變商者驗之有負數者得數背者不用之應者皆用之最少商己下無變則至次多商有之變

至亦次多商無變最少商己下有變則至次多商無變至亦次多商有變逐如此無變有變相交也得右闊二寸爲變右闊滿左闊于極數此數己無變己有變也

又據右闊于極則變右闊盡而其形爲勾股只云數卽爲變左闊以眞左闊減之爲眞右闊亦爲方級商也

定左闊一尺而得變右闊于極右闊背二尺

術曰立天元一爲右闊。|四之得內減倍之左闊餘爲負方=○||||寄左列右闊卽爲負商。|以負廉三相乘亦爲負方。|||與寄左相消得歸除式=○|上實下法而一得右闊二尺此數與左闊相背故極數無之

復據長于極則變長盡而爲一線形故內斜卽爲

變左闊外斜卽爲變左右闊差是故以外斜減內斜爲變右闊以之減眞右闊爲方級商也

定內斜九寸外斜六寸而得變長于極右闊五寸左闊七寸

術曰立天元一爲眞右闊〇丨四之得〇||||寄位　列外斜卽變闊差以減內斜卽變左闊餘爲變右闊|||加入內斜爲只云數-||內減眞右闊餘爲眞左闊-||丨倍之以減寄位餘爲負方=||||⊤再寄　列眞右闊內減變右闊餘爲負商|||丨以負廉三相乘亦爲負方||||||||與再寄相消得歸除式-||||||上實下法而一得右闊五寸加入外斜以減倍內斜餘得左闊七寸爲變長于極數此數己得長己不得長也是內外兩斜雖變式中無其號臨求變數之期各係其技故却定眞也

假如有羅綾共一十五尺羅價三十六錢綾價六錢只云兩尺價和五錢問各尺價

得羅尺價術用題數得式|≟〇|〇||||-||||開之得羅尺價二件以減和得綾尺價二件皆適于共數也

羅尺價　三錢　四錢

綾尺價　二錢　一錢

得分術式傍書商名羅尺價如前命之乃以商命羅數則化爲羅價也盡實再至

	〇
綾羅尺	羅綾尺
綾	羅

變式　前

方而得變式

餘數　後

後	前
〇	〇
正	負
正	正

加辭用舊數者

前數爲眞則羅與綾尺價相乘數多於綾與羅尺價相乘數

視前後變式方級餘數異名故於方級負多而反于後正方
加辭也
後數爲眞則羅與綾尺價相乘數少於綾與羅
尺價相乘數
是又於方級正多而反于前負方加辭也
易數無變者
變式爲空者方級均正負而求之變商一件而題
中象名四品故互定三眞而得一數之極也
定羅六尺綾四尺羅尺價三錢而得方級自盡極綾尺
價二錢
術曰視變式方級傍書綾羅尺價相乘正羅綾尺價相乘負兩數
均者爲限故以羅尺價三錢乘綾四尺得一十二尺以羅

二十九

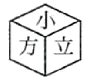
六尺除之得綾尺價二錢爲變式方級自盡極數此數
上下皆有餘數也
易數有變而背者
至再變而盡者開盡方級求之若據變數羅尺價
于綾尺價滿極則變羅變綾各尺價相等故只云
數卽爲二箇變兩尺價以眞綾尺減眞羅尺價餘
爲二箇方級商也
定羅四尺綾五尺羅尺價三錢而得變羅尺價于綾尺價滿極
綾尺價負
術曰立天元一爲綾尺價。|以減羅尺價餘
爲二箇負商|||　|列綾以羅尺價相乘得內減
羅與綾尺價相乘數餘倍之爲二段正方≡○𝍧

寄左　列幷羅綾爲正廉𝍣以二箇負商相乘亦爲二段正方=𝍦𝍢與寄左相消得歸除式𝍢𝍠上實下法而一得綾尺價負三錢故極數無之又變數據綾尺價于極則變綾尺價空故只云數即爲變羅尺價以眞羅尺價減之爲眞綾尺價亦爲方級商也

定羅五尺綾八尺羅尺價三錢而得變綾尺價于極綾尺價負

術曰立天元一爲綾尺價。𝍠以羅相乘得內減綾與羅尺價相乘數餘爲負方=𝍣𝍤寄左列綾尺價即爲正商。𝍠以羅綾相幷數即正廉相乘與寄左相消得歸除式=𝍣𝍧上實下法而

一得綾尺價負八錢故亦極數無之



假如有大平方小立方各一共積四百四十九寸只云大小方和二尺三寸問大方

得大方術用〡-𝍦-𝍧-𝍣≡𝍦⊥○𝍠開之得大方二件以減和餘得小方二件皆適于共積也

題數得式其餘雖得一件之最多商驗之則背故不爲變也

大方一尺八寸二尺一寸

小方五寸二寸

得分術式而後傍書商名大方如前盡實而得變式

○	
𝍡大方	𝍡小方巾
𝍢小方	𝍠
𝍠	

變式前

餘數後

前	後
○	○
負	正
正	正
負	負

加辭用舊數者

前數爲眞則大方二箇少於小方冪三段

視前後下廉級數餘各同名而無反覆之理故不用之又視方級前後異名故於方級負多而反于後正方

加辭也

後數爲眞則大方二箇多於小方冪三段

是又於方級正多而反于前負方加辭也

易數無變者

變式爲空者自盡方級而求之有變商一件而言

形二名互應于限故是所以變式廉級傍書同名而無自盡之理且有餘數而雖得商不爲變也若有變商二件則依題中欠一數無定眞之號而不能方廉一般盡之故不用此法也

定眞一數而得一數之極也乃小方乘數高故即定眞也

三十一

定小方二寸而得方級盡極自大方六寸

術曰視變式方級傍書大方二箇正小方冪三段負故兩數相均者爲限

列小方二寸自之亦三之得數折半之得大方六寸爲變式方級自盡極數此數上下皆有方級餘數也

又變式爲無商者三級帶數故據適盡方級法求之也又術中小方乘數高故即定眞也

定小方七寸而得無變商極大方一尺三寸

術曰立天元一爲大方。| 倍之以減三之小方冪餘爲負方 |≡T ‖ 以負隅 一 相乘四之爲正廉 ||||≡T T 寄左

列小方三之加入一箇爲正廉 =‖ 自之與寄左相消得歸除式 |○|||| T 上實下法而一或無商或負商或雖得正商用其數驗之有負數者得數背者極數

無之有變商者驗之有負數者得數背者不用之應者皆用之最少商己下無變則至次多商有變至亦次多商無變最少商己下有變則至次多商無變至亦次多商有變逐如此無變有變相交也得大方爲變式無商極數此數己下無變己上雖有變至二尺一寸己上者皆背形也

易數有變而背者

再變而盡者開盡方一級而求之若變數據大方于小方滿極則變大小方相等故只云數即爲二箇變大小方以眞小方減眞大方餘爲二箇方級商也大小方各術中乘數相等而雖無先後之異隨前所定而以小方爲眞也定小方五分而得變大方于小方滿極大方三寸八分○二毫七七五六强

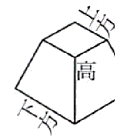
術曰立天元一爲大方〇 | 內減小方餘爲二箇負商 〇≡ | 以負隅一相乘得 〇≡ | 寄位列

小方六之加入二箇爲二段正廉 |||| 加入寄位乃以負商命負隅則爲正却以正廉加之共得 |||≡ | 以二箇負商相乘爲四段正方 |⊢|||| |||| | 再寄列小方自之得數三之以減倍大方餘爲正方 〇⊥|||| || 四之與再寄相消得開方式 〇⊥|||| |||| | 平方翻法開之得大方三寸八分○二毫七七五六强爲變大方于小方滿極數此數己下無變己上有變也

又變數據小方于極則變小方空故只云數即爲變大方以眞大方減之爲眞小方又爲方級商也是又術中小方乘數高故定爲眞也定小方一尺而得變小方于極大方四尺五寸

術曰立天元一爲大方〇 | 列小方三之加入

一箇爲正廉≡|寄位　列小方卽爲正商−○以負隅一相乘以減寄位餘=|以正商相乘爲負方‖−○再寄　列小方自之得數三之內減倍大方餘亦爲負方‖○○‖與再寄相消得歸除式≟○‖上實下法而一得大方四尺五寸爲變小方于極數此數已上無變已下有變也



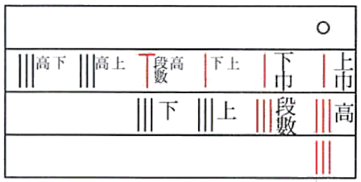
假如有方臺積加入三段高冪共五百四十四寸六分九釐八毫只云上方與高和一尺四寸三分又云下方與高和一尺四寸九分問高

得高術用開之得高三件以減只云數餘得上方三件却減又云數餘得下方三件皆適于共數也

題數得式 −T≡‖|○T≡ T≡T≡T ⊥T⊥ ‖

高　五寸四分　七寸七分　一尺三寸一分
上方　八寸九分　六寸六分　一寸二分
下方　九寸五分　七寸二分　一寸八分

依分術得式傍書商名高而如前盡實得變式



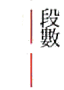
變式　餘數

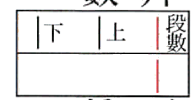
後	中	前
○	○	○
正	負	正
正	負	負
正	正	正

加辭用舊數者

前數爲眞則　上下方和多於高與段數相幷數
上方冪一段下方冪一段上下方相乘一段高段數相
乘六段四位相幷數多於上下方和高相乘三段
視前變式廉級餘數負與後正異名中者同名而不反又
視方級正與中負異名故先於廉級各三約之加辭
負多而反于後正方又於方級正多而反于中負方加辭也
中數爲眞則　上方冪一段下方冪一段上下方相乘
一段高段數相乘六段四位相幷數少於上下方和高
相乘三段
視中變式廉級負與後正異名又視方級負與
前後各正皆異名而旁通故廉級不用於方級負多而反于前
後各負方加辭也

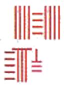
後數爲眞則　上下方和少於高與段數相幷數
視後變式廉級正與前中各負異名而旁通故方級
不用於廉級正多而反于前中各負廉加辭也
易數無變者
變式爲空者方廉二級自盡而求之是變商二件
因言四號形三名及段數定二眞數而求兩極數故乃題中四號皆於變式中遍乘于諸級且其乘數各無高下定眞求極者皆無先後之論若級中無傍書之號式者以其數不能盡其級故定而爲眞雖然於變式中得商者以變數求商于起術前故商中包其數則臨開出之期旁通于諸級而自有遍乘之理是以末必爲定眞也先於廉級以當求之一數擬眞設一次之虛術假得一數而後起術也
下方有　段數有　擬眞上方有
立天元一爲高。丨加段數爲廉級三約正

數

寄左　列幷

不及求後式即定
上下方爲三約負數眞下方段數而於方級
與寄左相消得式均正負起術也
定下方六寸八分段數三而得方廉自盡極上方二寸九分
高六寸七分
術曰立天元一爲上方。加入下方得內減
段數餘爲高以段數相乘六之加入
上方冪與下方冪及上下相乘數爲方級正商
寄左　列幷上下方以與寄左
高相乘三之爲負數　相消得
開方式平方開之或無商或負商或雖得正商用其數驗之
有負數者得數背者極數無之有變商者驗之
有負數者得數背者不用之應者皆用之也

三十五

得上方二寸九分爲變式方廉二級自盡極數此數上下皆有方級
餘數加下方得內減段數三餘得高六寸七分也
又變式爲無商者定眞三數據平方適盡方級法
起術而求一數之極也
定上方一分下方一寸段數三而得無變商極高少一分三釐五毫九八微强多一尺五
寸六分六釐四毫○二微弱
術曰立天元一爲高。以段數相乘三之得
。加入上方冪與下方冪及上下方相乘數
共得內減上下方和高相乘三段餘爲正方
以三約正隅一相乘四之爲正廉自乘三
約數寄左　列幷高與段數共得內減上
下方和餘爲三約正廉自之得數三之與

寄左相消得開方式𝍥𝍫𝍨𝍫𝍡𝍫𝍡平方開之得高二件少一分三釐五毫八九微強多一尺五寸六分六釐四毫○二微弱爲變式無商極數少商己上至多商而無變少商己下多商己上皆有變也

易數有變而背者

再變盡者一級開盡一級自盡而求之先方級得商而廉級爲空者據變數上方干極則若據變上方滿變下方干極者變上下方相等而爲兩和同數故求眞數則眞上下方亦等而背全形又據變高干極者變高盡故求題中共數則爲空是以各不能據之也變上方盡而其形爲方錐故只云數即爲變高以眞高減之爲眞上方又爲方級商於是先於廉級假得一數也

下方有段數有擬眞上方有

立天元一爲高。𝍠加段數以減上下方和

三十六

餘爲𝍠上𝍠寄左　列上方爲正商以三約𝍠下三約正隅一相乘以商二次命隅而廉負廉𝍠段數級自盡故倍之與寄左相消得式

𝍠上𝍠　𝍠段數　𝍠下

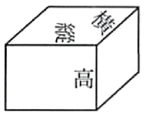
以之定二數下方段數而直於方級依開出法起術也

定下方一尺二寸段數三而得變上方于極上方三寸高六寸

術曰立天元一爲上方又爲方級正商。𝍠以負隅三相乘倍之爲負廉。𝍥寄位　列上方加入段數共得數以減下方餘爲高𝍨𝍠以段數相乘六之加入上方冪與下方冪及上下方相乘數共得𝍣〇𝍥𝍥𝍠內減上下方和高相乘三段相乘三段餘爲正方𝍩𝍧𝍢𝍨再寄　列正商以正隅三相

乘以減寄位餘。𝍢以正商相乘又爲正方。
。𝍢與再寄相消得開方式𝍩𝍧𝍡𝍠平方開之
得上方三寸爲變上方于極數此數己上無變己下有變加段
數三以減下方餘得高六寸也
又方級爲空而廉級得商者皆與前同
下方有段數有擬眞上方有
立天元一爲高。𝍠加段數以減上下方和
餘爲𝍠上𝍠寄左　列上方爲正商𝍠上以三約
三約𝍠下正隅一相乘以商命隅加廉級而 𝍠下 𝍠段數 𝍠 以之
正廉𝍠段數即盡故與寄左相消得式如前
定眞於方級均正負而起術也
定下方一尺段數三而得變上方于極上方少一寸七分二釐五

毫〇八三弱多九寸二分七釐四毫九一七強高七寸
術曰立天元一爲上方。𝍠自之加入下方冪
與上下方相乘數共得𝍠〇〇𝍩〇𝍠寄位　列下方
內減段數餘爲高𝍦以段數相乘六之加入寄
位爲方級正數𝍡𝍯𝍩〇𝍠再寄　列幷上下方以
高相乘三之爲負數𝍡𝍩〇𝍪𝍠與再寄相消得開方
式𝍩𝍥𝍩𝍠𝍠平方開之得上方二件少一寸七分二釐五毫〇八三弱多九寸二分七釐四毫九一七強爲變上方于極數少商己上多商己下無變少商己下多商己上有變以段數減下方餘得高七寸也



假如有直墻積二十四寸只云横高相乘
數加入縱共一十寸又云横高和五寸問
高

得高術用題數得式𝍪𝍣𝍫〇𝍫𝍤𝍩〇𝍠開之得高四件以減和得橫四件以之乘高以減共數得縱二件皆適于壔積也

高	一寸	二寸	三寸	四寸
橫	四寸	三寸	二寸	一寸
縱	六寸	四寸	四寸	六寸

依分術得式傍書商名高如前盡實而得變式

變式

𝍠高縱	𝍠高橫巾	𝍠橫縱	𝍠高橫巾
𝍠橫巾	𝍠高巾	𝍠縱	𝍢高橫
𝍡高	𝍡橫		
𝍠			

餘數

第一	第二	第三	第四
○	○	○	○
負	正	負	正
正	負	負	正
負	負	正	正
正	正	正	正

加辭用舊數者

第一數爲眞則橫多於高橫冪一段高冪一段縱一箇三位相并數多於橫高相乘三段視第一變式下廉餘數負與第三正第四正各異名視上廉級正與第二負異名於是旁通于諸式故不及視方級也後皆儆此故先於下廉級各二約而用之下皆如此加辭負多而反于第三第四正下廉又於上廉級正多而反于第二負上廉加辭也

第二數爲眞則橫多於高橫冪一段高冪一段縱一箇三位相并數少於橫高相乘三段視第二下廉級負與第三第四異名視上廉級負與第一正異名故先於下廉級如前負多加辭又於上廉級負多而反于第一正上廉加辭也

第三數爲眞則橫少於高橫冪一段高冪二段縱一箇三位相幷數少於橫高相乘三段視第三下廉級正與第一負第二負各異名視上廉級負與第四正異名故先於下廉級正多而反于第一第二各負下廉加辭又於上廉級負多而反于第四正上廉加辭也

第四數爲眞則橫少於高橫冪一段高冪一段縱一箇三位相幷數多於橫高相乘三段視第四下廉級正又與第一第二異名視上廉級正與第三負異名故如前於下廉級正多加辭又於下廉級正多而反于第三負下廉加辭也易數無變者

三十九

變式爲空者所變件數因過于題中之諸名是眞變四數而言形三名故求三數極者無定眞之數而不能起術是以極數無之不能諸級一般盡之雖然此式方級傍書偶相通于下廉相乘數而有自盡之理故定一眞互盡二級而求兩數之極也乃橫高相乘與縱相減餘乘半下廉則適合于方級數是故或方與上廉盡則下廉自爲空或上廉下廉盡則方級自爲空也定高四寸而得方上廉下廉自盡極橫四寸縱一尺六寸

術曰先視下廉級傍書高二箇正橫二箇負各以二約之後課兩數相等而以高四寸即爲橫是變式三級自盡極數此數上下皆有餘數又於上廉級如前課傍書正負之等數置橫四寸以高四寸相乘三之得內減橫冪一十六寸與高冪一十六寸餘一十六寸即爲縱也

又變式爲無商者方級爲空而後據平方適盡方級法求之雖然下三級相乘之傍書自相通于方級乃上廉隅相乘四段與下廉自乘相減之餘乘下廉則適合于四段方級數故方級爲空則諸級一般自盡而無餘數是以不能據之

易數有變而背者

至再變而盡者或方級得商而後上廉下廉兩級自盡或方級先爲空上廉得商而後下廉級自盡或方上廉二級先爲空而後下廉級得商是皆據滿于極定一眞而得三極但題中依欠一數之名及求極數而無可定之物是以各不能據之若強定一數而求兩極數則一級必帶數故至再變而自有一件之變商也又再變爲無商者方一級開盡下三級帶數故定

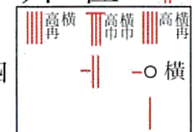
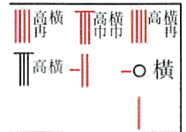
一眞數上一級據開出法下三級據平方適盡方級法設一次之虛術求兩極數是故變數據縱于橫滿極則變縱變橫各等而爲方壔形然題中只云辭巧而難得變數及商于術前故先起得商之虛術累二次而求極數也若據變橫變高兩于極者各無其數故以變數求壔積則皆爲空是以各不能據之也

縱有橫有高有

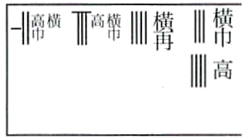
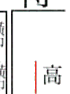
立天元一爲方級負商求橫者爲正。｜加眞橫爲變橫又爲變縱｜橫｜列負商以減眞高餘爲變高｜高以變橫相乘加變縱爲只云數橫高｜高｜｜寄左列眞橫以眞高相｜縱｜橫｜列正乘加眞縱橫高｜橫｜｜與寄左相｜橫｜高隅一爲只云數｜縱消得始式｜橫｜乘負

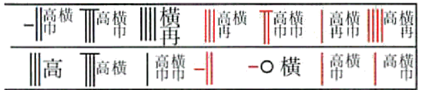
商以減變式正下廉求負商故‖高‖又乘負商以
諸級餘數皆爲正餘爲一次數‖橫減正上廉餘
爲|橫巾‖橫|復乘負|高橫巾|橫巾‖橫|列正隅乘負商
一|高巾‖高商與正|橫縱|高巾‖高以減下廉一次
次|縱方相消|高橫巾|縱數餘爲‖橫‖又
數|||高橫得中式|高縱|||高橫二次數‖高乘
負商以減|橫巾||||橫‖以之||||橫巾-⊤橫-‖寄左列正隅
上廉一次|高巾|||高乘正||||高巾-⊤高乘負商以減
數餘爲二|縱隅四||||縱下廉二次數
次數|||高橫之得-‖高橫餘爲三次數
‖高‖自之與寄左||||縱||||橫||||以下級遍乘始式
‖橫相消得終式|||高橫|||高以減此式得一式

|縱|橫以始式中級遍||||高橫巾|縱維乘分寄消得橫再
‖橫‖乘終式加之以|||橫巾‖橫乘幂高四段橫幂高幂八段橫高再
|||高橫|高終式中級遍乘|||高橫巾|||高橫乘幂四段縱橫一十段縱幂一段縱
始式減之得二式|||縱一十二箇各爲寄左數橫再乘幂四
段橫幂高八段橫高幂一十二段縱橫高八段橫幂三段縱高四段各爲相消數又
以始|高橫巾|橫巾|橫以|高橫巾|橫又以此下級遍乘始式
式疊|橫縱|高巾|此|橫巾|以減一式却以一式略
中式|高橫巾|橫|高下|橫|高橫之|高橫縱|高維乘如前分寄
得|高縱|||高橫級|高橫巾得|高橫|縱消得橫幂高再乘幂一段
遍乘始式以減|高橫二|高橫巾縱橫幂高一段縱橫高幂一段
此式得一式|縱式|橫縱縱高一段各爲寄左數縱橫幂
高幂一段橫幂高幂一段橫高再乘幂一段縱幂一段各爲相消數於是視前

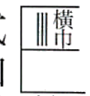
後各傍書乘數最卑者次虛術自縱求之也
橫有高有
立天元一爲縱。以橫相乘一十段。〇橫橫
再乘冪高相乘四段高橫再橫冪高冪相乘八段高橫巾橫
高再乘冪相乘四段高橫再縱冪一段。。縱一十二箇
。

寄左橫再乘冪四段橫再橫冪高相
六位乘八段高橫再橫高冪相乘一十二段高橫巾橫
相幷高縱相乘八段。高橫橫冪三段橫巾高
縱相乘四段。高六位相幷與寄左相消得前式

橫冪高再乘冪相乘一段高橫巾橫冪高縱
相乘一段。高橫巾橫高冪縱

寄左橫
相乘一段。高橫巾高縱相乘冪高冪

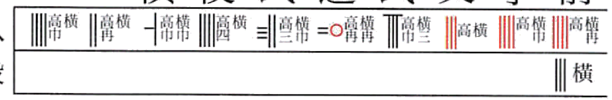

一段。高四位相幷共得

縱相乘
一段。高橫巾橫冪高冪相乘

以之
一段高橫巾橫高再乘冪相乘減前
一段高橫再縱冪一段。。四式得
位相幷與寄左相消得後式一式

以後式中級遍乘

又兩實級遍省橫而後維乘分
寄消得高六乘冪橫再乘冪四段高五乘冪橫三乘冪八段高四乘冪橫四乘冪四段高六乘冪橫四段高五乘冪橫冪八十五段高四乘冪橫再乘冪一百五十四段高三乘冪橫三乘冪六十九段高再乘冪橫四乘冪一十二段高四乘冪橫四十四段高三乘冪橫冪五百三十四段高再乘冪橫再乘冪二百六十段高冪橫三乘冪一百二十五段高四乘冪二十四



前式加于一式又以前式中級遍乘後式減之後遍省橫而得二式



段高三乘幂横一百六十段高幂横幂一百五十八段高再乘幂一十二段高幂横二百八十段高幂五十七段凡一十八位爲寄左數高六乘幂横幂八段高五乘幂横再乘幂四十四段高四乘幂横三乘幂三十二段高三乘幂横四乘幂一十二段高五乘幂横三十段高四乘幂横幂三百一十四段高三乘幂横再乘幂二百七十八段高再乘幂横三乘幂一百一十四段高幂横四乘幂四段高五乘幂三段高再乘幂横幂四百三十六段高幂横再乘幂八十二段高横三乘幂七十二段高三乘幂五十四段高再乘幂横三百三十段高横再乘幂三十八段横三乘幂一十六段高横幂二十八段横再乘幂二十四段高横七十八段横幂九段高三十六箇凡二十二位爲相消數於是視傍書高乘數最尊故以之定眞而起術自橫求之

定高若干而得變横滿縱于極横若干縱若干

術曰立天元一爲横再自乘高六乘幂相乘四段高五乘幂横三乘幂相乘八段高四乘幂横四乘幂相乘四段高六乘幂横相乘四段高五乘幂横幂相乘八十五段高四乘幂横再乘幂相乘一百五十四段高三乘幂横三乘幂相乘六十九段高再乘幂横四乘幂相乘一十二段高四乘幂横相乘四十四段高三乘幂横幂相乘五百三十四段高再乘幂横再乘幂相乘二百六十段高幂横三乘幂相乘一百二十五段高四乘幂二十四段高三乘幂横相乘一百六十段高幂横幂相乘一百五十八段高再乘幂一十二段高幂横相乘二百八十段高幂五十七段一十八位相并共得數寄左

高六乘幂

横冪相乘八段高五乘冪横再乘冪相乘四十四段高四乘冪横三乘冪相乘三十二段高三乘冪横四乘冪相乘一十二段高五乘冪横相乘三十段高四乘冪横冪相乘三百一十四段高三乘冪横再乘冪相乘二百七十八段高再乘冪横三乘冪相乘一百一十四段高冪横四乘冪相乘四段高五乘冪三段高再乘冪横冪相乘四百三十六段高冪横再乘冪相乘八十二段高横三乘冪相乘七十二段高三乘冪五十四段高再乘冪横相乘三百三十段高横再乘冪相乘三十八段横三乘冪一十六段高横冪相乘二十八段横再乘冪二十四段高横相乘七十八段横冪九段高三十六箇二十二位相幷與寄左相消得開方式四乘方翻法開之得横推前術得縦

翳題第七

臨得式而或諸級或上下級爲空者難辯開除定乘之眞又疑有術理之誤也凡常所施有題數偶正負相均而自然盡者有依術中加減之先後而下級盡者有術理拙而不識過相乘後從上級盡者是故先依傍書術得式爲定乘眞數視其上下二級各加減相乘之號衆位而異名相交者皆依數有自盡乃單位者雖衆位悉同名者各無自盡之理也其餘諸級者雖盡皆無定乘之減損故不及視之隨其題之所用或易新數或用舊數各以其得式之乘數爲本據兩上下級傍書之同異課所盡與有餘而後加正負等差之辭于開出前定眞假增損之乘數也

假如有人出銀買米麥共一十五斛誤以米價買

麥一十五斛而餘麥價一百八十錢只云米斗價多於麥斗價三錢問米斗價

得米斗價術用題數得式𝍡𝍬〇𝍡𝍯〇除之得米斗價五錢

是臨術中相消之期而廉級盡故難定開除歸除平方之乘數也

傍書式

𝍠 買麥多巾		
𝍠 共數多	𝍠 麥價	𝍡 買麥多
𝍠 買麥	𝍠 共數	

先以傍書式乘數平方為眞視廉級正負相等而自盡又視實級單位而無自盡之理故於廉一級隨得式之乘數課等差之數而加辭之易題數廉級帶數則共數與買麥相等者廉級盡故

四十五

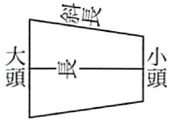
撞除之也

是用眞式平方故加損乘之辭也

用舊數廉級盡則共數與買麥相減有餘者廉級帶數故平方開之也

是用假乘歸除故加增乘之辭也乃分註于開除與得答數之中問也後皆倣此

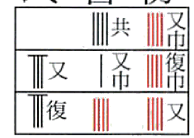
假如有梯只云長冪與小頭相乘數加入大頭冪共六十四寸又云大小頭和八寸復云斜長與小頭和七寸問小頭



得小頭術用題數得式〇𝍮𝍧𝍪〇除之得小頭三寸四分

是實級盡故難定開出歸除平方之乘數亦疑有術中誤而乘小頭之過也

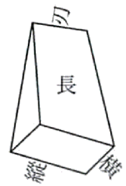
傍書式



此式以平方爲眞乘數視實級傍書正負相等而
自盡又視廉級正負異而又有自盡之理故於實
廉二級各以四約之隨其式之乘數加辭之
易題數實級帶數則共數與又云數冪相等者實級
盡又云數添一箇得數與倍之復云數相等者廉
級盡故各撞除之若兩級一次盡者無商也
是用眞式平方故加損乘之三辭也
用舊數實級盡則共數與又云數冪相減有餘者
實級帶數故平方開之又云數添一箇得數與倍

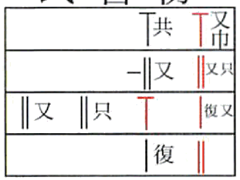
四十六

之復云數相等者廉級盡而無商也
是用假乘歸除故加增乘之二辭也
假如有楔積加入長冪共六十四寸只
云縱橫和七寸又云長與橫和八寸復
云以橫除刃得二寸問橫



得橫術用題數得式。-𝍥𝍢。除之得橫二寸是實
隅兩級一次盡故難定開出歸除平方立方之乘數亦有
術中過乘橫之疑也

傍書式



此式以立方爲定乘之眞視實隅二級傍書各正負相等而自盡故如前隨乘數而於兩級(實級以六約之)加辭之

易題數(實隅兩級共帶數)則　又云數羃與共數相等者實級盡復云數與二箇相等者隅級盡故各平方開之若兩級一次盡者撞除之也

是用眞式(立方)故加損乘之三辭也

又(實一級盡)則　又云數羃與共數相減有餘者實級帶數故立方開之復云數與二箇相等者隅級盡故撞除之也

是用假乘(平方)故加增損乘之二辭也

復(隅一級盡)則　又云數羃與共數相等者實級盡故

撞除之復云數與二箇相減有餘者隅級帶數故立方開之也

是又用假乘(平方)故如前加增損乘之二辭也

用舊數(實級隅級一次盡)則　又云數羃與共數相減有餘者實級帶數復云數與二箇相減有餘者隅級帶數故各平方開之若兩級共帶數者立方開之也

是用假乘(歸除)故加增乘之三辭也

假如有米四斛麥六斛共價金六兩銀二十四錢米六斛麥九斛共價金九兩銀三十六錢只云每金一兩米不及麥七斗問每一兩米

得每兩米術用題數得○○○諸級皆爲空而不

得答數是術理雖正因題數如此也

傍書式

先米後銀不及	先銀後米不及				
先米後銀	先麥後銀	先銀後金不及	先銀後米	先銀後麥	先金後銀不及
先銀後金	先金後銀				

此式以平方爲乘數之眞然諸級各正負相等而自盡故於實廉二級（不拘方級）又隨乘數（實級遍省不及之號）加辭之

易題數（三級各帶數）則　先米後銀相乘與先銀後米相乘等者實級盡先金後銀相乘與先銀後金相乘等者廉級盡故各撞除之若兩級一次盡者無商也

是用眞式（平方）故加損乘之三辭也

又（實級盡）則　先米後銀相乘與先銀後米相乘相減有餘者實級帶數故平方開之先金後銀相乘與先銀後金相乘等者廉級盡而無商也

是用假乘（歸除）故加增損乘之二辭也

復（廉級盡）則　先金後銀相乘與先銀後金相乘相減有餘者廉級帶數故平方開之先米後銀相乘與先銀後米相乘等者實級盡而無商也

是又用假乘（歸除）故加增損乘之二辭也

用舊數則諸級一次爲空故不用之

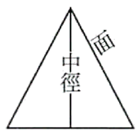
散題第八

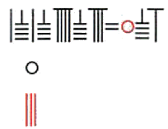
題數帶不盡者每逢術中加減相乘之技諸數繁亂
亦尾位自有增損而雖得答數悉失其眞故視象形
本所具而易整者先定所問數乃雖其數本無多少之限大率循舊數就
近而定之者爲準隨題旨致其技而後整屬辭之數固有不
盡而難整者不拘所問先定舊數之一位收棄其畸
零而後課强弱唯整其屬辭之數若諸數雖整繁多
者術式散漫而致乘除之勞若位太有高下者每相
乘昇降之定位輒難見故皆量題中所爲之等差或
以等數遍約諸數而卽用之或就近而別替諸數也
假如有粟換米米一斛對粟六斛只云粟與換米
相幷共五十三斛六㪷六升七合弱問換米

四十九

得換米術用

除之得換米七斛六㪷六升六合七勺一四三弱
題數得式是原數帶不盡而收尾數之畸
故雖得答數從勻至末位悉失其眞也
此象本米粟兩數各易整故隨所問而先定換
米就舊之近數八斛以對粟六斛相乘得有粟四十八斛加
換米八斛得只云數五十六斛也
假如有三角只云中徑六寸九分二釐八
毫二絲强問每面

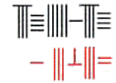


得面術開之得每面七寸九分九釐九毫九絲五五强是
用題數

亦中徑有尾位棄零數之弊故所
得式得之面雖親于全數遂以不得整

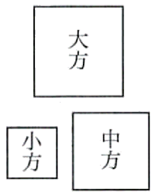
是以不合其源也

此形本面整則中徑有不盡中徑整則面有不盡不能兩整故不拘所問唯以題數整者爲準是故定舊數中徑一位定寸其畸零九分二釐八毫二絲收之得七寸爲強棄之得六寸爲弱卽中徑強已上與弱己下互課數而增損只云數則雖答數有不盡不失源且無諸數之繁亂也

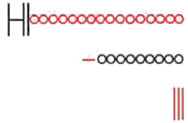
假如有裁絹二匹四分配一十三人六分三釐二毫今有人三百五十二人一分六釐問總絹

得總絹術用除之得總絹六十二四是雖答數位題數得式寡而似宜題數繁多故致術中乘除之勞也

視題中之所言各無技乃前中後皆常數故兩數互減得等數二人二分七釐二毫以之與裁絹二匹四分互減得等數三釐二毫遍約諸數得裁絹七十五匹配人四百二十六人今有人一萬一千○○五人也



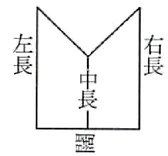
假如有大中小平方各一共積一百二十五兆寸只云中方面不及大方面二億寸却多小方面一億寸問大方面

得大方開之得大方面八億寸是原數位太高故術中相乘之定位輒難見且術用題數得式數尾多帶空位之圈而爲畫式之煩也

視所言之諸數雖其技不同乃積者一次乘不及與却多者各直

減題中無開除之技故先以不及與却多得等數（一億）約只云兩數得不及（二寸）却多（一寸）又二次約共積得（一百二十五寸）也

假如有箭笴積三纖二沙只云左右長爲實平方開之得數加闊共三釐。四絲又云中長多如闊三絲問左右中長及闊



得闊術用開之得闊（四絲）是原數位卑而題數得式相乘之定位易紛亦數首多帶空圈也

視題中之技各異（乃積者一次乘只云者開方又云者直減）諸數難遍約之故別定左右長九寸中長七寸闊四寸而如題旨求之得積（三十二寸）只云數（一尺）多如（三寸）也

大成算經卷之十八終