

テキストをベースとした LMS の利用と HTML 教材の作成

長野高専・一般科 濱口 直樹

Naoki Hamaguchi, National Institute of Technology (KOSEN), Nagano College

山口大学・教育学部 北本 卓也

Takuya Kitamoto, Faculty of Education, Yamaguchi University

KeTCindy センター 高遠 節夫

Setsuo Takato, KeTCindy Center, Magnolia Inc.

1 KeTCindy と KeTCindyJS

動的幾何ソフトの1つである Cinderella は CindyScript という使いやすいプログラム言語をもっている。KeTCindy は CindyScript のマクロ集で、主に TeX に埋め込むための図ファイルを作成する目的で開発された ([5])。KeTCindy を利用すれば、Cinderella の特性を活かしてインタラクティブに図を作成することができる。さらに、KeTCindy は、ファイル処理の関数や、R, C, Maxima, Wolfram Engine など呼び出して結果を Cinderella に戻す関数もサポートしている。例えば、関数 $z = x^2 - y^2$ は偏微分でしばしば用いられるが、KeTCindy では C を呼び出して高速に図が作成される ([3])。

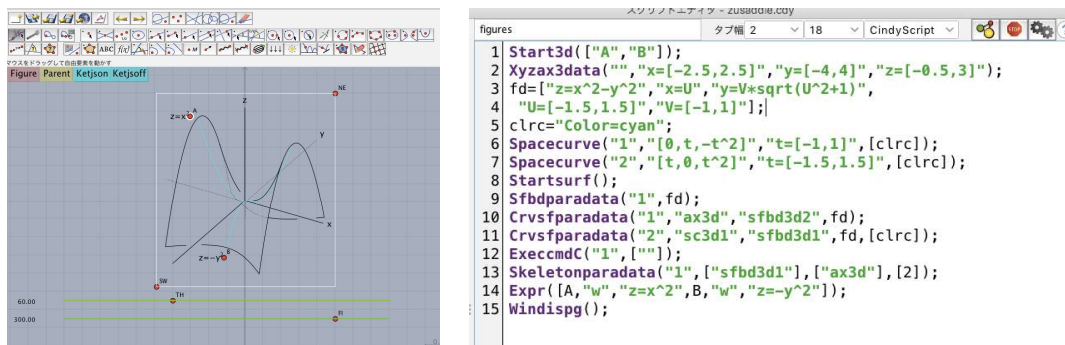



Fig.1 Cinderella の画面と CindyScript

Fig.1 の右側が CindyScript で、右上の  を押すと Script が実行される。その際、12 行のコマンドで、輪郭線の取得と陰線処理が C の呼び出しにより高速に実行されて、左上の **Figure** を押すことで Fig.2 の図が作成される。Script の 3-4 行は平面 $z = -1$ で切るための媒介変数表示による関数定義である。また、13 行はスケルトン処理（遠くにある線の一部を切る）を施すコマンドである。

図は Tpic, pict2e, Tikz のいずれかの TeX 描画コードから成るテキストファイルで、`\input` により TeX 文書中に埋め込まれる。

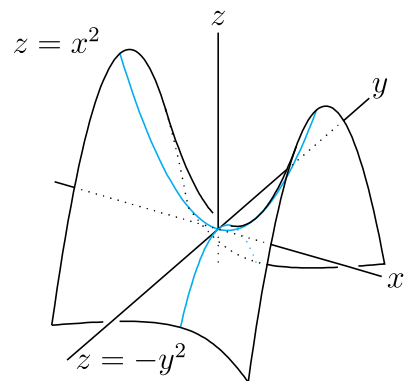


Fig.2 TeX の図

K_FTCindyJS は, Cinderella とほぼ互換の CindyJS([2]) により K_FTCindy から HTML を作成するシステムである. 例えば, 正規分布の片側 p 値と z 点を求める HTML は, 次の手順で作成することができる.

- (1) CindyScript に ketcindy のコマンド列を記述する.
- (2) Screen のトップメニューから「ファイル>HTMLに書き出す」を選択すると, CindyJS の HTML ファイルができる. ただし, K_FTCindy のコマンドは反映されていない.
- (3) 左上の **Ketjsoff** を押すと, K_FTCindyJS による HTML(Fig.3 右図) が作成される.

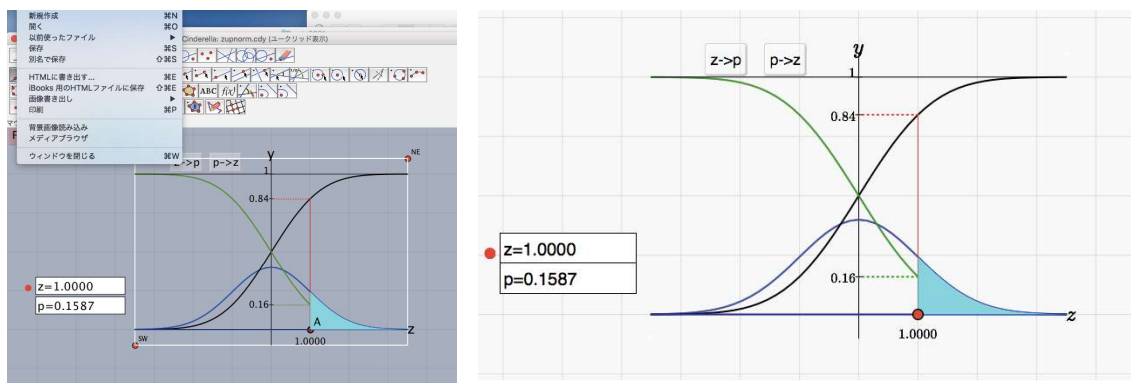


Fig.3 K_FTCindyJS による HTML 作成

この HTML のサイズは 80KB で, CindyJS と KaTeX のライブラリが入ったフォルダ (1.6MB 程度) と一緒に Web で配布, 例えば

<https://s-takato.github.io/netmaterials/kakutou/>

にアップすれば, 学生個々のスマホで簡単に走らせることができる. CindyScript のプログラムは多少長くなるが, コアになるのは, 正規分布の密度関数と分布関数を計算する以下の部分である.

```

13
14 dnorm(x):=(
15     1/sqrt(2*pi)*exp(-x^2/2);
16 );
17
18 pnorm(x):=(
19     regional(y);
20     y=0.5+SCALEY*Integrate("dnorm(t)","t=[0,x]",
21         ["Num=100"]);
22     y;
23 );

```

Fig.4 正規分布の密度関数と分布関数

このうち, 分布関数 $0.5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ の計算には, 大島利雄教授の考案したベジェ近似公式 ([1]) に基づいた K_FTCindy の数値積分関数 Integrate を用いている ([3]).

t 分布についてもほぼ同様であるが、密度関数

$$f(x, n) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{1}{2}(n+1)}$$

に Cinderella に組み込まれていない Γ 関数があるため、そのままでは計算できない。このような場合は、R などで計算した結果を HTML に埋め込むことをする。具体的には

- (1) 係数を求める R のコマンド列 (リスト) を作り、R 呼び出し CalcbyR を実行する。
- (2) コマンド Ketcindyjsdata で、KETCindyJS で HTML を作成する際にデータをファイルに書き込むようにする。
- (3) これから密度関数と分布関数を求める関数を正規分布の場合と同様にして作成する。

```

9 cmdL=[ //no ketjs on
10   "gL=c()", [],
11   "for(f in 1:500){
12     tmp=1/sqrt(f/10*pi)*gamma((f/10+1)/2)/gamma
13     (f/10/2);
14     gL=c(gL, tmp)
15   }", [],
16   "coef=gL", []
17 ];
18 CalcbyR("coef", cmdL, [""]);
19 Defvar("coef", coef);
20 Ketcindyjsdata(["coef", coef]); //no ketjs off

15 dt(x, n):=(
16   regional(nh);
17   nh=round(n*10);
18   coef_nh*(1+x^2/n)^(-(n+1)/2);
19 );
20
21 ptg(x, n):=(
22   regional(y);
23   y=0.5+SCALEY*Integrate("dt(t, n)", "t=[0, x]",
24     ["Num=100"]);
25 );

```

Fig.5 R の呼び出しと利用

このようにして求められた値は相当に正確である。例えば、自由度 5 の t 分布で、0.00 から 0.09 に対する片側 p 値は以下のようになり、小数第 4 位まで一致する。

t	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
R	0.5000	0.4962	0.4924	0.4886	0.4848	0.4810	0.4772	0.4735	0.4697	0.4659
KETCindy	0.5000	0.4962	0.4924	0.4886	0.4848	0.4810	0.4772	0.4735	0.4697	0.4659

2 Google Classroomの利用

現在、著者の一人(高遠)は厚労省所管の短期大学校で数学の授業を担当している。2019年度までの授業の流れは

- (1) KeTCindy で作成した授業スライドをプロジェクタで映して説明する。
- (2) 学生にはノートをとることを指導する。
- (3) ときにパソコン室に移動して、KeTCindyJS で作成したインタラクティブな HTML 教材を各学生のフォルダに配って、彼らが実際に動かすことを促す。
- (4) 授業の最後に課題プリントを配付して回収、次の授業で返却する。

というものであった。2020年度は、コロナで開講が遅れたものの、対面形式で行うことになった。しかし、接触をできるだけ避けるため、(4)のプリントの配付回収はせずに、Google Classroom(以下、GC)を利用することにした([6])。当初はGCの「課題」を用いたが、添付での提出が前提とされていて、提出できないミスも多く、また、スマホの画像を送ってくる学生もいて、全員の採点はとてもできない状態に陥った。そこで、テキストのやりとりが簡単にできる「質問」を用いることにした。Fig.6は「質問」の教員と学生の画面で、どちらもテキストを直接入れることができる。



Fig.6 「質問」の教員・学生画面

学生は Fig.7 の左図のように解答を入れて「提出」を押すと、教員には、右図のように学生の解答が表示される。学生からの解答が回収できたら、解答の部分を選んで解答集積用のテキストファイルにペーストすればよい..



Fig.7 解答の提出と受取り

3 数式入力ルールと KeTMath

テキストは、データのやりとりや加工が簡単にできるが、 $\frac{x}{y}$, $\sqrt[3]{2}$ といった数式の2次元表現のままでは送受ができない。そこで、 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ をベースとした1次元表現の簡易数式ルールを作った ([6])。なお、2020年度当初は、分数 $\text{fr}(x,y)$ 、ルート $\text{sq}(a)$ や三角関数など基本的な関数だけであったが、2021年度にかけて大幅に拡張している。

簡易数式ルール

- 分数 $\frac{a}{b} \Rightarrow \text{fr}(a,b), (a)/(b)$ 注) 小さい分数 $\text{tfr}(a,b)$
- 掛け算 $ab \Rightarrow ab$ 注) $a*b$ も可
- べき乗 $a^b \Rightarrow a^{\wedge}(b)$ 注) b が1文字の場合は $a^{\wedge}b$ も可
- べき乗根 $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a} \Rightarrow \text{sq}(a), \text{sq}(3,a)$
- 三角関数 $\sin x, \sin^2 x \Rightarrow \text{sin}(x), \text{sin}(2,x)$
- 度 $60^\circ \Rightarrow 60(\text{deg})$
- 円周率 $\pi \Rightarrow \text{pi}$
- 対数関数 $\log x, \log_a x, \ln x \Rightarrow \text{log}(x), \text{log}(a,x), \text{ln}(x)$
- 改行 `//`
- スペース `(sp)` 注) $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ の `\;` を出力
- 立体 $100\text{m} \Rightarrow 100\text{tx}(\text{m})$
- 積分 $\int x^2 dx, \int_a^b x^2 dx \Rightarrow \text{int}(x^2,x), \text{int}(a,b,x^2,x)$
- ブラケット $[f(x)]_a^b \Rightarrow \text{br}(f(x),a,b)$
- 極限 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \Rightarrow \text{lim}(x,a,f(x))$
- 和 $\sum_{k=1}^n k^2 \Rightarrow \text{sum}(k=1,n,k^2)$
- 微分・偏微分 $\frac{dy}{dx}, \frac{\partial z}{\partial x} \Rightarrow \text{diff}(y,x), \text{par}(z,x)$
- 行列・行列式 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \Rightarrow \text{mat}(a,b;c,d), \text{det}(a,b;c,d)$
- 場合分け $\begin{cases} a & (x < 0) \\ c & (x \geq 0) \end{cases} \Rightarrow \text{case}(a,(x<0);c,(x\text{geq}0))$
- ドットなど $\cdot, \times \Rightarrow (\text{dot}), (\text{cross})$
- 複号 $\pm, \mp \Rightarrow (\text{pm}), (\text{mp})$
- 不等号 $<, >, \leq, \geq \Rightarrow <, >, (\text{leq}), (\text{geq})$
- 下添字 $a_n \Rightarrow a_n$
- 全角文字を混ぜてもよい
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ の解は $x = 1, -3 \Rightarrow x^2+2x-3=0$ の解は $x=1,-3$
- ギリシャ文字 $\alpha, \beta \Rightarrow \{\backslash\alpha\}, \{\backslash\beta\}$ 注) $\backslash\alpha+<\text{区切り文字}>$ も可

() は自動判定するが、強制的に
 () を外すとき式の先頭に !
 () をつけるとき式の先頭に !!
`int(!x+y,x)`

- その他の TeX 記号はそのまま書いて (sp) で区切る
 $\sim, \subset, \in \implies \backslash\text{sim}(sp)\backslash\text{subset}(sp)\backslash\text{in}$
- Maxima 数式に変換する場合, 数式文字は 1 文字とする.
 $\text{absin}(x) \implies (\text{Maxima 数式}) \quad a*b*\sin(x)$

また, KeTCindyJS と KaTeX を用いて, 入力した簡易数式を即時に 2 次元表示する HTML アプリ (以下, KeTMath) も開発した. これについて, 当初は, Fig.8 のようにスマホや PC のキーボードを用いて簡易数式を入力するようにしていた.

数式は ASCII 文字 (半角文字) のみ. 改行は //, 分数を / で表すときは括弧に注意 $a+b/c+d = a + \frac{b}{c} + d$

π	$\frac{b}{a}$	a^x	\sqrt{a}	$\sqrt[b]{a}$	$\log_a x$	$\sin x$	$\sin^2 x$	α	β	θ	.	space	\leq	\geq	\Leftrightarrow	代用	$<$	$>$	\wedge	$+$	$=$
pi	fr(b,a)	a^x	sq(a)	sq(b,a)	log(a,x)	sin(x)	sin(2,x)	Ga	Gb	Gt	dot	sp	(=)	(=)	(=)	代用	(.)	(.)	**	--	::

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$\int f(x) dx$	$\int_a^b f(x) dx$	$[x^2]_a^b$
lim(x,a,f(x))	int(f(x),dx)	int(a,b,f(x),dx)	[x^2]_a^b

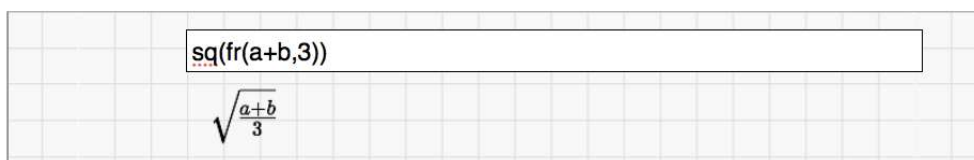


Fig.8 初期の KeTMath 画面

しかし, 括弧のつけ忘れや $\sin x$ などと書くミスが多かった. さらに, ほとんどすべての学生はスマホを用いていたが, キーボードが機種によって異なるだけでなく, 多様な記号を打つことができる機種もあって, $\sqrt{2}, \pi$ などの非 ASCII 文字を使ってしまう学生も少なくなかった. そこで, KeTMath の画面上にキーボードを配置することにした. 当初は配列が整っていなかったが, 2020 年度後半から 2021 年度にかけて改良と整備を重ねて, 現在は Fig.9 のようになっている.

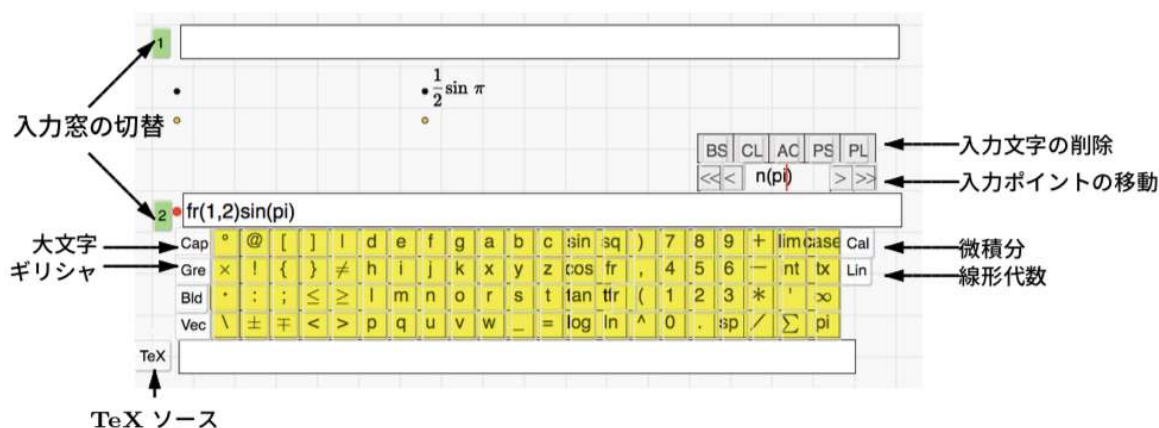


Fig.9 最新の KeTMath 画面

最新版の KeTMath については, 学生たちが自由に使えるように

<https://s-takato.github.io/ketcindysample/ketmath/ketmathjsoffl.html> に掲載している.

4 KeTMathによる課題処理

2020年度から2021年度の中程までは、学生の解答手順は次のようであった。ただし、GCの「資料」に毎回KeTMathのリンク先を掲載して使えるようにした。

- (1) 簡易数式で書かれた「質問」を確認する。必要であればKeTMathで表示する。
- (2) ノート等で課題を解き、解答を簡易数式に直してKeTMathに入力する。
- (3) 数式を確認したら、入力窓の簡易数式をGCの提出欄にペーストして送信する。

しかし、スマホの場合はGCとKeTMathを同時に立ち上げることができず、KeTMathでの確認を省いて簡易数式を直に書き、結果として間違った数式を提出する場合も少なからずあった。折から、2021年度の後半は試験も含めすべてオンラインになったので、問題自体を組み込んだkettask(+日付).html(Fig.10)を作成、ホームページに掲載してリンク先を「質問」に記述するようにした。

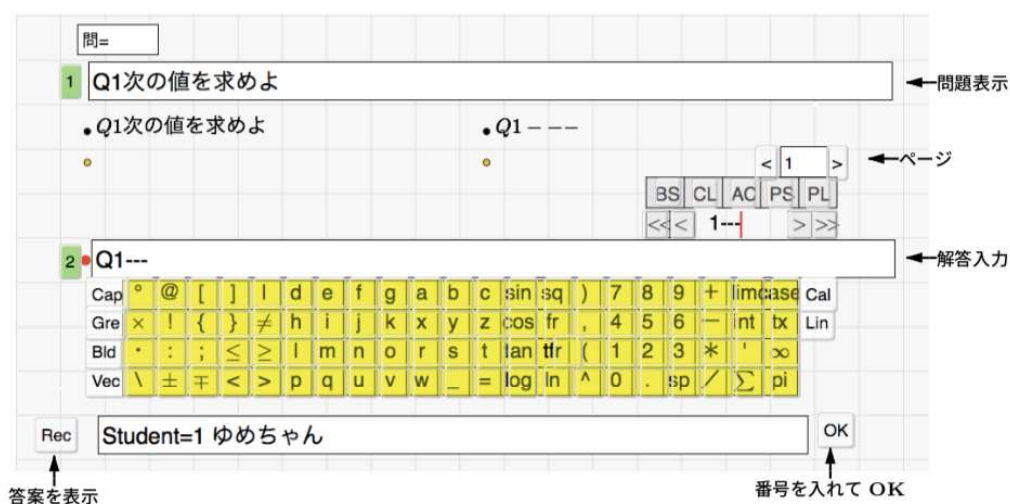
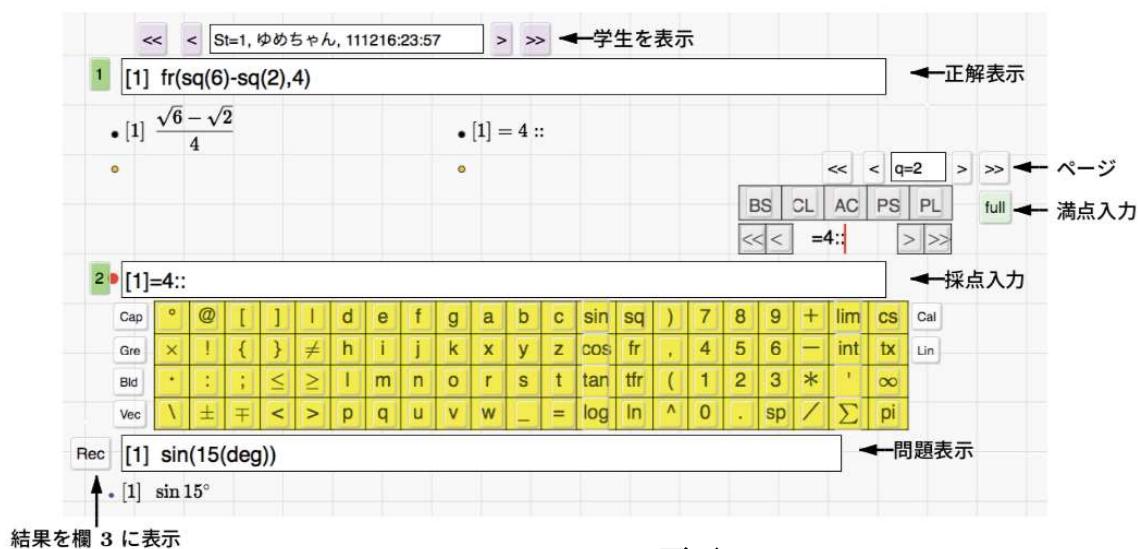


Fig.10 kettask.html の画面

同時に、集積した解答を教員が採点するketscore(+日付).htmlも作成した(Fig.11)。



結果を欄 3 に表示

Fig.11 ketscore.html の画面

これらのHTMLは、toolketmath.cdy(Fig.12)によって順次作成される。

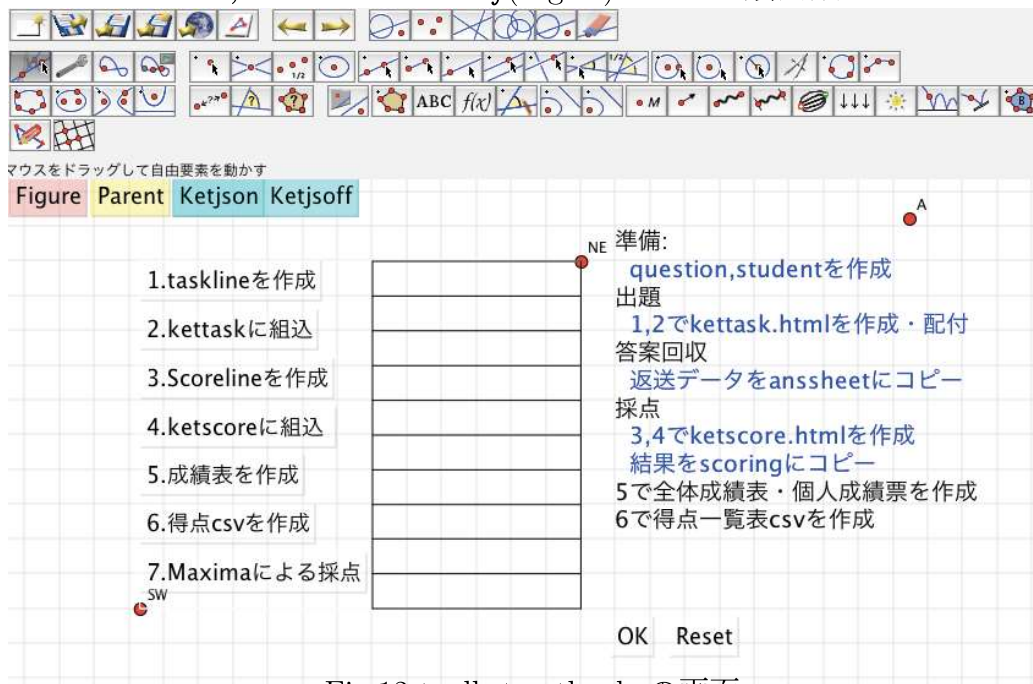


Fig.12 toolketmath.cdy の画面

(1) 次の形式の出題ファイル (question.txt) と学生リスト (student.txt) を作る。

Q11111 (各問題の表題)

次の値を求めよ

[1] $\sin(15(\text{deg}))::\sin(75(\text{deg}))$ (:: は学生ごとに乱数で問題を割り当てるとき)

[2] $\cos(75(\text{deg}))::\cos(15(\text{deg}))$

Sheet (解答欄, ::の後は配点)

[1]= ::5

[2]= ::5

Ans (正解)

[1] $\text{fr}(\text{sq}(6)-\text{sq}(2),4)::\text{fr}(\text{sq}(6)+\text{sq}(2),4)$

[2] $\text{fr}(\text{sq}(6)-\text{sq}(2),4)::\text{fr}(\text{sq}(6)+\text{sq}(2),4)$

(空白1行)

(2) toolketmath の 1, 2 のボタンを押すと kettask.html ができる。

(3) toolketmath の 3, 4 のボタンを押すと ketscore.html ができる。

(4) 採点が終わったら, 5, 6 のボタンを押すと, 次の個人成績票と得点一覧表ができる。

1111 の結果

1 ゆめちゃん 1112

Q1 次の値を求めよ

[1] $\sin(15(\text{deg}))$

正解 $\text{fr}(\text{sq}(6)-\text{sq}(2),4)$

答え 4

得点 0

[2] $\cos(75(\text{deg}))$

正解 $\text{fr}(\text{sq}(6)-\text{sq}(2),4)$

答え 3

得点 0

	A	B	C	D	E	F
1	no	名前	提出	Q1[1]	Q1[2]	Q2
2	1	ゆめちゃん	111216:23:57	0	0	10
3	2	ゆるナキン	111216:25:46	5	5	0
4	3	つるゴン	111216:27:17	5	5	10
5	4	安田朗	未提出	0	0	0
6	5	とよのん	未提出	0	0	0

5 KeTMath を用いた授業実践

本節では、改良を重ねてきた KeTMath を用いて、著者の一人(濱口)が対面で行った授業実践について報告する。今回対象としたのは、2021 年度の前期に一度だけ KeTMath を使ったことのあるクラスの学生 38 名である。三角関数の加法定理を学んだ学生がプリントで問題演習を行う授業において、基本的な理解度を確認するための類題として、以下の課題を設定した。

問 1 次の値を求めよ。(1) $\sin 75^\circ$ (2) $\cos 75^\circ$

問 2 $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ を $\sin x, \cos x$ で表せ。

正解：問 1 (1) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 問 2 $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

学生には、GC の「質問」として上記の問題を組み込んだ `kettask(+日付).html` のリンクを掲載して、授業の約 20 分前に配付した。授業の最初に、前述の「簡易数式ルール」と「解答および提出方法」を配付し、スクリーンに映して 10 分程度の説明を行った。2021 年度から、学生には BYOD(Bring Your Own Device)として PC を所有させている。そこで、この授業の実施にあたって「授業で利用するため、各自の PC あるいはスマートフォンを準備すること」を事前に伝えたが、ほぼ全ての学生は PC ではなくスマホを用いていた。対面授業での利用であり、入力にあたっての質問等も受けながらの実施であったが、授業時間内に全員が提出を完了した。

授業後に `ketscore(+日付).html` で採点した。`ketscore` では正解と学生の解答を左右に $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ で表示しながら採点できるので、印刷教材の採点よりも短時間で作業を終えることができた。結果は 38 名中 23 名 (60.5%) の学生が、数式の入力ルールも含めて全問正解であった。各設問の間違ひについて詳しく見てみると、38 名に 3 問ずつの合計 114 個の質問のうち、不正解の解答は 21 個であったが、「簡易数式ルール」に対する入力ミスは 4 個のみであった。この内訳は、次の通りである。

- (1) 数式の最初に \wedge (ハット)が入ってしまった。
- (2) $\cos x$ と入力した
- (3) $\text{sq}(6) - \text{sq}(2)/4$ のように括弧が足りなかった、
- (4) $\{\text{sq}(6) - \text{sq}(2)\}/4$ と外側の括弧を $\{ \}$ とした。

(1) は、スマホの小さな画面での操作ミス(キーの打ち間違い)が原因であろう。(2) は KeTMath のキーボードを使わずにスマホで直接入力したと想像される。KeTMath で「cos」のキーを押すと「cos(」と入力されるからである。また、(3) は、分数に/(スラッシュ)を用いる場合に頻発するミスである。(4) は通常の数式ルール(外側の括弧は $\{ \}$)や $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ をよく知っている学生に起こり得る。この場合は、KeTMath のルールを徹底させるだけで解決すると思われる。`kettask` では、問題も画面左側に $\text{T}_\text{E}_\text{X}$ 表示されて、また入力のたびに学生の答えも表示される。このことは入力のミスを減少させているといえる。一方で、やはりスマホに慣れている学生がそのキーボードを使う傾向もあった。この場合には、画面が小さくなることで入力した式の確認ができず、ミスが起こりやすい様子もうかがえた。

6 まとめと今後の課題

KeTMathはテキストベースの数式のやりとりを容易にするものであり、前節の授業報告は、学生にとって、KeTMathを介した数式のやりとりはそれほどハードルが高くないことを示している。また、教員にとっては、「こういう問題をこういう形式で出したい」と考えている従来のスタイルに、比較的親和する方式で出題することができる。同時に、課題作成・出題・回収・採点・返却・成績処理という一連の作業の各段階において、教員の負担を軽減するものになることが期待される。一方で、簡易数式ルールでは、 $\sin(\text{alog}(x))$ などの括弧の処理をどうするか、分数を表す/を分数形に直した方がよいか、など今後検討すべき課題も多い。また、現在のKeTMathの画面は横長のため、スマホをそのまま用いるには不向きである。そのため、KeTMathの縦長キーボード版を開発することも考えている。さらに、システムの利便性を高めるために次のことを検討中である。

- kettask.html や ketscore.html を改良し、答案や採点結果を直接サーバーへ送る形にする。
- 数式処理システムで採点可能な箇所は Maxima 等の数式処理システムで採点できるようにしているが、サーバーと連携する形にする。
- 資料の配布や収集を Google Classroom を用いずにできるようにする。

参考文献

- [1] Oshima T., Drawing Curves, Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis III, edited by Y. Dobashi and H. Ochiai, Mathematics for Industry, 24, 95–106, Springer, 2016
- [2] Gagern M., Kortenkamp U., Gebart J., Strobel M., CindyJS– Mathematical Visualization on Modern Devices–, ICMS 2016, LNCS **9725**, 319–334, Springer, 2016.
- [3] Takato S, Vallejo J., Interfacing Free Computer Algebra Systems and C with KeTCindy, Computer Algebra Systems in Teaching and Research, Siedlce University of Natural Sciences and Humanities, Volume 6, 172–185, 2017
- [4] Takato S, Vallejo J., Oshima Splines to Produce Accademic Numerical Results and High Quality Graphical Output, Mathematics in Computer Science, Volume 14, 399–413, Springer, 2020
- [5] 高遠節夫, KeTCindyJS の開発と教育利用, 京都大学数理解析研究所講究録 2142, 2019
- [6] 高遠節夫, 濱口直樹, Web 利用の理数教育に役立つ数式送受システムの開発, 京都大学数理解析研究所講究録 2178, 2021