価格規制を考慮したアウトプット価格のリスク下における資本投資*

同志社大学・商学研究科　辻村元男†

北陸先端科学技術大学院大学・先端科学技術研究科　吉岡秀和

東京理科大学・理工学部　高嶋隆太

東京理科大学・理工学部　後藤允

概 要

本研究はアウトプットの価格に対して上限価格規制が実施されている場合について，企業の資本投資を考察する。価格規制下における価格の振る舞いを，Jacobi 拡散過程によって表現する。企業の問題は最適停止問題として定式化され，変分不等式を用いて解く。変分不等式は有限差分法によって数値的に解かれ，投資タイミングを定める閾値を求める。さらに，いくつかのパラメータについては感度分析を行い，投資の意思決定に対する示唆を与える。

キーワード: 価格規制，資本投資，Jacobi 拡散過程，最適停止

1　はじめに

鉄道運賃や最低賃金などのように市場価格に対する規制が存在する場合もある。エネルギーに関わる分野では，容量市場で取引される発電容量の価格について上限価格[1]が存在する。本稿は具体的な価格規制についてではなく一般的な議論として，アウトプットの価格に上限価格が存在する場合について，資本投資の価値評価について考察する。

価格規制を考慮したリスク下における資本投資については，Dixit (1991) をはじめとする研究がなされている。Dixit (1991) は，企業は競争市場で事業活動を行っており，アウトプットの価格に上限規制が存在する場合について，追加資本投資の問題を考察した。投資の閾値が上限価格を超える場合と超えない場合に場合分けをすることによって，価格規制の影響を明らかにした。規制価格が低下すると（規制が厳しくなると）資本投資が抑制され，規制価格が長期平均費用まで低下すると投資が完全になされなくなることを示した。Nagel and Rammerstorfer (2009) は，上限価格を「原資産（プロジェクト）＋コールオプションの売り」で表現し，資本投資の投資タイミングとその規模について考察し，さらに最適な規制価格も示した。Dixit (1991) と Nagel and Rammerstorfer (2009) は競争市場における価格規制の分析であったが，Roques and Savva (2009) は寡占市場における価格規制が投資タイミングに与える影響を考察した。一方，Evans and Guthrie (2012) は独占市場における価格規制が投資タイミングとその規模に与える影響を考察した。Sarkar (2015) は独占市場における価格規制が投資タイミングとその規模に与える影響に加え，消費者余剰に与

*本研究は JSPS 科研費 JP21K01573 の助成に加え，京都大学数理解析研究所「共同利用・共同研究拠点事業」の支援を受けた。

†連絡先：602-8580 京都市上京区今出川通烏丸東入
E-mail address: mtsujimu@mail.doshisha.ac.jp

[1] 日本の容量市場では，指標価格（Net Cone）の 1.5 倍を上限価格としている。

えるえ影響も考察した。これらの研究は一般的な資本投資についての議論であるが，Zeng et al. (2015) は上限価格の範囲内で価格が変動する価格過程を用いることで，米国の再エネ導入割当制度での電力価格における上限価格の影響について考察した[2]。

以上の先行研究に対して，本稿は競争市場を想定し，アウトプットの価格に対して上限価格規制が設定され，その上限価格が一定の割合で上昇する場合について，企業の資本投資を考察する。そのために，Zeng et al. (2015) と同様に上限価格で内で変動する Jacobi 拡散過程に従う価格調整係数を導入することで，規制下における価格の動学を表現する。企業の問題は投資によって得られる利益を最大とするように最適な投資タイミングを求める最適停止問題として定式化される。定式化された企業の問題は，変分不等式を用いて解くことができる (Bensoussan and Lions, 1982; Øksendal and Reikvam, 1998)。本稿では，数値的に変分不等式を解くことによって，投資タイミングを定める閾値を求める。さらに，いくつかのパラメータについては感度分析を行い，投資の意思決定に対する示唆を与える。

本稿の構成は以下である。2 節で企業の問題を定式化し，3 節でその問題に対する変分不等式を導入し，最適な投資タイミングを求めるための式を導く。4 節で数値的に変分不等式を解き，投資タイミングを特徴付ける閾値を求め，さらに感度分析も実施する。最後に，第 5 節で本研究の残された課題と拡張の可能性について述べ，本稿をまとめる。

2　企業の問題

企業は事業展開のために，アウトプット Q を生産する資本への投資を検討している。ここで，アウトプットの価格には価格規制が導入されており，価格は上限価格 $\bar{P}$ を超えられないとする。本稿では簡単化のため，上限価格は $\alpha > 0$ の率で成長すると仮定する。

$$\mathrm{d}\bar{P}_t = \alpha \bar{P}_t \mathrm{d}t, \quad \bar{P}_0 = \bar{p}. \tag{2.1}$$

上限付き価格を $\bar{P}_t X_t$ と表す。X_t は価格調整係数で，次の Jacobi 拡散過程に従っているとする。

$$\mathrm{d}X_t = \eta(\mu - X_t)\mathrm{d}t + \sigma\sqrt{X_t(1-X_t)}\mathrm{d}W_t, \quad X_0 = x \in (0,1). \tag{2.2}$$

ただし，$\eta > 0$ は平均回帰速度を，$\mu \in (0,1)$ は X の長期平均を，$\sigma > 0$ はボラティリティーを，W_t は標準 Brown 運動を表す。ここで，$2\eta \min\{\mu, 1-\mu\} \geq \sigma^2$ を仮定する。この仮定によって，任意の時刻 $t > 0$ に対して $X_t \in (0,1)$ となる (Alfonsi, 2015, Proposition 6.1.2)。また，$\mu \in (0,1)$ であることより，(2.2) は一意な強解を持つ (Alfonsi, 2015, Theorem 6.1.1)。

この事業活動から得られる利益 π は，

$$\pi(\bar{P}_t, X_t) = (\bar{P}_t X_t - c)Q - F$$

と与えられる。ただし，$c > 0$ は操業費用を，$F > 0$ は固定費を表す。資本への投資費用を I とする。簡単化のため，投資された資本の稼働年数を定めずに無限計画期間問題とする。

[2]費用抑制措置として代替的遵守支払を実質的な上限価格としている州もある (伊藤, 2015)。

企業の問題は，将来に渡る利益の現在価値を最大とするため，資本に投資する最適なタイミング $\tau \in \mathcal{T}$ を求める問題となる。

$$V(\bar{p}, x) = \sup_{\tau \in \mathcal{T}} \mathbb{E}\left[\mathrm{e}^{-r\tau}\left(\int_\tau^\infty \mathrm{e}^{-r(t-\tau)}\pi(\bar{P}_t, X_t)\mathrm{d}t - I\right)\right]. \tag{2.3}$$

ただし，$\mathcal{T}$ は許容可能な投資タイミングの集合を表す。

意味のある問題を考察するため，利益のフローに対して次を仮定する。

$$\begin{aligned} G(\bar{P}_t, X_t) &:= \mathbb{E}\left[\int_t^\infty \mathrm{e}^{-r(s-t)}\pi(\bar{P}_s, X_s)\mathrm{d}s\right] < \infty \\ &= \frac{\mu\bar{P}_t Q}{r-\alpha} + \frac{\bar{P}_t X_t Q}{r-\alpha+\eta} - \frac{\mu\bar{P}_t Q}{r-\alpha+\eta} - \frac{cQ+F}{r} < \infty. \end{aligned}$$

3 企業の問題に対する変分不等式

企業の問題 (2.3) は最適停止問題として定式化されており，変分不等式を用いて解く (Bensoussan and Lions, 1982; Øksendal and Reikvam, 1998)。企業の問題 (2.3) に対する変分不等式は次で与えられる。

$$\max\{\mathcal{L}V(\bar{p}, x), (G(\bar{p}, x) - I) - V(\bar{p}, x)\} = 0. \tag{3.1}$$

ただし，$\mathcal{L}$ は次で与えられる無限小作用素である。

$$\mathcal{L}V(\bar{p}, x) := \alpha\bar{p}V_{\bar{P}}(\bar{p}, x) + \eta(\mu - x)V_X(\bar{p}, x) + \frac{1}{2}\sigma^2 x(1-x)V_{XX}(\bar{p}, x) - rV(\bar{p}, x).$$

変分不等式 (3.1) によって，資本へ投資しない領域（続行領域）$\mathcal{C}$ は,

$$\mathcal{C} := \{x; V(\bar{p}, x) > G(\bar{p}, x) - I\}$$

と与えられる。したがって，資本へ投資するタイミング τ は

$$\tau = \inf\{t \geq 0; (\bar{p}, x) \notin \mathcal{C}\}$$

と与えられる。

変分不等式から，$(\bar{p}, x) \in \mathcal{C}$ においては次が成り立つ。

$$\mathcal{L}V(\bar{p}, x) = 0. \tag{3.2}$$

企業の投資戦略が閾値 $x^*(\bar{p})$ によって特徴付けられるとする。すなわち，投資タイミング τ が次のように書き直されるとする。

$$\tau = \inf\{t \geq 0; x \geq x^*(\bar{p})\}.$$

閾値 $x^*(\bar{p})$ は，微分方程式 (3.2) を value-matching 条件

$$V(\bar{p}, x^*(\bar{p})) = G(\bar{p}, x^*(\bar{p})) - I \tag{3.3}$$

と，smooth-pasting 条件

$$V_X(\bar{p}, x^*(\bar{p})) = G_X(\bar{p}, x^*(\bar{p})) \tag{3.4}$$

を用いて解くことによって求められる。本研究では，これらの条件を使って解析的に閾値 $x^*(\bar{p})$ を得ることはできず，次節で数値的に変分不等式を解くことによって閾値を求める。

4　数値例を用いた感度分析

本節では，変分不等式を数値的に解き投資に対する閾値 $x^*(\bar{p})$ を求める。さらに，上限価格過程に関連するパラメータ α, μ, η, σ について感度分析をすることで，資本投資の意思決定に対する示唆を与える。

数値計算における変分不等式の離散化ならびに数値解法は辻村他 (2023) と同様のものを用いる。本稿では，本来は 2 次元平面の第一象限として与えられる領域を価格調整係数 X 方向について原点から長さ 1，上限価格 $\bar{P}$ 方向について原点から長さ 50 で切除することで有界な計算領域を設定する。この計算領域上に，X 方向に 200 個の格子点，$\bar{P}$ 方向に 200 個の格子点をそれぞれ等間隔に設定して数値計算を行う。数値計算に際しては，表 1 をパラメータの基準値として用いる。

計算の結果，一例として $\bar{p} = 20$ を取り上げると，閾値 $x^*(\bar{p})$ は 0.63 と求まる。また，価値関数は図 1 のようになる。

表 1: 基準ケースのパラメータ値

	表記	値
資本（アウトプット）	Q	10
割引率	r	0.06
上限価格の上昇率	α	0.03
価格調整係数の平均回帰速度	η	0.1
価格調整係数の長期平均	μ	0.8
価格調整係数のボラティリティー	σ	0.1
操業費用	c	1
固定費用	F	5
投資費用	I	10

パラメータ α, μ, η, σ に関する閾値 $x^*(\bar{p})$ の感度分析を行った結果が，表 2 と図 2–5[3]である。各パラメータの感度分析の結果の詳細は以下のようになる。

まず，上限価格の上昇率 α に関する感度分析の結果は，表 2・図 2 より次のように得られる。上限価格の上昇率が大きくなると，上限価格が低いため資本投資が実行されない領域を除き，任意の上限価格に対する閾値 $x^*(\bar{p})$ の値は大きくなり，資本投資が抑制されることが分かる。

[3]これらの図において，$\bar{p} = 50$ での x^* の値がジャンプしているのは，有界な計算領域を設定したためである。

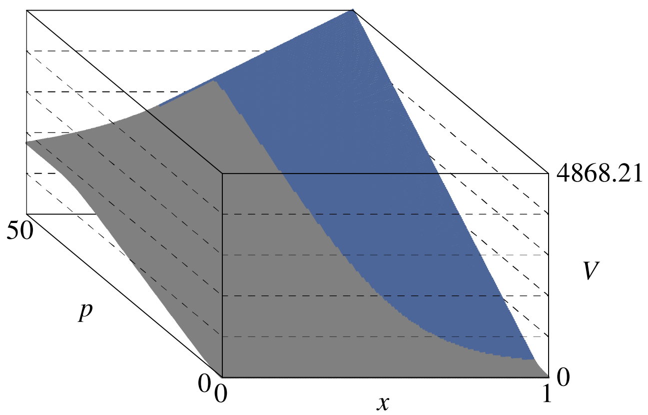


図 1: 価値関数 $V(\bar{p}, x)$

灰色の部分が続行領域を，青色の部分が停止領域を示す。

表 2: $\bar{p} = 20$ の時の閾値 $x^*(\bar{p})$ の値

	$x^*(\bar{p})$		$x^*(\bar{p})$
Base case	0.630	$\eta = 0.06$	0.590
$\alpha = 0.015$	0.575	$\eta = 0.14$	0.635
$\alpha = 0.045$	0.705	$\eta = 0.18$	0.620
$\mu = 0.7$	0.555	$\sigma = 0.05$	0.620
$\mu = 0.9$	0.705	$\sigma = 0.15$	0.645

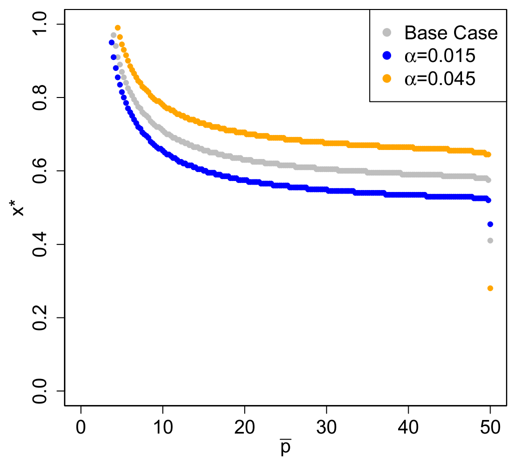


図 2: 上限価格の上昇率 α に関する感度分析

次に，価格調整係数の長期平均 μ についても，表 2・図 3 にあるように，μ が大きくなると閾値 $x^*(\bar{p})$ は大きくなり，資本投資が抑制されることが示された。

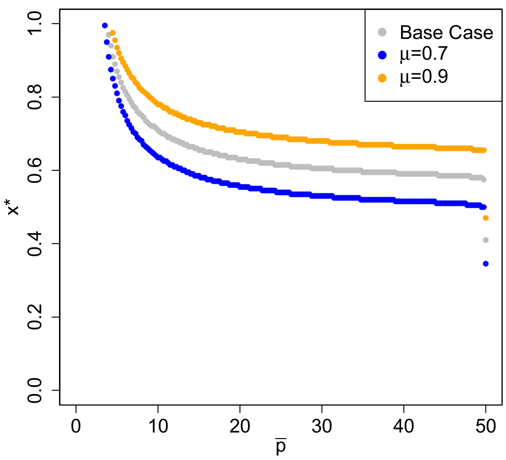
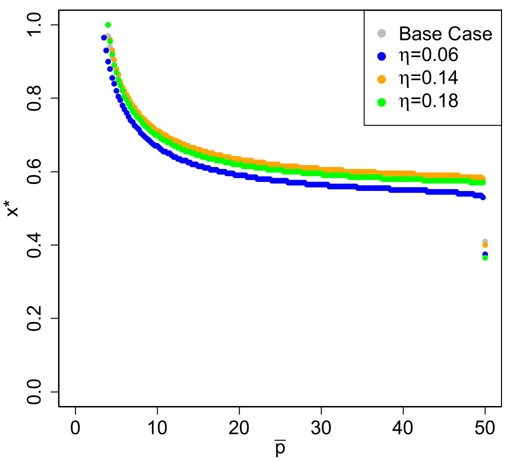
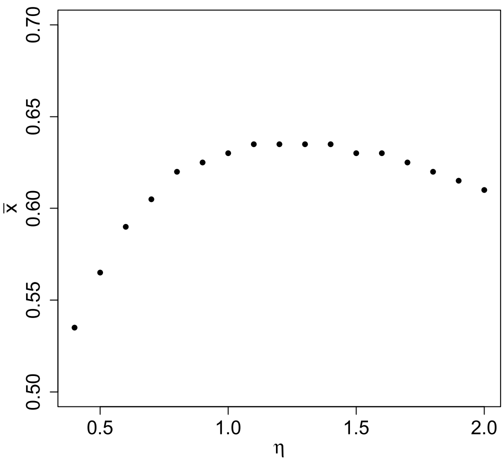


図 3: 価格調整係数の長期平均 μ に関する感度分析

次に，価格調整係数の平均回帰速度 η に関する感度分析の結果は，表 2・図 4 にあるように，他のパラメータとは異なる様相を示している。図 4 左側の (a) では，Base Case（$\eta = 0.1$）の閾値のプロット（灰色）と $\eta = 0.14$ のプロット（オレンジ色）の違いが小さく重なって見えるが，結果は異なっている。右側の (b) にあるように，$\bar{p} = 20$ の閾値 $x^*(\bar{p})$ は η に対して非線形となっている。すなわち，平均回帰速度 η がある値に大きくなるまでは閾値 $x^*(\bar{p})$ は大きくなり，資本投資は抑制されるが，その値を超えると閾値は小さくなり，資本投資が促進される。



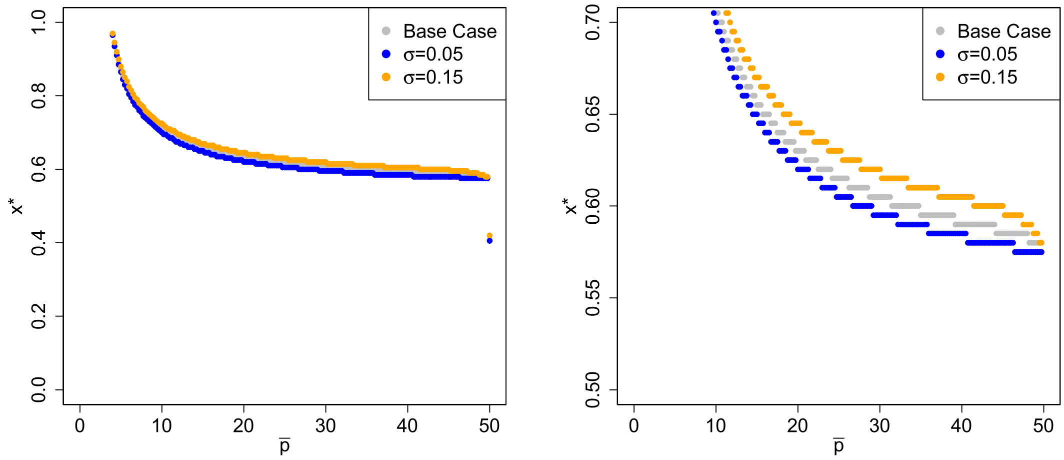
(a) 任意の $\bar{p}$ に対する閾値 $x^*(\bar{p})$



(b) $\bar{p} = 20$ の時の $x^*(\bar{p})$

図 4: 価格調整係数の平均回帰速度 η に関する感度分析

最後に，価格調整係数のボラティリティσに関する感度分析は，表 2・図 5 で示されているように，価格調整係数のボラティリティーが大きくなるに従い閾値が大きくなり，資本への投資が抑制される。ただし，閾値の変化は他のパラメータと比較して小さく，意思決定への影響が相対的に小さいことが示された。



(a) 縦軸範囲：$[0, 0.1]$　　(b) 縦軸範囲：$[0.5, 0.7]$

図 5: 価格調整係数のボラティリティーσに関する感度分析

5　まとめ

本稿はアウトプットの価格に対して上限が設定された場合について，資本投資の価値評価を行った。上限付き価格の動学を表現するために，$(0, 1)$ の範囲で変動する Jacobi 拡散過程を用いた。主な分析結果としては，価格調整係数の平均回帰速度の投資タイミングを特徴付ける閾値への影響は非線形であることが示された。

本稿は単純な資本投資の問題を考察しており，以下のように研究を拡張することが考えられる。まず，生産関数を導入して資本とアウトプットの関係を明確化することが考えられる。次に，容量市場などのように具体的な市場を想定し，現実の問題を考察することが考えられる。最後に，価格規制によって社会的余剰がどのように変化するかを計測し，規制の評価を試みることが考えられる。

参考文献

Alfonsi, A., (2015): *Affine diffusions and related processes: simulation, theory and applications*, Springer.

Bensoussan, A. and Lions, J. L., (1982): *Applications of variational inequalities in stochastic control*, North-Holland, Amsterdam.

Dixit, A., (1991): Irreversible investment with price ceilings, *Journal of Political Economy*, **99**(3), 541–557.

Evans, L. and Guthrie, G., (2012): Price-cap regulation and the scale and timing of investment, *The Rand journal of economics*, **43**(3), 537–561.

伊藤葉子, (2015): カリフォルニア州 RPS 制度の事例に見る再生可能エネルギーの導入促進と費用抑制の両立に向けた取組, 『エネルギー経済』, **41**(2), 59–79.

Nagel, T. and Rammerstorfer, M., (2009): Modeling investment behavior under price cap regulation, *Central European Journal of Operations Research*, **17**, 111–129.

Øksendal, B. and Reikvam, K., (1998): Viscosity solutions of optimal stopping problems, *Stochastics and Stochastic Reports*, **62**(3-4), 285–301.

Roques, F. A .and Savva, N., (2009): Investment under uncertainty with price ceilings in oligopolies, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **33**(2), 507–524.

Sarkar, S., (2015): Price limits and corporate investment: The consumers' perspective, *Economic Modelling*, **50**, 168–178.

辻村元男・吉岡秀和・高嶋隆太・後藤允 (2023): 電力市場と容量市場における価格のジャンプリスクを考慮した発電容量への投資価値評価について, 数理解析研究所講究録, **2237**, 104-115.

Zeng, Y., Klabjan, D., and Arinez, J., (2015): Distributed solar renewable generation: Option contracts with renewable energy credit uncertainty, *Energy Economics*, **48**, 295–305.