Zbl 070.13806

Darling, D.A.; Erdős, Pál

A limit theorem for the maximum of normalized sums of independent random variables. (In English)

Duke Math. J. 23, 143-155 (1956). [0012-7094]

Es wird folgendes mit dem Satz vom iterierten Logarithmus zusammenhängende neue Theorem bewiesen: Für unabhängige X mit $E(X_k)=0$. Str. $(X_k)=1$ und gleichmäßig beschränkten dritten Momenten gilt für $U_n=\max_{1\le k\le n} k^{-1/2}S_k$ mit $S_k=\sum_{\nu=1}^k X_\nu$, daß

$$\lim_{n\to\infty} P\left(U_n<(2\log\log n)^{1/2}+\frac{\log\log n}{2(2\log\log n)^{1/2}}+\frac{t}{(2\log\log n)^{1/2}}\right)=$$

$$=\exp\left(-\frac{1}{e^t 2\pi^{1/2}}\right)$$

ist. Der im einzelnen recht komplizierte Beweis erfolgt in zwei Schritten. Zuerst wird der Satz für normalverteilte X_k bewiesen, indem der sog. Uhlenbeck-Ornsteinsche Prozeß [ein Gaußscher und zugleich Markoffscher Prozeß mit $E(X(t))=0$ und $E(X(t)X(s))=\exp(-|t-s|)$] herangezogen wird, für den mit $t_k=\frac{1}{2}\log k$ gilt, daß $\{X(t_k)\}$ gleichverteilt mit $S_k\cdot k^{-1/2}$ ist. Der Übergang zu beliebig verteilten X_k erfolgt durch den Nachweis, daß die Grenzverteilung unabhängig von der X_k-Verteilung existiert [sog. Erdős-Kacsches Invarianzprinzip, zuerst in Bull. Am. Math. Soc. 52, 292-302 (1946; Zbl 063.01274), angewandt].

D.Morgenstern

Classification:
60F05 Weak limit theorems