Divulgaciones Matemáticas Vol. 7 No. 2 (1999), pp. 193–194

Problemas y Soluciones

Problems and Solutions

Editor: José Heber Nieto (`jhnieto@luz.ve`)
Departamento de Matemática y Computación
Facultad Experimental de Ciencias
La Universidad del Zulia. Apartado Postal 526
Maracaibo. Venezuela.

Dedicaremos esta entrega de *Problemas y Soluciones* a reseñar la **I Olimpíada Matemática de Centroamérica y el Caribe (OMCC)**, celebrada en San José, Costa Rica, entre el 7 y el 11 de julio pasados. En la misma participaron delegaciones de Colombia, Costa Rica, Cuba, El Salvador, México, Nicaragua, Panamá, Puerto Rico y Venezuela. Los representantes de Venezuela fueron David Eduardo Seguí, Homero Martínez e Isaac Cohen, de los cuales el primero obtuvo medalla de oro y sus dos compañeros Mención Honorífica. Vayan nuestras felicitaciones a todos ellos y muy especialmente a David Eduardo, un brillante joven de 16 años que estudia bachillerato en el Colegio San Vicente de Paul, en Maracaibo. Dado que Maracaibo es la ciudad en la cual se edita esta revista (y de hecho quien esto escribe colaboró en el entrenamiento de David Eduardo), nos sentimos doblemente orgullosos del resultado obtenido.

Vayan también nuestras felicitaciones a los organizadores de la OMCC, a la delegación de la hermana República de Colombia (que obtuvo como equipo el primer lugar), a la Fundación CENAMEC (Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia), organizadora de las Olimpíadas Matemáticas Venezolanas, a la profesora Estrella Suárez, coordinadora de la oficina del CENAMEC en el estado Zulia, y a quienes colaboraron con ella en el entrenamiento de los estudiantes zulianos que participan en las Olimpíadas Matemáticas: profesores Darío Durán, Genaro González, Reinaldo Villanueva y Elías Velazco.

Competencias de este tipo son muy importantes para estimular el interés de los jóvenes por la matemática y descubrir nuevos talentos. Esperamos que el éxito alcanzado en esta oportunidad sea un aliciente para los alumnos y profesores de matemática de la región zuliana y de toda Venezuela.

A continuación reproducimos los problemas propuestos en los dos primeros días de la competencia (siguiendo la numeración correlativa de esta sección). Como de costumbre, invitamos a los lectores a enviar sus soluciones, las mejores de las cuales serán publicadas en los próximos números.

14. Se supone que 5 personas conocen, cada una, informaciones parciales diferentes sobre cierto asunto. Cada vez que la persona A telefonea a la persona B, A le da a B toda la información que conoce en ese momento sobre el asunto, mientras que B no le dice nada de él. ¿Cuál es el mínimo número de llamadas necesarias para que todos lo sepan todo sobre el asunto? ¿Cuántas llamadas son necesarias si son n personas?

15. Encontrar un entero positivo n de 1000 cifras, todas distintas de cero, con la siguiente propiedad: es posible agrupar las cifras de n en 500 parejas de tal manera que si multiplicamos las dos cifras de cada pareja y sumamos los 500 productos obtenemos como resultado un número m que es divisor de n.

16. Las cifras de una calculadora (a excepción del 0) están dispuestas en la forma indicada en el cuadro adjunto, donde aparece también la tecla '+'.

7	8	9	
4	5	6	+
1	2	3	

Dos jugadores A y B juegan de la manera siguiente: A enciende la calculadora y pulsa una cifra, y a continuación pulsa la tecla +. Pasa la calculadora a B, que pulsa una cifra en la misma fila o columna que la pulsada por A que no sea la misma que la última pulsada por A; a continuación pulsa + y le devuelve la calculadora a A, que repite la operación y así sucesivamente. Pierde el juego el primer jugador que alcanza o supera la suma 31. ¿Cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora y cuál es ésta?

17. En el trapecio $ABCD$ de bases AB y CD, sea M el punto medio del lado DA. Si $\overline{BC} = a$, $\overline{MC} = b$ y el ángulo MCB mide 150^o, hallar el área del trapecio $ABCD$ en función de a y b.

18. Sea a un entero positivo impar mayor que 17, tal que $3a - 2$ es un cuadrado perfecto. Demostrar que existen enteros positivos distintos b y c, tales que $a+b$, $a+c$, $b+c$ y $a+b+c$ son cuatro cuadrados perfectos.

19. Sea S un subconjunto de $\{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$ con la propiedad de que ninguna suma de dos elementos diferentes en S esté en S. Encuentre el número máximo de elementos de S.