

**Comparison theorems between algebraic and  
analytic De Rham cohomology**  
(with emphasis on the  $p$ -adic case)

par YVES ANDRÉ

RÉSUMÉ. Nous présentons un panorama des théorèmes de comparaison entre les cohomologies de De Rham algébrique et analytique à coefficients dans des connections algébriques. Ces théorèmes ont joué un rôle important dans le développement de la théorie des  $\mathcal{D}$ -modules, en particulier dans l'étude de leurs propriétés de ramification (irrégularité...). Dans la partie I, nous nous concentrons sur le cas des coefficients réguliers et esquissons la nouvelle preuve de ces théorèmes donnée par F. Baldassarri et l'auteur, qui est de nature élémentaire et unifie les théories complexe et  $p$ -adique. Dans le cas  $p$ -adique cependant, le théorème de comparaison était supposé s'étendre aux coefficients irréguliers et ceci a été prouvé dans [AB]. La preuve de cette extension suit le même modèle que pour le cas régulier, mais demande en supplément une étude détaillée de l'irrégularité en plusieurs variables. Dans la partie II, nous donnons un aperçu de cette preuve qui peut servir de guide pour le livre [AB].

ABSTRACT. We present a panorama of comparison theorems between algebraic and analytic De Rham cohomology with algebraic connections as coefficients. These theorems have played an important role in the development of  $\mathcal{D}$ -module theory, in particular in the study of their ramification properties (irregularity...). In part I, we concentrate on the case of regular coefficients and sketch the new proof of these theorems given by F. Baldassarri and the author, which is of elementary nature and unifies the complex and  $p$ -adic theories. In the  $p$ -adic case, however, the comparison theorem was expected to extend to irregular coefficients, and this has recently been proved in [AB]. The proof of this extension follows the same pattern as in the regular case, but involves in addition a detailed study of irregularity in several variables. In part II, we

give an overview of this proof which can serve as a guide to the book [AB].<sup>1</sup>

Yves ANDRÉ  
Institut de Mathématiques  
175 rue du Chevaleret  
F-75013 Paris  
*E-mail* : `andre@math.jussieu.fr`

---

<sup>1</sup>added on proofs: a second (revised) edition of [AB] is in preparation.