

Sur les corps de Hilbert-Speiser

par THOMAS HERRENG

RÉSUMÉ. On dit qu'un corps est de Hilbert-Speiser en un premier p si toute extension modérée abélienne finie de degré p admet une base normale entière. On dit qu'un corps est de Hilbert-Speiser s'il est de Hilbert-Speiser pour tout premier p . Il est bien connu que \mathbb{Q} est un tel corps. Dans un article [3] de 1998, Greither, Replogle, Rubin et Srivastav ont montré que \mathbb{Q} était le seul corps de Hilbert-Speiser. On donne ici une condition nécessaire et suffisante pour qu'un corps soit de Hilbert-Speiser en $p = 2$. On trouve par exemple que $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ est de Hilbert-Speiser en $p = 2$ si et seulement si son nombre de classes est un. On généralise ensuite un article de Conrad et Replogle [1], ce qui nous donne des premiers p pour lesquels un corps abélien imaginaire n'est pas de Hilbert-Speiser en p et on donne également une condition quand le corps est réel.

ABSTRACT. A number field is called a Hilbert-Speiser field for a prime number p if each tamely ramified finite abelian extension of degree p admits a normal integral basis. A number field is called a Hilbert-Speiser field if it's Hilbert-Speiser for all primes p . It's well known that \mathbb{Q} is such a field. In an article [3] written in 1998, Greither, Replogle, Rubin et Srivastav showed that \mathbb{Q} is the only Hilbert-Speiser field. We give here a necessary and sufficient condition for a field to be Hilbert-Speiser for $p = 2$. For example $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$ is a Hilbert-Speiser field for $p = 2$ if and only if its class number is one. Then generalizing works of Conrad and Replogle [1] we obtain prime numbers p for which an imaginary abelian field is a Hilbert-Speiser field for p , and we also give a criterion for real abelian fields.

[1] M. CONRAD, D. R. REPLOGLE, *Nontrivial Galois Module Structure of cyclomonic Fields*. *Mathematic of computation* **72** (2003), no. 242, 891–899.

[3] C. GREITHER, D. R. REPLOGLE, K. RUBIN, A. SRIVASTAV, *Swan Modules and Hilbert-Speiser number fields*. *J. of Number theory* **79** (1999), 164–173.

Thomas HERRENG
LMNO, BP 5186
Université de Caen
14032 Caen Cedex, France
E-mail : Thomas.Herreg@math.unicaen.fr